B.T.S. Informatique et Réseaux pour l'Industrie et les Services Techniques

ÉPREUVE DE PHYSIQUE APPLIQUÉE

Session 2007

Durée 3 heures Coefficient 3

*Ce sujet est divisé en **trois** parties pouvant être traitées **indépendamment** les unes des autres et d'**une** synthèse.*

Le sujet comporte :
2 annexes,
1 formulaire,
2 documents-réponse à rendre avec la copie.

L'usage d'une calculatrice est autorisé.
(circulaire n°99-186 du 16-11-1999)

On s'intéresse à la réponse d'un système asservi de commande de la vitesse d'un moteur à courant continu.

PARTIE I (5 points)
Étude du moteur à courant continu et de son alimentation

I.1. Caractéristique du moteur.

La plaque signalétique de ce moteur à courant continu à aimant permanent porte les renseignements suivants :

tension d'induit :	$U = 260$ V	courant d'induit :	$I = 20$ A
fréquence de rotation :	$n = 1290$ tr.min^{-1}	puissance :	$P = 4{,}5$ kW

I.1.1. L'alimentation en tension de moteur est-elle du domaine TBT, BT ou HT ?

I.1.2. Indiquer la puissance utile nominale P_{un}.

I.2. Point de fonctionnement.

Le moteur doit soulever une charge qui impose un couple constant de moment : $Tr = 25$ Nm.
La caractéristique mécanique du moteur est représentée à la figure 1 du document-réponse 1.

I.2.1. Déterminer la fréquence de rotation à vide n_v.

I.2.2. Déterminer le point de fonctionnement mécanique (T_u, n).

I.3. Alimentation de la machine à courant continu.

La machine à courant continu est commandée par un convertisseur statique permettant un fonctionnement dans les quatre quadrants : la figure 2 de l'annexe 1 représente la caractéristique $\Omega = f(Tem)$ de la machine électrique dans les quatre quadrants.

On désigne par :

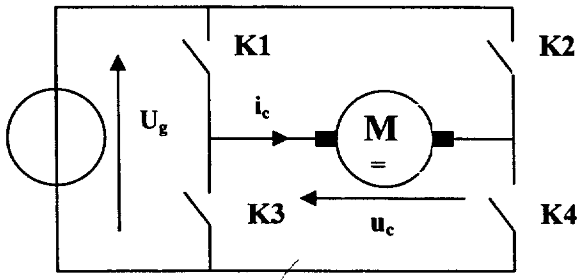
Ω, la vitesse angulaire de rotation de l'arbre moteur
Tem, le moment du couple électromagnétique.

I.3.1. Une machine à courant continu a un *fonctionnement réversible*. Que signifie cette expression ?

I.3.2. Quand cette machine fonctionne en moteur avec une vitesse de rotation positive, dans quel quadrant le point de fonctionnement se trouve-t-il ?

5

I.3.3. Le schéma ci-dessous représente la machine à courant continu associée à son convertisseur.



On désigne par :

Ug, la source de tension continue : Ug = 400 V

u_c, la tension aux bornes de l'induit du moteur

K1, K2, K3, K4, les interrupteurs commandés

I.3.3.1. Sur la fig.3 du document réponse 2, indiquer l'état « OUVERT » ou « FERMÉ » des interrupteurs pour une période de l'oscillogramme de $u_c(t)$.

I.3.3.2. Calculer la valeur moyenne $<u_c(t)>$ de la tension $u_c(t)$ correspondante.

I.3.4. Quand cette machine fonctionne en génératrice avec une vitesse de rotation négative, dans quel quadrant le point de fonctionnement se trouve-t-il ?
En déduire, dans ce cas, le signe de la valeur moyenne de la tension appliquée à l'induit de la machine.

I.4. Étude de la réponse du moteur en régime permanent.

I.4.1. Réponse indicielle.

On veut mettre en évidence la relation entre la vitesse de rotation $\Omega(t)$ du moteur et la tension de commande $u_c(t)$ de l'induit. Pour cela, on se propose d'exploiter l'enregistrement de la réponse vitesse de rotation à une entrée échelon de tension de hauteur 260 V (voir la figure 4 du document-réponse 1).

