MÉTROPOLE - LA RÉUNION - MAYOTTE			Session 2006	
SUJET	Examen :	**BEP**	Coefficient	**selon spécialité**
	Spécialité :	**Secteur 1 : Productique et maintenance**	Durée :	**2h00**
	Épreuve :	**Mathématiques - Sciences Physiques**	Page	**1/9**

Ce sujet est composé de 9 pages numérotées de 1/9 à 9/9.

Le formulaire est en dernière page.

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

<u>Les candidats répondent sur une copie d'examen et joignent toutes les annexes.</u>

L'usage de la calculatrice est autorisé.

<u>Sont concernées les spécialités suivantes</u> :

- Carrosserie
- Conduite et service dans le transport routier
- Maintenance des systèmes mécaniques automatisés
- Maintenance des véhicules et du matériel à 6 dominantes :
  - *voitures particulières*
  - *véhicules industriels*
  - *motocycles*
  - *tracteurs et matériels agricoles*
  - *matériel de travaux publics et de manutention*
  - *matériel de parcs et jardins*
- Maintenance de véhicules automobiles :
  - *dominante C : bateaux de plaisance et pêche*
- Métiers de la mode et des industries connexes
- Mise en œuvre des matériaux, option matériaux métalliques moulés
- Mise en œuvre des matériaux, option plastiques et composites
- Mise en œuvre des matériaux, option céramiques
- Mise en œuvre des matériaux, option matériaux textiles
- Outillages à 2 dominantes :
  - *modelage mécanique*
  - *modèles et moules céramiques*
- Productique mécanique, option décolletage
- Métiers de la production mécanique informatisée
- Réalisation d'ouvrages chaudronnés et de structures métalliques

MATHÉMATIQUES (10 points)

Exercice 1. (4 points)

Voici la copie d'un texte publié sur l'Internet par la SNCF :

Tarif S. N. C. F. *Dans les Corail et les TER :*

Le prix plein tarif ***P*** *est généralement calculé en fonction de la longueur de l'itinéraire emprunté et selon la formule suivante :*

Prix plein tarif P = constante a + (prix kilométrique b x distance D)

Le prix obtenu est arrondi au décime d'euro supérieur.*
Les valeurs a et b dépendent de la distance selon le tableau ci-dessous établi pour un voyageur adulte.

Distance tarifaire D	Constante a		Prix kilométrique b	
	1ère classe	2nde classe	1ère classe	2nde classe
1 à 16 Km	0,8871	0,5914	0,2217	0,1478
17 à 32 Km	0,2853	0,1902	0,2468	0,1645
33 à 64 Km	2,3535	1,569	0,1817	0,1211
65 à 109 Km	3,2676	2,1784	0,1683	0,1122
110 à 149 Km	4,5686	3,0457	0,1595	0,1063
150 à 199 Km	8,8637	5,9091	0,1306	0,0871
200 à 300 Km	8,4984	5,6656	0,1325	0,0883
301 à 499 Km	14,9366	9,9577	0,1128	0,0752
500 à 799 Km	21,4905	14,3270	0,0995	0,0663
800 à 1999 Km	35,5940	23,7293	0,0833	0,0555

** un décime d'euro correspond à la dixième partie d'un euro*

Un exemple de calcul : *Voyage en 2nde classe*

Pour une distance D de 120 km (comprise entre 110 et 149 km) : a = 3,0457 ; b = 0,1063
Soit P le prix plein tarif à payer : P = 3,0457 + 0,1063 × 120 = 15,8017
Soit au décime d'euro supérieur (au dixième par excès) : 15,9 soit 15,90 €

1.1 - Calculer le prix plein tarif ***P*, au dixième d'euro par excès**, pour une distance D = **257 km** effectuée en 1ère classe.

1.2 - On souhaite réaliser une représentation graphique correspondant à la partie **[500km ; 799km]** du tableau ci-dessus pour des parcours en 2nde **classe**.
Pour cela, il va falloir tracer la représentation graphique de la fonction f de la variable x définie sur l'intervalle **[500 ; 799]** par $f(x) = 0{,}0663x + 14{,}3270$.

