

CORRIGE

- **Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.**

VEHICULE PROTOTYPE CLEVER

1° partie comportement en virage pour les véhicules « classique » et « étroit » à 4 roues

1.1.1 $v = \dot{\theta} \cdot r = \omega \cdot r$ tracé vitesse $\overrightarrow{v_{G/2/1}}$ sur feuille 3

1.1.2 $a_t = \alpha \cdot r = \frac{d^2\theta}{dt^2} \cdot r = \ddot{\theta} \cdot r$ $a_n = \omega^2 \cdot r = \dot{\theta}^2 \cdot r$ tracé $\overrightarrow{A_{G/2/1}}$ sur feuille 3

1.2.1 $\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B} + \overrightarrow{P} = m \cdot \overrightarrow{a_G} \Rightarrow Y_A + Y_B = m \cdot a_n$ (1) $Z_A + Z_B - m \cdot g = 0$ (2)

$\overrightarrow{M_G(A)} + \overrightarrow{M_G(B)} + \overrightarrow{M_G(P)} = \vec{0} \Rightarrow Z_A \cdot \frac{b}{2} + (Y_A + Y_B) \cdot h - Z_B \cdot \frac{b}{2} = 0$ (3)

1.2.2 Glissement : $\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{Y_A + Y_B}{Z_A + Z_B} = \frac{m \cdot a_n}{m \cdot g}$ et $Y_A = \mu_t \cdot Z_A$ (4) et $Y_B = \mu_t \cdot Z_B$ (5) $\Rightarrow a_n = \mu_t \cdot g$

$a_n = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{r \cdot \mu_t \cdot g} = 13,3 \text{ m/s}$ soit 47,8 km/h

(1) et (2) ds (3) $\Rightarrow Z_A = \frac{m \cdot g}{2} - m \cdot a_n \cdot \frac{h}{b}$ et $Z_B = \frac{m \cdot g}{2} + m \cdot a_n \cdot \frac{h}{b}$

1.2.3 Renversement : $a_n = \frac{g \cdot b}{2 \cdot h}$

$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{r \cdot g \cdot b}{2 \cdot h}} = 14,8 \text{ m/s}$ soit 53,2 km/h

1.2.4 voir tableau feuille 3

Pour les rayons de 50 et 20 m, le véhicule « classique » glisse avant de se retourner.

1.3 voir tableau feuille 3

Pour les rayons de 50 et 20 m, le véhicule « étroit » se retourne avant de glisser, c'est dangereux.

2° partie comportement en virage d'un véhicule Clever à cabine inclinable

2.1.1 Renversement $\Rightarrow a_n \leq g \cdot \frac{b/2 + e \cdot \sin\beta}{k + e \cdot \cos\beta}$

$\beta = 15^\circ : a_n = 9,8 \text{ m/s}^2$ $\beta = 45^\circ : a_n = 16,4 \text{ m/s}^2$

$\beta = 15^\circ$ $r = 50 \text{ m}$ $v = 22 \text{ m/s}$ soit 79,2 km/h

$\beta = 45^\circ$ $r = 20 \text{ m}$ $v = 18,1 \text{ m/s}$ soit 65,1 km/h

2.1.2 Comportement

Dès que la cabine la cabine s'incline au-delà de 15° (12° exactement) le véhicule Clever glisse avant de se retourner, d'où l'intérêt du Clever : il présente la géométrie du véhicule « étroit » et sécurité du véhicule « classique ».

2.2.1 On isole le véhicule Clever.

On fait le bilan des actions extérieures

$$\left\{ \tau_{(1A \rightarrow 2)} \right\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} = \begin{Bmatrix} 0 & 77,5 \cdot Z_A + 506 \cdot Y_A \\ Y_A & 820 \cdot Z_A \\ Z_A & -820 \cdot Y_A \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$$

$$\left\{ \tau_{(1B \rightarrow 2)} \right\}_B = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ Z_B & 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} = \begin{Bmatrix} 0 & -757,5.Z_B + 506.Y_B \\ Y_B & 820.Z_B \\ Z_B & -820.Y_B \end{Bmatrix}_G_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$$

$$\left\{ \tau_{(1D \rightarrow 2)} \right\}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_D & 0 \\ Z_D & 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} = \begin{Bmatrix} 0 & -340.Z_D + 506.Y_D \\ Y_D & -1630.Z_D \\ Z_D & 1630.Y_D \end{Bmatrix}_G_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$$

$$\left\{ \tau_{(terre \rightarrow 2)} \right\}_G = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m_T \cdot g & 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$$

$$\text{torseur dynamique : } \left\{ D_{(2 \rightarrow R_g)} \right\}_G = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ m_T \cdot a_n & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$$

$$Y_A + Y_B + Y_D = m_T \cdot a_n \quad (2)$$

$$Z_A + Z_B + Z_D - m \cdot g = 0 \quad (3)$$

$$77,5 Z_A - 757,5 Z_B - 340 Z_D + 506 \cdot (Y_A + Y_B + Y_D) = 0 \quad (4)$$

$$820 (Z_A + Z_B) - 1630 Z_D = 0 \quad (5)$$

$$-820 (Y_A + Y_B) + 1630 Y_D = 0 \quad (6)$$

2.2.2 Prototype Clever, (solution pour $a_n = 8,82 \text{ m/s}^2$) : les coordonnées des actions de contact sont positives, la solution est possible.