I.4.1.1. À partir de cette réponse indicielle justifier que le système est d'ordre 1.

I.4.1.2. La relation entre $\Omega(t)$ et $u_c(t)$ est du type : $\Omega(t) + \tau \dfrac{d\Omega}{dt} = H_0\, u_c(t)$

I.4.1.2.1. Sur la figure 4 du document-réponse 1, effectuer la construction graphique permettant de déterminer la constante de temps τ du système. Indiquer sa valeur numérique.

I.4.1.2.2. Déterminer la valeur finale $\Omega_1 = \lim\limits_{t \to +\infty} \Omega(t)$ de la vitesse de rotation du moteur correspondant au régime permanent. En déduire la valeur de H_0.

I.4.2. Réponse à une tension périodique.

Ce moteur, de constante de temps τ = 50 ms, est alimenté par une tension $u_c(t)$ périodique dont le spectre d'amplitude est donné à la figure 5 de l'annexe 1.

I.4.2.1. Quelle est la valeur moyenne de $u_c(t)$?

I.4.2.2. Quelle est la fréquence du fondamental de $u_c(t)$? En déduire la période T de $u_c(t)$.

I.4.2.3. Expliquer pourquoi la vitesse de rotation du moteur reste constante bien que la tension de commande $u_c(t)$ varie en fonction du temps.

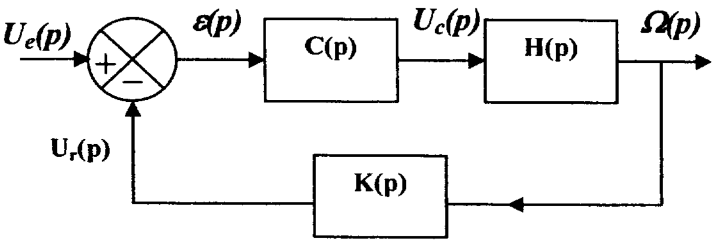
PARTIE II (6 points)
Système asservi à correction analogique

Sur le schéma bloc de l'asservissement de la vitesse de rotation du moteur représenté ci-dessous, les notations employées sont les suivantes :

$U_e(p)$, $U_c(p)$, $U_r(p)$ sont les transformées de Laplace respectives des tensions : $u_e(t)$, $u_c(t)$, $u_r(t)$

$\varepsilon(p)$ est la transformée de Laplace de la tension d'erreur : $\varepsilon(t) = [u_e(t) - u_r(t)]$

$\Omega(p)$ est la transformée de Laplace de la vitesse angulaire $\Omega(t)$.



On donne :

Fonction de transfert du moteur :

$$H(p) = \frac{\Omega(p)}{U_C(p)} = \frac{Ho}{1+\tau\, p}$$

avec :

$H_0 = 0{,}54\ rad.s^{-1}.V^{-1}$

$\tau = 50\ ms$

Fonction de transfert du correcteur :

$C(p) = C$

Fonction de transfert du capteur :

$K(p) = K$ avec $K = 1\ V.s.\,rad^{-1}$

II.1. Étude en boucle fermée.

II.1.1. Citer un capteur permettant de réaliser la chaîne de retour.

II.1.2. La transmittance isomorphe en boucle fermée du système est définie par :

$$T_{BF}(p) = \frac{\Omega(p)}{U_e(p)}$$

II.1.2.1. Établir l'expression littérale de $T_{BF}(p)$

II.1.2.2. En déduire qu'elle peut se mettre sous la forme : $T_{BF}(p) = \dfrac{T_{01}}{1+\tau_1 p}$

Préciser les expressions de T_{01} et τ_1 en fonction de H_0, C, K et τ.

II.2. Application à la réponse indicielle.

La tension $u_e(t)$ appliquée à l'entrée du système est un échelon de tension :

$u_e(t) = 0$ pour $t < 0$ et $u_e(t) = U_e = 100\ V$ pour $t \geqslant 0$

II.2.1. Détermination de la vitesse de rotation en régime permanent.

On rappelle que $\Omega(p)$ désigne la transformée de Laplace de la réponse en vitesse $\Omega(t)$ à cet échelon.

II.2.1.1. Donner l'expression littérale de la transformée de Laplace de la tension $u_e(t)$.

