BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
« M.A.V.E.L.E.C et M.R.I.M »
SESSION 2006

E1.B1 MATHEMATIQUES – U12

Durée : 2 heures ***Coefficient : 2,5***

SOMMAIRE

Ce sujet comporte :
- *3 pages d'énoncé*
- *1 annexe à rendre avec la copie*
- *1 formulaire*

0606-MAV ST B
0606-MIR ST 12

<u>EXERCICE 1</u> (9 points)

Photorésistance (LDR)

Dans un montage audiovisuel, un système photoélectrique est équipé d'une photorésistance (LDR) : sa résistance R (en ohm) s'exprime en fonction de son éclairement E (en lux) suivant la relation : $R = 1\,220\ e^{-0,003E}$.

1. **Calculs numériques**

Calculer la résistance de la photorésistance dans le cas où son éclairement est :

a. E = 150 lux. Arrondir le résultat à l'unité.

b. E = 1 000 lux. Arrondir le résultat à l'unité.

2. **Etude de fonction**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [150 ; 1 000] par :

$$f(x) = 1\,220\ e^{-0,003x}.$$

a. Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

b. Donner le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [150 ; 1 000] . Justifier la réponse.

c. En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle [150 ; 1000] .

d. Compléter le tableau de valeurs de **l'annexe.** Arrondir les résultats à la dizaine.

e. Vérifier que la valeur approchée de $f'(200)$ arrondie au dixième est égale à -2 .

f. Placer le point A (200 ; 670) dans le repère de **l'annexe** et utiliser le résultat de la question e. pour tracer la tangente T en A à la courbe C représentant la fonction f.

g. Tracer la courbe C sur **l'annexe**.

3. **Exploitation**

a. Déterminer graphiquement pour quelle valeur de l'éclairement la résistance de la LDR est égale à 200 ohms. Laisser apparents les traits permettant la lecture graphique.

b. Retrouver le résultat précédent en résolvant l'équation :

$$200 = 1\,220\ e^{-0,003E}.$$

EXERCICE 2 **(6 points)**

Signal périodique

Un signal périodique *u*, de période T = 0,01s, est utilisé dans un magnétoscope : à tout instant *t*, en seconde, ce signal prend une valeur *u(t)*, en volt.

Sa représentation graphique sur l'intervalle $[0\,;0{,}01[$ est donnée en **annexe**.

1. Donner la valeur maximale $\hat{U}$ prise par le signal.
2. Tracer sur l'annexe la représentation graphique de *u* sur l'intervalle $[0{,}01\ ;\ 0{,}02[$ puis sur l'intervalle $[-0{,}02\ ;\ 0[$.
3. Le signal *u* est-il pair, impair, ni pair ni impair ? Justifier.
4. Le signal *u* est défini sur l'intervalle $[0\,;0{,}01[$ par :

$$u(t) = 4\cos(100\pi t) \quad \text{si } 0 \leq t < 0{,}005$$
$$u(t) = 0 \quad \text{si } 0{,}005 \leq t < 0{,}01.$$

On rappelle que la valeur moyenne du signal *u* est : $\bar{u} = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\,dt$.

a. Montrer que $\bar{u} = 400\int_0^{0{,}005} \cos(100\pi t)\,dt$.

b. Soit *v* la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;0{,}005]$ par $v(t) = \frac{1}{100\pi}\sin(100\pi t)$.

Calculer *v'(t)* où *v'* est la dérivée de la fonction *v*.

c. En déduire $\bar{u}$.

d. Vérifier que $\bar{u} = \frac{\hat{U}}{\pi}$.

<u>EXERCICE 3</u> (5 points)

Rapport d'onde stationnaire

Lors d'une réception par satellite, il apparaît une perte d'énergie due aux impédances de la parabole et du coaxial.

Le coefficient de réflexion R est le nombre complexe défini par $R = \dfrac{z - z'}{z + z'}$ où z est l'impédance complexe de la parabole et z' celle du coaxial.

1. On considère le cas particulier d'une installation où $z = 75$ et $z' = 46{,}6 - 20{,}3\mathrm{j}$.

   (j est le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$).

a. Donner la forme algébrique de $z_1 = z - z'$ et calculer le module ρ_1 de z_1.

   Arrondir à 10^{-2}.

b. Donner la forme algébrique de $z_2 = z + z'$ et calculer le module ρ_2 de z_2.