1.2.1 - Compléter le tableau de valeurs de **l'annexe 1, page 7/9 (à rendre avec la copie)**.

1.2.2 - Tracer la représentation graphique de la fonction f sur **l'annexe 1** en faisant figurer les points **A** et **B**.

1.3 – A l'aide du graphique tracé, et en laissant apparents les traits nécessaires à la lecture,

1.3.1 - Proposer :

- une valeur de $f(x)$ pour $x = 710$;
- une valeur de x pour laquelle $f(x) = 53$.

1.3.2 - En déduire :

- l'estimation du prix plein tarif P **(en euro)** en 2^{nde} classe pour une distance D **= 710 km** ;
- l'estimation de la distance D **(en kilomètre)** qu'il serait possible de parcourir, en 2^{nde} classe, pour un prix plein tarif P de **53 euros**.

Exercice 2. (6 points)

Etude d'un abri de quai de gare

Dans une gare, un quai a une largeur L **= 3,48 m**.
Un projet de couverture du quai est à l'étude.
Un schéma de la structure destinée à soutenir la toiture de la couverture de ce quai est proposé ci-dessous :

- **[BD]** représente la poutre de charpente destinée à supporter la toiture.
- **[AC]** est un tirant destiné à maintenir l'équilibre de la toiture.

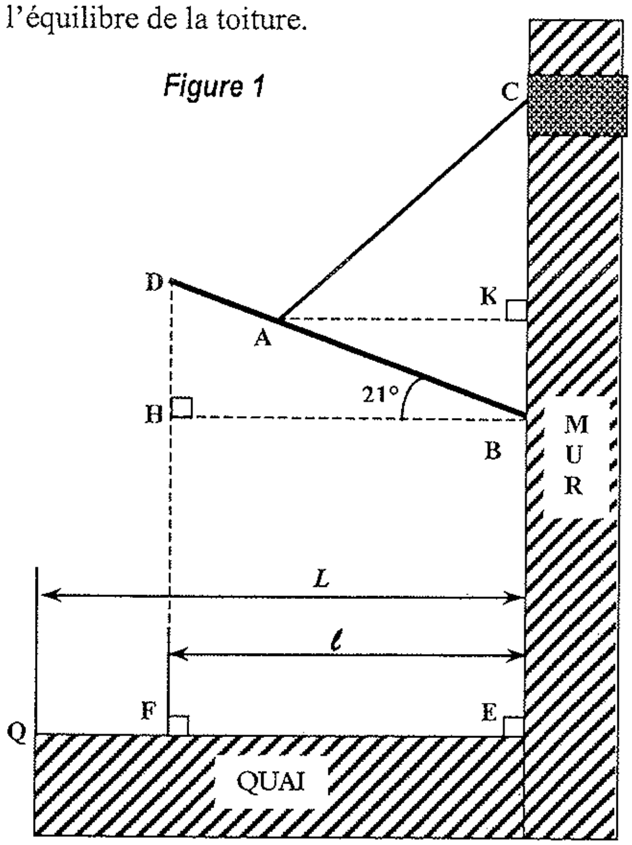
Pour des raisons techniques, un certain nombre de contraintes doivent être respectées :

Hauteur côté mur : BE = 2,34 m

Inclinaison de la toiture de l'abri par rapport à l'horizontale : $\widehat{DBH} = 21°$

Hauteur du point C, *point d'attache du tirant* [AC] *au mur* : EC = 4,63 m

Figure 1



Sur la figure les proportions ne sont pas respectées.

Les angles ont des valeurs exactes.

2.1 - Le projet prévoit que **75%** de la largeur L soit couverte.
Calculer, **en mètre**, la largeur ℓ de quai qui sera ainsi couverte.

2.2 - Hauteur FD de l'abri et longueur DB de la poutre.

2.2.1 - Justifier que le quadrilatère **EBHF** est un rectangle et donc que **BH = EF** et **HF = BE**.