II.2.1.2. Montrer que $\Omega(p)$ peut se mettre sous la forme : $\Omega(p) = \dfrac{a}{p(1+b\,p)}$

Préciser les expressions littérales de a et b.

II.2.1.3. En déduire l'expression littérale de $\Omega(t)$ en fonction de a et de b.

II.2.1.4. Le correcteur est réglé à C = 2,31. Calculer la valeur numérique de la vitesse angulaire Ω_2 en régime permanent définie par : $\Omega_2 = \lim\limits_{t \to +\infty} \Omega(t)$

II.2.2. Détermination de la précision du système.

On rappelle que l'erreur est définie par la relation : $\varepsilon(t) = [u_e(t) - u_r(t)]$ et que $\varepsilon(p)$ désigne sa transformée de Laplace.

II.2.2.1. Montrer que $\varepsilon(p)$ peut s'écrire : $$\varepsilon(p) = \frac{U_e(p)}{1 + C(p)\ K(p)\ H(p)}$$

II.2.2.2. L'erreur en régime permanent est définie par $\lim\limits_{t \to +\infty} \varepsilon(t)$

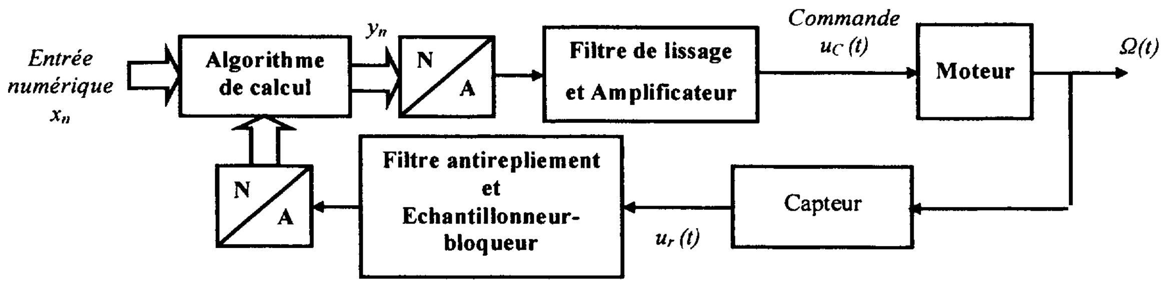
En appliquant le théorème de la valeur finale (voir formulaire), établir l'expression littérale de cette limite.

II.2.2.3. Sur quel paramètre de l'asservissement peut-on agir pour augmenter la précision du système ?

PARTIE III (8 points)
Étude d'un correcteur numérique

Le schéma fonctionnel ci-dessous représente un système asservi de commande de la vitesse $\Omega(t)$ d'un moteur comportant un correcteur numérique.

Ce moteur, commandé par la tension $u_C(t)$ est modélisé par un système du premier ordre de transmittance statique H_0 et de constante de temps τ.



III.1. Caractéristiques du correcteur.

III.1.1. Citer l'élément de ce schéma fonctionnel qui permet la souplesse de réglage du correcteur. En quoi cet élément apporte-t-il un avantage par rapport à un correcteur analogique ?

III.1.2. La valeur de la constante de temps τ du moteur à courant continu à aimant permanent utilisé est $\tau = 50$ ms et l'on estime que ce moteur atteint son régime permanent au bout d'un temps égal à 3τ. On désire obtenir au moins 10 échantillons au cours de la réponse transitoire.

Déterminer la fréquence d'échantillonnage minimale f_e à utiliser.

III.1.3. Indiquer le rôle du filtre anti-repliement et celui du filtre de lissage. Préciser, dans chaque cas, la nature du filtre : passe-bas ? passe-haut ? passe-bande ?

III.1.4. La caractéristique du Convertisseur Analogique Numérique (CAN) utilisé est donnée à la figure 6 de l'annexe 2.

III.1.4.1. Déterminer la tension de pleine échelle du convertisseur.

III.1.4.2. Déterminer la valeur du quantum de ce convertisseur.

III.1.4.3. En déduire le nombre de bits utilisés.

III.1.5. La fréquence d'échantillonnage utilisée est : $f_e = 100$ Hz.