Véhicule « étroit » de même géométrie (équivalent au Clever sauf $\beta = 0$) :

- Solution pour $a_n = 8,82 \text{ m/s}^2$ les coordonnées en A sont négatives, la solution est impossible.

- Solution pour $a_n = 4,2 \text{ m/s}^2$ les coordonnées en A sont nulles, c'est le début du renversement, et la vitesse v pouvant être atteinte est très inférieure à celle du Clever.

3° partie Système d'inclinaison CLEVER

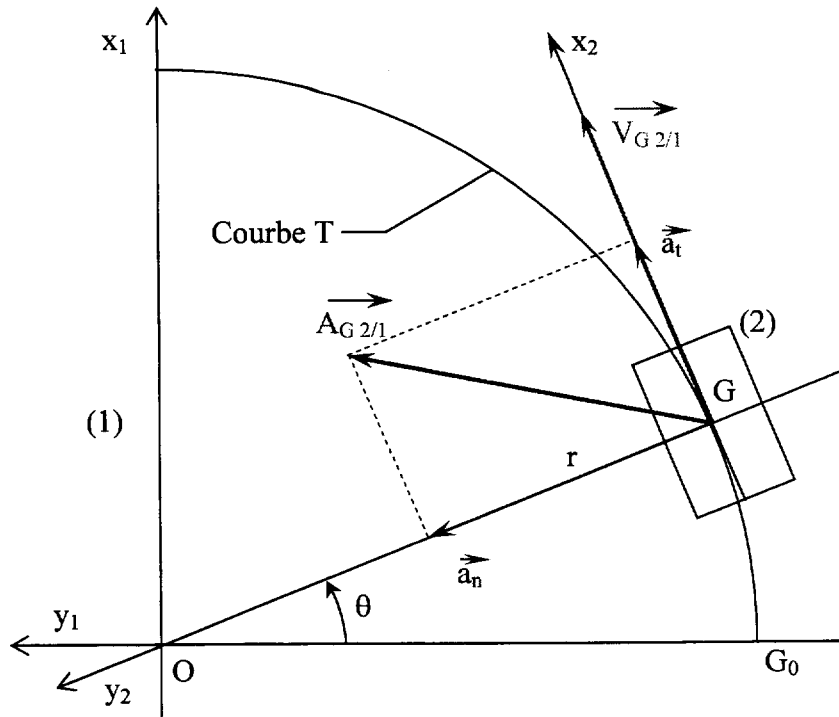
$$3.1 \quad \dot{\beta} = \frac{\pi^2}{6} \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right) \quad P_{CAB} = L_E \cdot \dot{\beta}(t) = (-m_3 \cdot g \cdot e \cdot \sin\beta + m_3 \cdot e^2 \cdot \ddot{\beta}) \cdot \left(\frac{\pi^2}{6} \cos\left(\frac{2\pi}{3}t\right)\right)$$

3.2 Pour l'inclinaison Maxi $\beta = 0,78 \text{ rad} = 45^\circ$ d'un côté :

le moment est Maxi $|L_E| = 1,25 \text{ kNm}$ car l'inclinaison β est Maxi ($\sin \beta$ est Maxi, ainsi que $\ddot{\beta}$)

la puissance P_{CAB} est nulle car β s'inverse, β est alors Maxi et sa dérivée est nulle $\dot{\beta} = \omega = 0$

Tous les cas de fonctionnement seront possibles si $|L_E| = 1,25 \text{ kNm}$ et si $P_{CAB} = 1,1 \text{ kW}$



Bilan des vitesses admissibles (km/h)

| | | Bilan des vitesses admissibles (km/h) | | | | |
|----------------------|--------------------|---------------------------------------|---------------------|-----------------|--------------------|--------------------|
| | | véhicule « classique » | véhicule « étroit » | véhicule Clever | | |
| vitesse glissement | $r = 50 \text{ m}$ | 75,6 | 75,6 | 75,6 | | |
| | $r = 20 \text{ m}$ | 47,8 | 47,8 | 47,8 | | |
| | | | | $\beta = 0$ | $\beta = 15^\circ$ | $\beta = 45^\circ$ |
| vitesse renversement | $r = 50 \text{ m}$ | 84,2 | 69,9 | 69,9 | 79,3 | 102 |
| | $r = 20 \text{ m}$ | 53,3 | 44,2 | 44,2 | 50,4 | 65,4 |