2.2.2 - On prend **BH = 2,61 m.**
En utilisant une relation trigonométrique dans le triangle **BDH** rectangle en **H**, calculer, **en mètre**, la longueur **DH**. Arrondir résultat au centimètre.

2.2.3 - On prend **DH = 1 m.**
Calculer, **en mètre**, la hauteur **FD** de l'abri.

2.2.4 - En appliquant la propriété de Pythagore dans le triangle rectangle **BDH**, calculer, **en mètre**, la longueur **DB**. Arrondir le résultat au centimètre.

2.3 - Pour assurer le maintien de la poutre, le point d'attache **A** est tel que **AD + AB = 2,80m** et $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{5}$.

En utilisant les propriétés des proportions, calculer, **en mètre**, les longueurs **AD** et **AB**.

2.4 - La mesure, **en mètre**, de la longueur **AC** est donnée par la relation :

$$AC(m) = \sqrt{2^2 + 2{,}29^2 - (2 \times 2 \times 2{,}29 \times \cos 69°)}$$

Calculer la mesure **en mètre** de la longueur **AC**. Arrondir le résultat au centième.

SCIENCES PHYSIQUES (10 points)

Exercice 3. (5 points)

On étudie les actions mécaniques intervenant dans le maintien en équilibre de l'élément représenté par **[BD]**.
On fera ensuite le choix d'un diamètre Ø adapté pour le tirant représenté par **[AC]**.
Voir figure page 8/9.

On considère que l'élément représenté par **[BD]** a une masse totale M = **918 kg.**

3.1 - Calculer, **en newton,** la valeur P du poids de cet élément.
Arrondir le résultat à la dizaine.
On prendra **9,8 N/kg** comme valeur approchée de g.

3.2 - L'élément représenté par **[BD]** est maintenu en équilibre par trois actions mécaniques situées dans un même plan :

- le poids de l'élément représenté par **[BD]**, appliqué au point **G**, milieu de **[BD]** ;
- l'action exercée en **A** par le tirant représenté par **[AC]** selon la droite d'action **(AC)** ;
- l'action exercée en **B** par le mur (dont il faudra déterminer la direction).

Sur la partie ① de **l'annexe 2, page 8/9 (à rendre avec la copie),**

3.2.1 - Tracer la droite d'action du poids de l'élément représenté par **[BD]** ; elle coupe la droite d'action exercée par le tirant représenté par **[AC]** en un point **I**.

3.2.2 - Placer le point **I**.

3.2.3 - Tracer alors la droite d'action de l'action exercée par le mur au point **B**.

3.3 - Dans la suite du problème, on prendra : $P = 9\ 000$ **N**.
Les actions sont représentées par les forces (modèles mathématiques) suivantes :

- $\vec{P}$ qui représentera le poids de l'élément ;
- $\vec{T}$ qui représentera l'action exercée par le tirant **[AC]** ;
- $\vec{R}$ qui représentera l'action exercée par le mur au point **B**.

Sur la partie ② **de l'annexe 2**, $\vec{P}$ est déjà représenté.

3.3.1 - **Sur cette partie ②,** compléter le tracé du dynamique des forces.
Cette construction pourra se faire en traçant des parallèles aux droites d'action tracées à la **question 3.2.**

3.3.2 - Par lecture graphique, proposer une valeur T pour l'action exercée par le tirant **[AC]**.
(Rappel de l'unité graphique : 1 cm représente 1 000 N)

3.3.3 - **Sur l'annexe 2,** compéter **le tableau 1** des caractéristiques des actions.

3.3.4 - Toujours sur **l'annexe 2**, entourer dans **le tableau 2** le diamètre Ø le mieux adapté pour le tirant représenté par **[AC]**.