   Arrondir à 10^{-2}.

c. Montrer que le module de $R = \dfrac{z_1}{z_2}$ est $\rho = 0{,}28$ (valeur arrondie à 10^{-2}).

d. Le rapport d'onde stationnaire ROS est défini par : $\text{ROS} = \dfrac{1+\rho}{1-\rho}$.

   Calculer le ROS pour cette installation. Arrondir à 10^{-2}.

e. La norme préconise que le rapport d'onde stationnaire défini par

   $\text{ROS} = \dfrac{1+\rho}{1-\rho}$ soit inférieur à 2.

   L'installation respecte-t-elle cette norme ?

2. Dans le cas général, le module ρ du coefficient de réflexion R de l'installation est un nombre réel tel que $0 < \rho < 1$.

a. Montrer que l'inéquation $\dfrac{1+\rho}{1-\rho} \leq 2$, où $0 < \rho < 1$, se ramène à $3\rho \leq 1$.

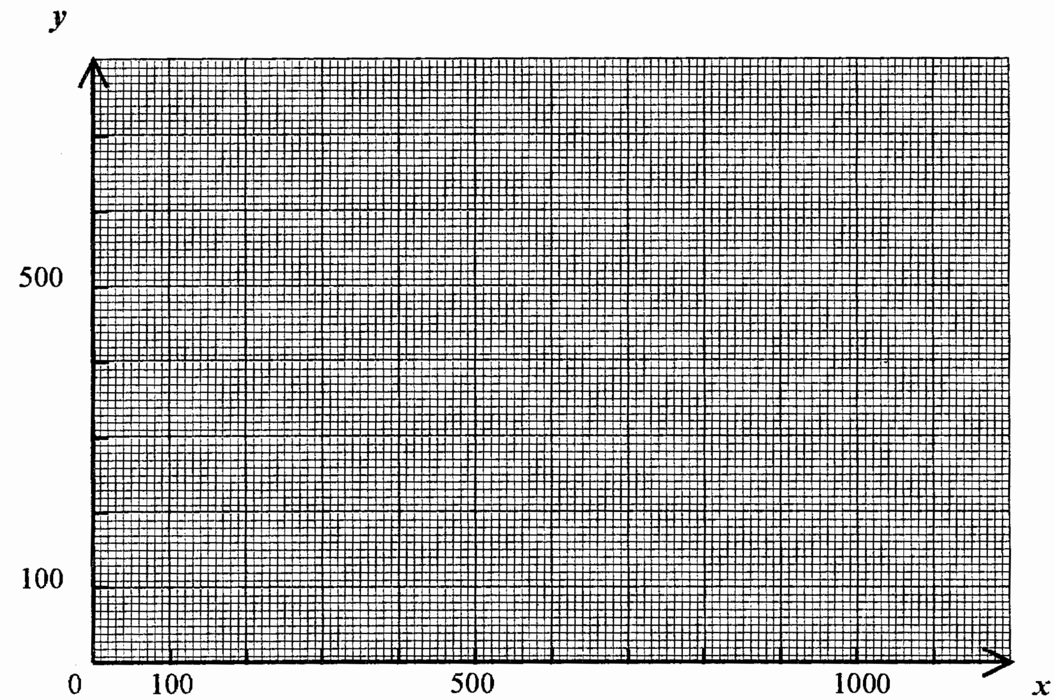
b. Quelle est la valeur maximum de ρ qui respecte la norme énoncée à la question 1. e. ?

Annexe (A rendre avec la copie)