III.1.5.1. Déterminer le temps de conversion T_c maximal du Convertisseur Analogique Numérique (CAN) utilisé.

III.1.5.2. Donner l'ordre de grandeur de la fréquence de coupure f_c du filtre anti-repliement nécessaire si ce dernier est considéré comme parfait.

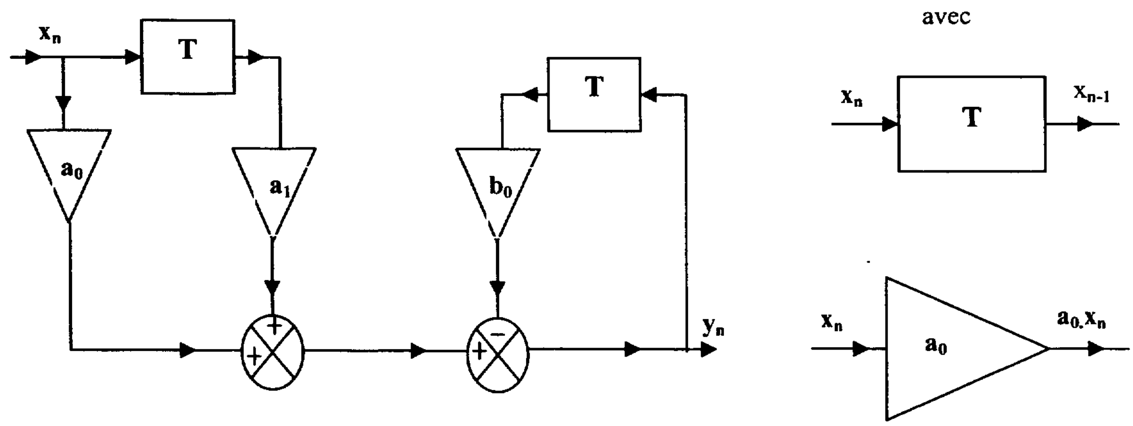
III.2. Exploitation de la loi de commande (ou relation de récurrence).

Sur le schéma-bloc ci-dessous qui représente la loi de commande, on désigne par :

$\{x_n\}$ la séquence de nombres appliquée à l'entrée du calculateur

$\{y_n\}$ la séquence de nombres obtenue en sortie de $\{x_n\}$ et $\{y_n\}$

$X(z)$ et $Y(z)$ les transformées en z respectives.



III.2.1. Exploitation du schéma-bloc.

III.2.1.1. Établir l'expression de la loi de commande donnant les nombres y_n en fonction des nombres x_n.

III.2.1.2. L'algorithme est-il récursif ou non récursif ? Justifier la réponse.

III.2.2. Exploitation de la réponse impulsionnelle de l'algorithme.
La figure 7 de l'annexe 2 représente la réponse à une impulsion de ce calculateur.

III.2.2.1. L'algorithme de la réponse impulsionnelle conduit-il à une réponse impulsionnelle infinie (R.I.I) ou à une réponse impulsionnelle finie (R.I.F) ? Justifier la réponse.

III.2.2.2. Donner les valeurs y_0 , y_1 puis y_2 prises par le nombre y_n en sortie du calculateur pour les rangs : $n = 0$, $n = 1$ puis $n = 2$.

III.3. Étude de la réponse du moteur en régime permanent.

L'algorithme de calcul permet de régler la tension de commande $u_c(t)$ du moteur. En régime permanent on a :

$$uc(t) = Uc$$

Le CNA et l'amplificateur de la chaîne directe permettent d'obtenir la relation :

$$U_C = D\, y(\infty) \qquad \text{avec} \qquad D = 1/2 \text{ volt}$$

On rappelle que l'opération retard d'une période d'échantillonnage correspond à une multiplication par z^{-1} dans la transformée en z : $Z\{x_{n-1}\} = z^{-1} Z\{x_n\}$

On désigne par $H(z)$ la transmittance en z de l'algorithme ; elle est définie par : $H(z) = \dfrac{Y(z)}{X(z)}$

La loi de commande utilisée est : $\boldsymbol{y_n = 2{,}5\, x_n + 3\, x_{n-1} - 0{,}8\, y_{n-1}}$

III.3.1. Montrer que $H(z)$ la transmittance en z de l'algorithme peut se mettre sous la forme :

$$H(z) = \frac{3 + 2{,}5\, z}{0{,}8 + z}$$

III.3.2. La séquence d'entrée $\{x_n\}$ est une séquence échelon de hauteur 100. On rappelle que $X(z)$ *et* $Y(z)$ sont les transformées en z des séquences d'entrée $\{x_n\}$ et de sortie $\{y_n\}$.