Exercice 4. (4 points)

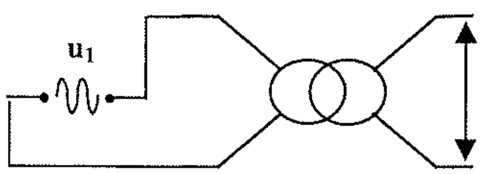
Formules utiles pour la résolution de l'ensemble de l'exercice 4.

$$U_{max} = U\sqrt{2} \quad ; \quad f = \frac{1}{T} \quad ; \quad P = UI$$

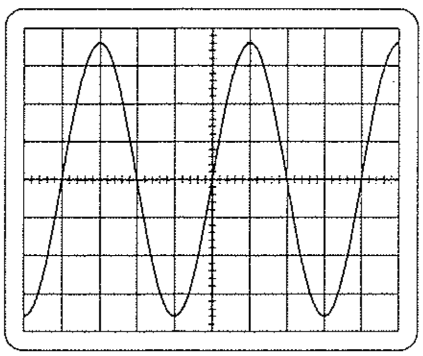
La SNCF décide de doter la station d'un éclairage de secours.
Voici la documentation accompagnant le produit :

> **Éclairage de secours ; *économique et pratique***
> *Alimentée par l'accu au plomb incorporé, elle peut fonctionner jusqu'à 6 heures indépendamment du secteur. Deux tubes lumineux puissants procurent un éclairage agréable et uniforme.*
> *En mode Stand-by, la lampe de secours se déclenche automatiquement.*
> ***Caractéristiques** : tension de fonctionnement : **230V secteur / 12V continu.***
> *Accu au plomb ne nécessitant pas d'entretien **12 V - 7,2 Ah.***
> *Deux tubes lumineux de **8 W** chacun.*
> *Dim : **400 x 75 x 85 mm. Poids : 1,7 kg.***

4.1 - À l'intérieur du dispositif lumineux se trouve un transformateur schématisé ci-dessous.



On relève l'oscillogramme de la tension u_2 :



sensibilité verticale : **5V par division**
sensibilité horizontale : **5 ms par division**

4.1.1 - A partir de l'oscillogramme, déterminer la valeur maximale U_{2max} **(en V)** de la tension électrique visualisée.

4.1.2 - Calculer, **en V**, la valeur de la tension électrique efficace U_2. Arrondir à 0,1 V.

4.1.3 - A partir de l'oscillogramme, déterminer la période T **(en ms)**, puis exprimer le résultat en seconde.

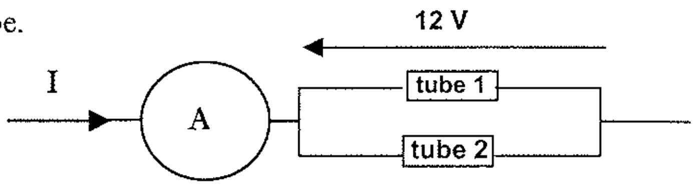
4.1.4 - Calculer, **en Hz**, la fréquence **f** du signal $\mathbf{u_2}$.

4.1.5 - Quel est le rôle du transformateur ?

4.2 - Si une panne d'électricité survient.
La batterie d'accumulateurs au plomb présente dans chaque lampe de secours va permettre le fonctionnement des tubes pour assurer l'éclairage de secours. Les tubes sont montés en dérivation.

4.2.1 - Indiquer, **en W**, la puissance P de chaque tube.

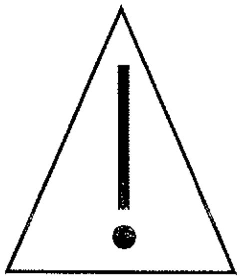
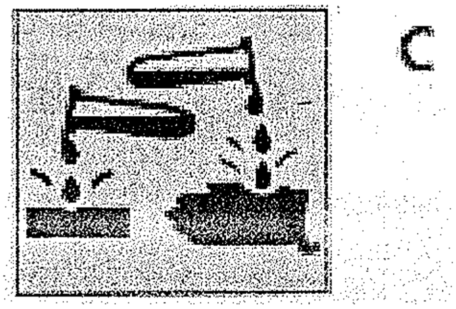
4.2.2 - Calculer, **en W**, la puissance P_T consommée par les deux tubes en fonctionnement.