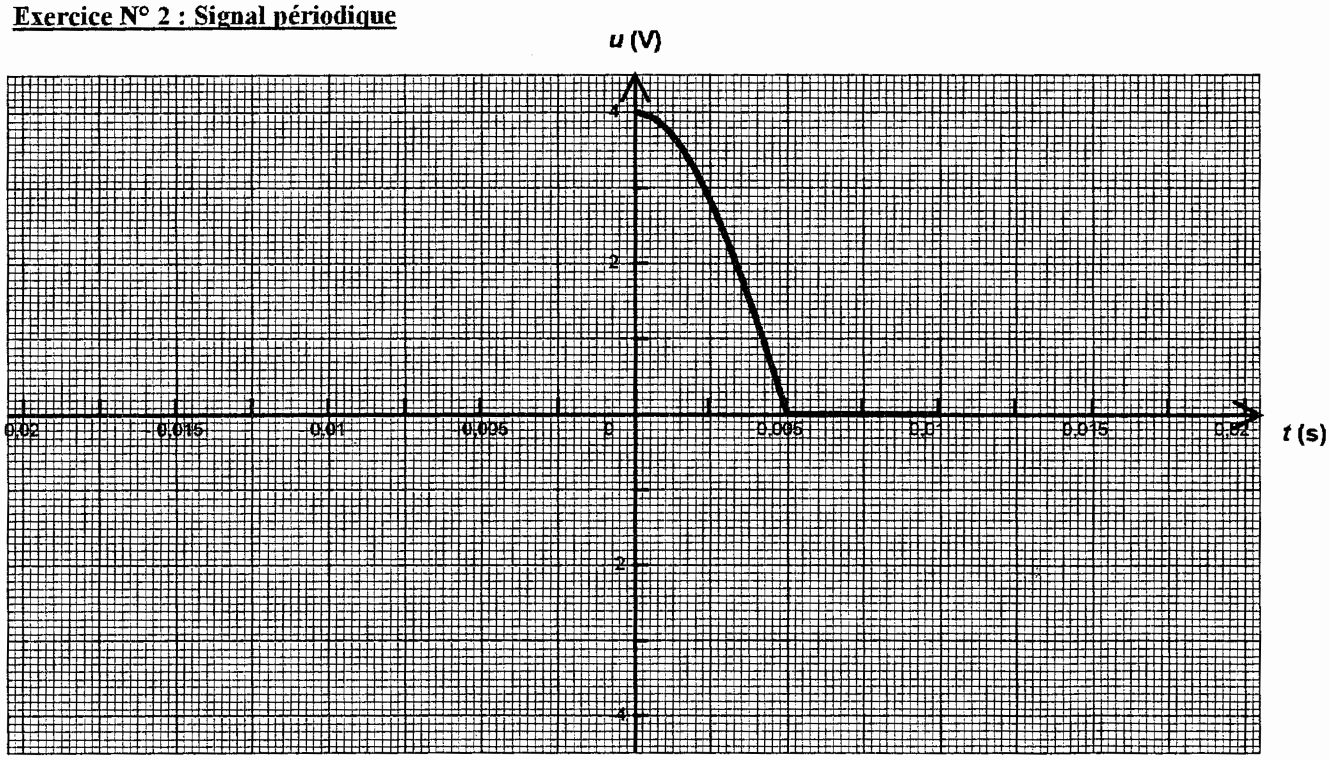
Exercice N° 1 : Etude de fonction

Tableau de valeurs

x	150	200	300	500	700	800	900	1000
$f(x)$		670		270	150		80	



Exercice N° 2 : Signal périodique



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Métiers de l'électricité
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n° 11 du 15 juin 1995

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$\ln x$	$1/x$
e^x	e^x
e^{ax+b}	$a\,e^{ax+b}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)\,v(x)$	$u'(x)\,v(x)+u(x)\,v'(x)$
$\dfrac{1}{u(x)}$	$-\dfrac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\dfrac{u(x)}{v(x)}$	$\dfrac{u'(x)\,v(x)-u(x)\,v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b \qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equations différentielles

$y' - ay = 0 \qquad y = k\,e^{ax}$

$y'' + \omega^2 y = 0 \qquad y = a\cos\omega x + b\sin\omega x$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad\;\;\; = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Nombres complexes ($j^2 = -1$)

forme algébrique	forme trigonométrique
$z = x + jy$	$z = \rho(\cos\theta + j\sin\theta)$
$\bar{z} = x - jy$	$\bar{z} = \rho(\cos\theta - j\sin\theta)$
$\lvert z\rvert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\rho = \lvert z\rvert$
	$\theta = \arg(z)$

Calcul vectoriel dans le plan

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \|\vec{v}\| . \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$;

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}$ bc $\sin \hat{A}$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume : Bh.

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume : $\frac{1}{3}$ Bh.

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_b^c f(t)dt$$

* $\int_a^b (f+g)(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_a^b g(t)dt$

* $\int_a^b kf(t)dt = k\int_a^b f(t)dt$