III.3.2.1. Déterminer l'expression de $X(z)$ et celle de $Y(z)$.

III.3.2.2. Déterminer la valeur finale $y(\infty)$ prise par la sortie y_n de l'algorithme lorsque $n \to \infty$ en réponse à cette séquence échelon $\{x_n\}$.

III.3.2.3. On se propose de déterminer la valeur Ω_3 de la vitesse de rotation Ω (t) en régime permanent correspondant à la valeur finale $y(\infty)$ prise par la sortie de l'algorithme.

On rappelle que le moteur se comporte comme un système du premier ordre de transmittance statique $H_0 = 0{,}54$ rad.s^{-1}.V^{-1} et de constante de temps $\tau = 50$ ms.

Quelle est, dans ce cas la valeur de Uc ?
En déduire la valeur de la vitesse de rotation Ω_3 du moteur en régime permanent.

PARTIE IV (1point)
Synthèse

On définit l'erreur de sortie $\Delta\Omega$ par la relation : $\Delta\Omega = \Omega_{\text{idéal}} - \Omega(\infty)$

La vitesse idéale $\Omega_{\text{idéal}}$ correspondant à l'échelon de tension de commande est : $\Omega_{\text{idéal}} = 100$ rad.s^{-1}

On désire comparer la précision du système avec correcteur proportionnel conduisant à $\Omega(\infty) = \Omega_2$ dans la partie II, à la précision du système avec correcteur proportionnel et intégral conduisant à $\Omega(\infty) = \Omega_3$ dans la partie III.

IV.1. Calculer l'erreur dans les deux cas.

IV.2. Lequel des deux correcteurs assure-t-il la meilleure précision au système asservi de commande de vitesse de ce moteur à courant continu ?