4.2.3 - Calculer, **en A**, l'intensité I du courant électrique principal. Arrondir le résultat à 0,01 A. Les tubes sont considérés comme des dipôles purement résistifs.

Exercice 5. (1 point)

Sur une batterie " d'accu " au plomb de l'éclairage de secours figurent une indication et un pictogramme.

 ***DANGER*** **Contient de l'acide**	

5.1 - Préciser la signification du pictogramme.

5.2 - Parmi les ions proposés ci-dessous, recopier celui qui est responsable du caractère acide d'une solution.

$$\mathbf{OH^-} \quad ; \quad \mathbf{C\ell^-} \quad ; \quad \mathbf{H_3O^+} \quad ; \quad \mathbf{Na^+}$$

5.3 - Indiquer comment, par rapport à la valeur 7, se situe le pH d'une solution acide.

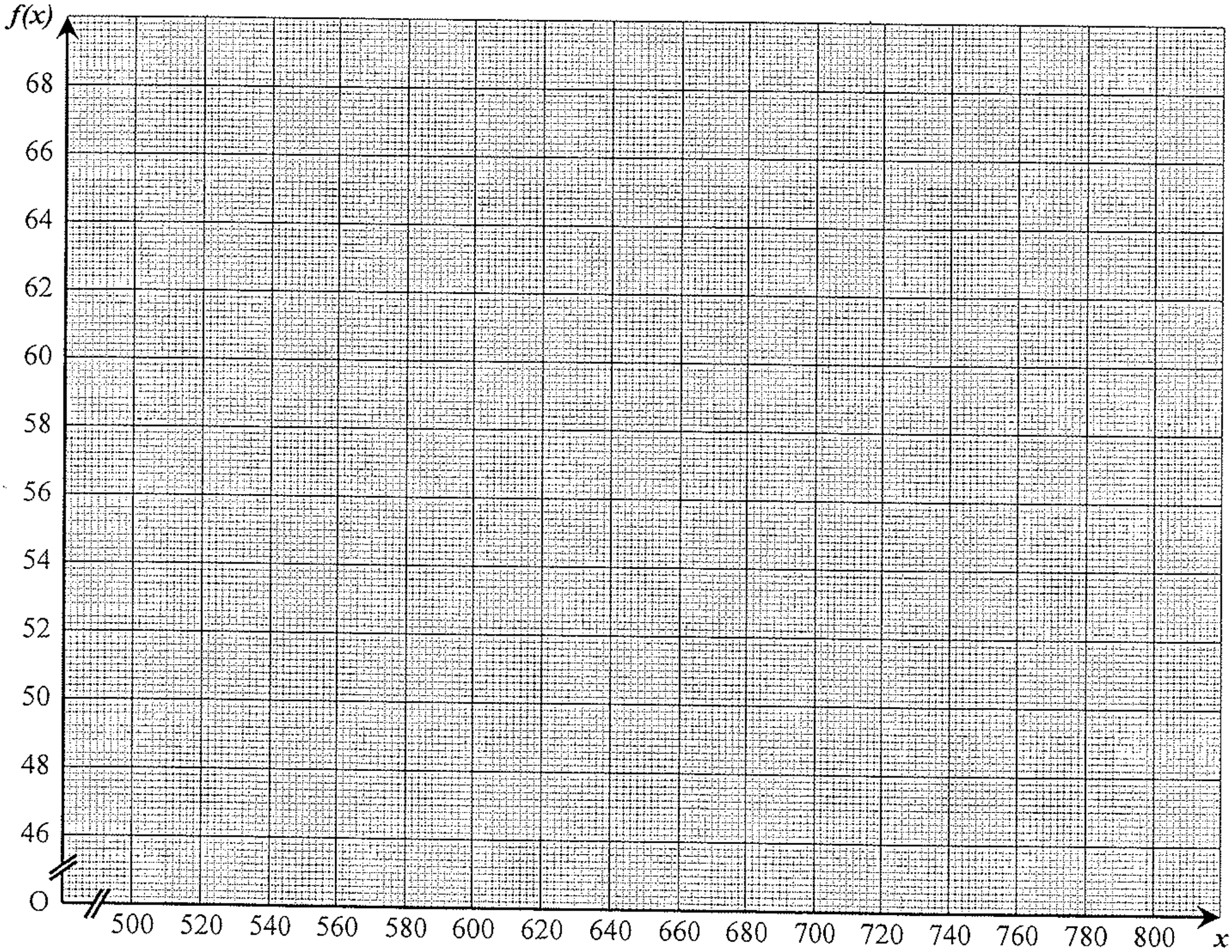
5.4 - Donner un procédé de détermination du pH d'une solution.