ANNEXE 1

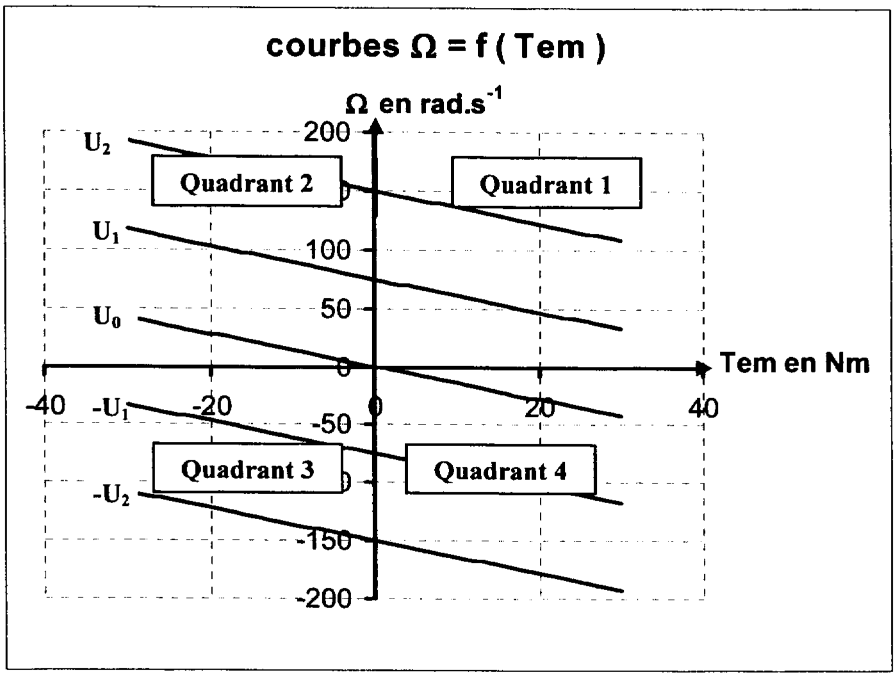


Figure 2

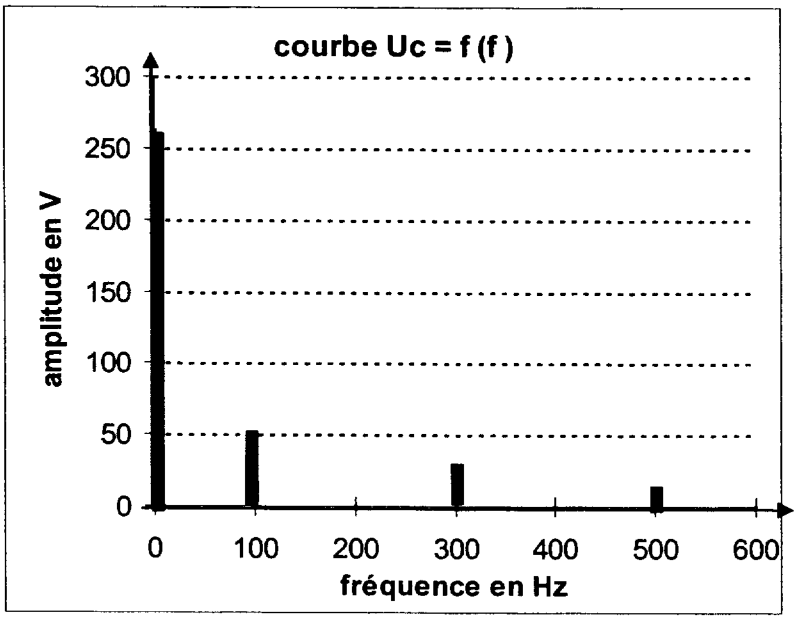


Figure 5

ANNEXE 2

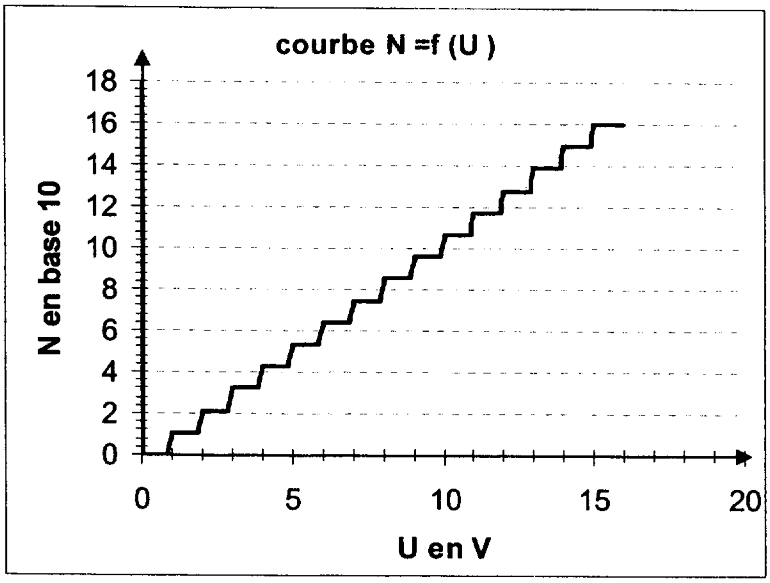


Figure 6

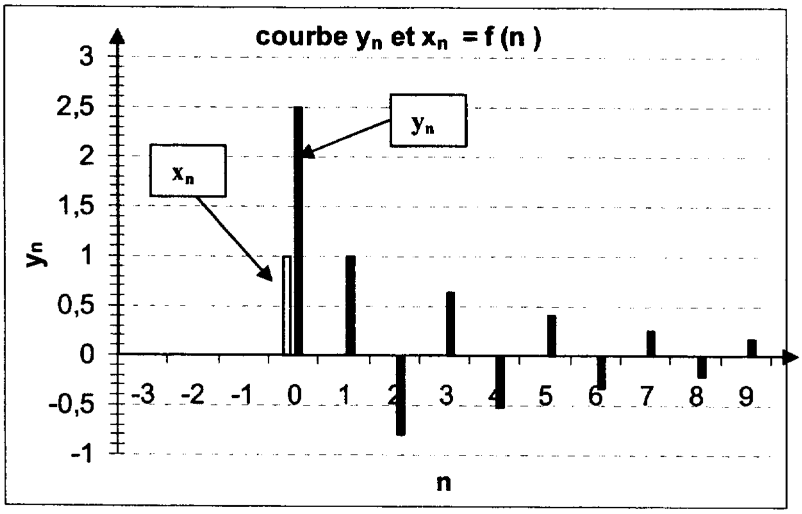


Figure 7

FORMULAIRE

PROPRIÉTÉS DES TRANSFORMÉES DE LAPLACE	
Théorème de la valeur initiale : $\lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{p \to \infty} p\,F(p)$ Théorème de la valeur finale : $\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{p \to 0} pF(p)$	
TABLE DES TRANSFORMÉES DE LAPLACE	
f(t)	**F(p)**
Impulsion unité : $\delta(t)$	1
Echelon unité : $\Gamma(t)$	$\frac{1}{p}$
Rampe : at	$\frac{a}{p^2}$
$1 - e^{(-t/\tau)}$	$\frac{1}{p(1+\tau p)}$
PROPRIÉTÉS DES TRANSFORMÉES EN Z	
Théorème de la valeur initiale : $x_0 = \lim_{Z \to 1} X(z)$ Théorème de la valeur finale : $\lim_{n \to +\infty} x_n = \lim_{Z \to 1} (z-1)X(z)$	
TABLE DES TRANSFORMÉES EN Z	
$\{x_n\}$	**X(z)**
Séquence impulsion unité: $\{\delta_n\}$	1
Séquence échelon unité : $\{\Gamma n\}$	$\frac{z}{z-1}$
Séquence rampe : $\{a_n Te\}$	$a.T_E \frac{z}{(z-1)^2} = aT_E \frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$

DOCUMENT RÉPONSE 1 : À RENDRE AVEC LA COPIE

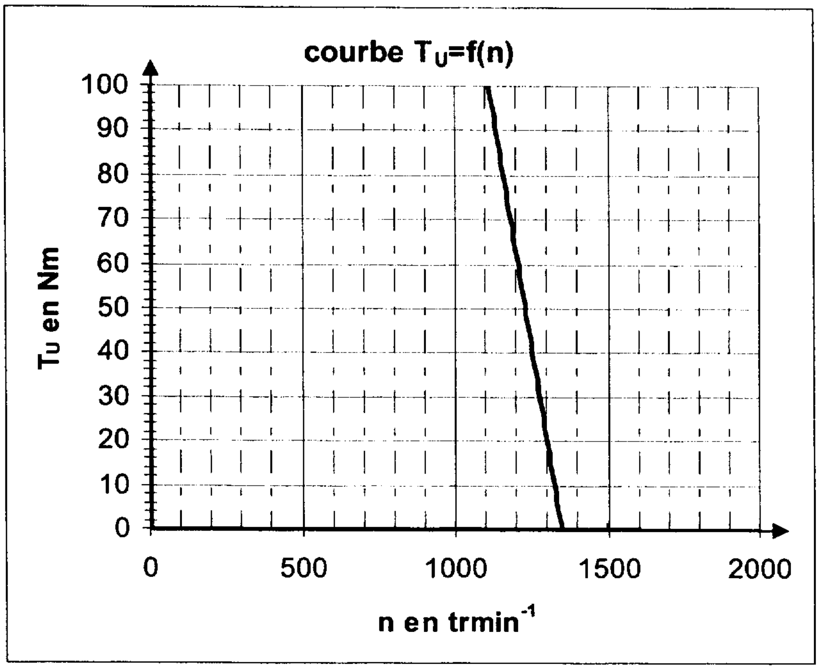


Figure 1

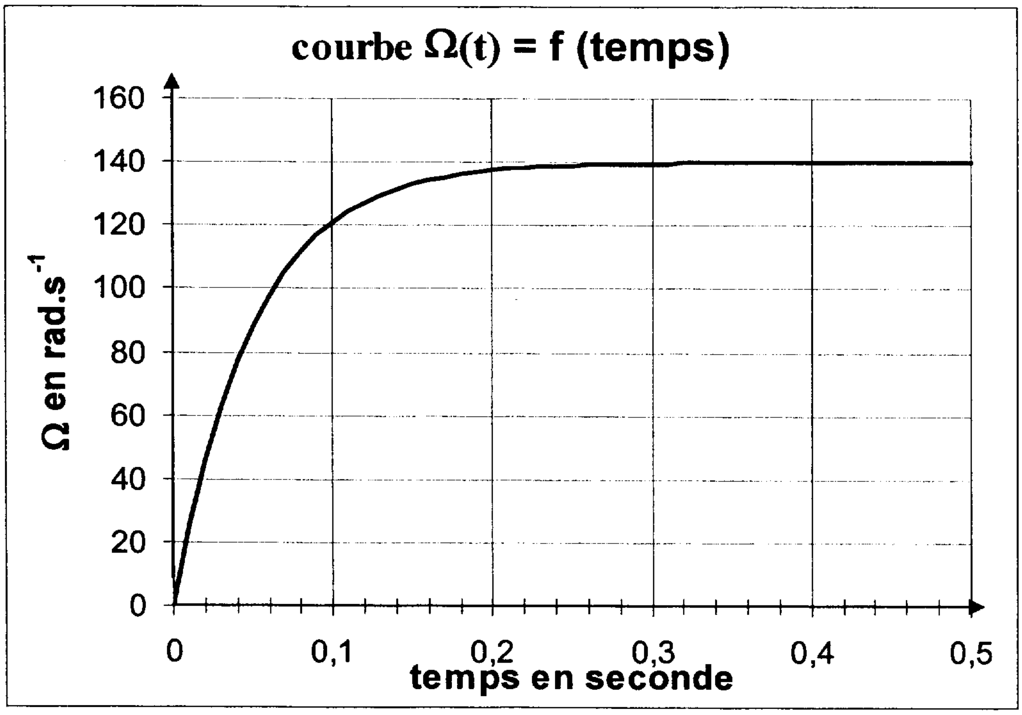
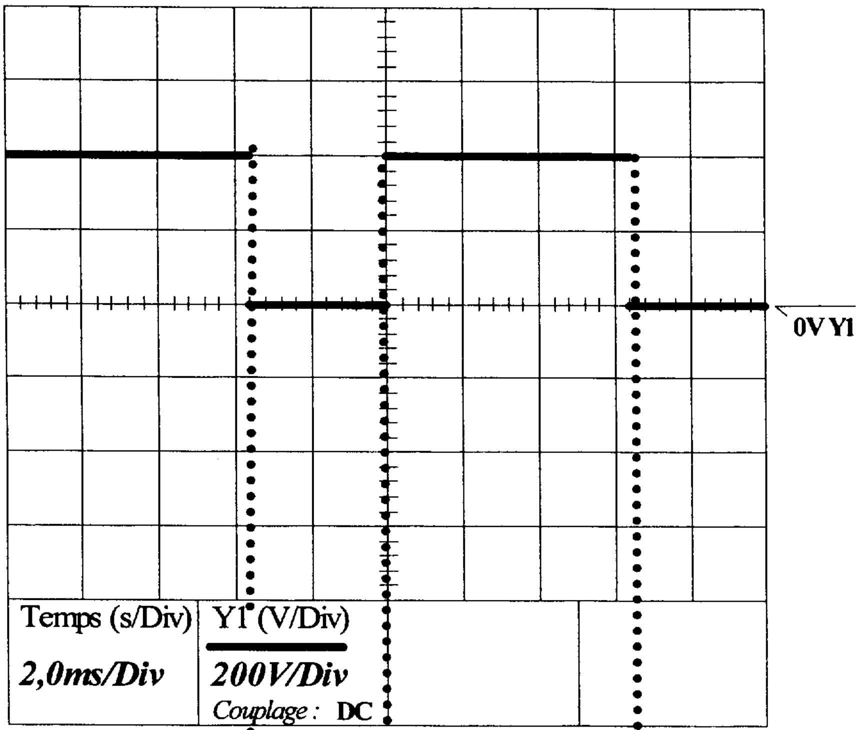


Figure 4

DOCUMENT RÉPONSE 2 : À RENDRE AVEC LA COPIE



Fonctionnement en moteur	
État de K1	
État de K2	
État de K3	
État de K4	

Figure 3