Annexe 1 à rendre avec la copie

Exercice 1. Question 1.2.1 : Tableau de valeurs - $f(x) = 0{,}0663x + 14{,}3270$

x	540	799
$f(x)$, arrondi au dixième		
Points de coordonnées $(x\,;f(x))$	**A**	**B**

Questions 1.2.2 et 1.3.1 : Représentation graphique de la fonction f et lectures.

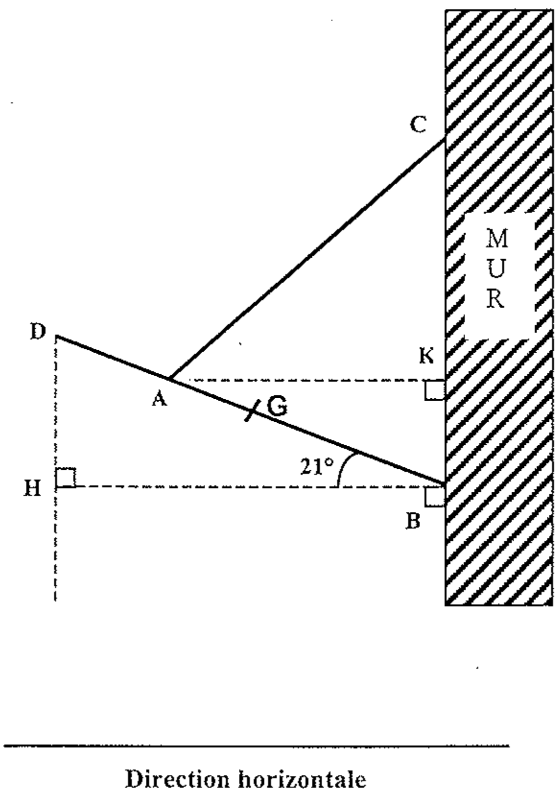


Annexe 2 à rendre avec la copie

Exercice 3

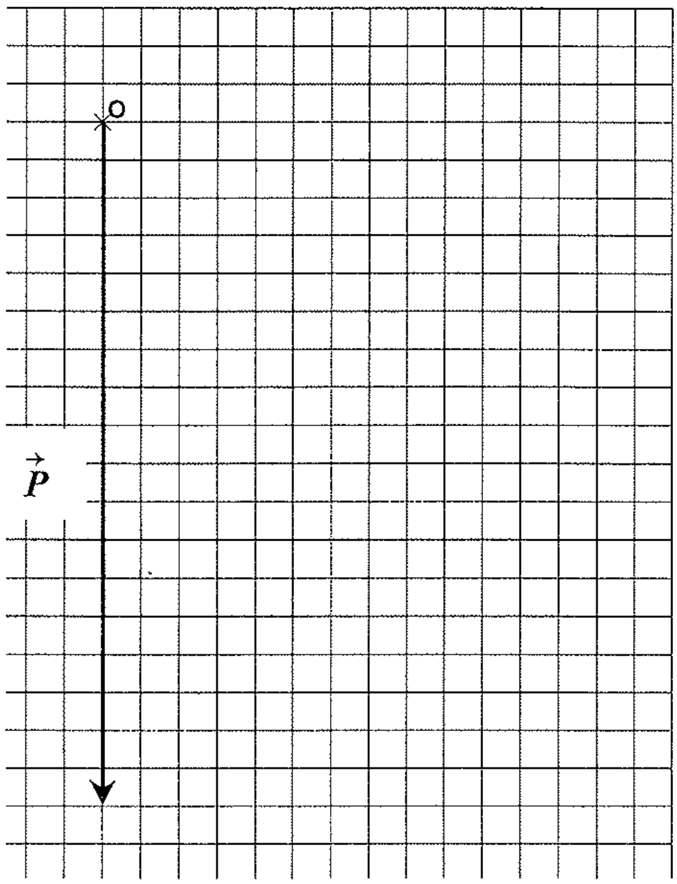
Question 3.2

Partie ①



Question 3.3.1 Unité graphique : 1 cm représente 1000 N

Partie ②



Question 3.3.2 – Détermination graphique de la valeur T : T =

Question 3.3.3 – Tableau 1 – Caractéristiques des actions agissant sur l'élément représenté par **[BD]**.

Actions Mécaniques	Point d'application	Droite d'action	Sens	Valeur en N	Forces Modèle mathématique
Poids		Verticale par G	Vers le bas	9 000	$\vec{P}$
Action du tirant représenté par [AC]					$\vec{T}$
action du mur					$\vec{R}$

Question 3.3.4 – Tableau 2 - Choix du diamètre du tirant représenté par **[AC]**.

Diamètre Ø du tirant (en mm)	15	20	24	30
Effort maximal supporté (en N)	6 000	7 500	10 000	18 000

Identités remarquables

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Puissances d'un nombre

$(ab)^m = a^m b^m$

$a^{m+n} = a^m a^n$

$(a^m)^n = a^{mn}$

Racines carrées

$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : U_1 ; raison : r

Terme de rang n :

$U_n = U_{n-1} + r$

$U_n = U_1 + (n-1)r$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : U_1 ; raison : q

Terme de rang n :

$U_n = U_{n-1}q$

$U_n = U_1 q^{n-1}$

Statistiques

Moyenne $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \ldots n_p x_p}{N}$$

Ecart type σ

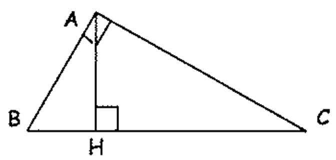
$$\sigma^2 = \frac{n_1(x_1-\bar{x})^2 + n_2(x_2-\bar{x})^2 + \ldots + n_p(x_p-\bar{x})^2}{N}$$

$$= \frac{n_1 x_1^2 + n_2 x_2^2 + \ldots + n_p x_p^2}{N} - \bar{x}^2$$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$AH.BC = AB.AC$

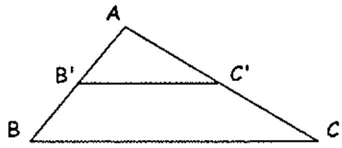


$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Enoncé de Thalès (relatif au triangle)

Si (BC) // (B'C')

alors $\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'}$



Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}Bh$

Parallélogramme : Bh

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Secteur circulaire angle α en degré : $\frac{\alpha}{360}\pi R^2$

Aires et volumes dans l'espace

- Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h:
  Volume : Bh
- Sphère de rayon R :
  Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$
- Cône de révolution ou pyramide d'aire de base B et de hauteur h :
  Volume : $\frac{1}{3}$ Bh

Position relative de deux droites

Les droites d'équations

$y = ax + b$ et $y = a'x + b'$

sont

- *parallèles si et seulement si* $a = a'$
- *orthogonales si et seulement si* $aa' = -1$

Calculs vectoriel dans le plan

$\vec{v}\left|\begin{matrix}x\\y\end{matrix}\right.$; $\vec{v}'\left|\begin{matrix}x'\\y'\end{matrix}\right.$; $\vec{v}+\vec{v}'\left|\begin{matrix}x+x'\\y+y'\end{matrix}\right.$; $\lambda\vec{v}\left|\begin{matrix}\lambda x\\\lambda y\end{matrix}\right.$;

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2}$

Trigonométrie

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$;

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit .

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\hat{A}$