SESSION 2007

Baccalauréat Professionnel
ÉTUDE ET DÉFINITION
DE PRODUITS INDUSTRIELS

Épreuve E1 - Scientifique et Technique

Sous-Épreuve U12 - Mathématiques et Sciences physiques

Durée : 2 Heures **Coefficient : 2**

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Les documents à rendre seront agrafés à la copie sans indication d'identité du candidat.

Les exercices de Mathématiques et de Sciences physiques ne seront pas rédigés sur des copies séparées.

Le sujet comporte 8 pages dont :

1 page de garde (p 1/8)
2 pages de mathématiques (p 2/8 et 3/8)
2 pages de sciences physiques (p 4/8 et 5/8)
1 page annexe 1 (p 6/8)
1 page annexe 2 **à rendre avec la copie** (p 7/8)
1 formulaire de mathématiques (p 8/8)

Barème :

Mathématiques : (15 points)

Exercice 1 : 12 points

Exercice 2 : 3 points

Sciences Physiques : (5 points)

Exercice 3 : 2,5 points

Exercice 4 : 2,5 points

MATHÉMATIQUES – 15 points

EXERCICE 1 : (12 points)

Une entreprise doit fabriquer une série de portes en acier. Ces portes sont composées d'une ossature en acier, d'une vitre dans sa partie haute et de quatre panneaux pleins en acier dans sa partie basse. La largeur de la vitre, notée x, est égale à la hauteur des panneaux pleins. Le schéma de cette porte est donné sur **l'annexe 1** page 6/8. Les cotes sont exprimées en dm.

Partie A : *Expression d'une aire.* (3,5 points)

1. Calculer l'aire de la surface de la porte.
2. Donner, en fonction de x, la cote h de la vitre.
3. Exprimer, en fonction de x, l'aire $A(x)$ de la vitre.
4. On désigne par $B(x)$ l'aire de la partie en acier (panneaux inclus).
   Montrer que : $B(x) = 2x^2 - 20x + 198$.

Partie B : *Étude d'une fonction.* (5 points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 8] par :

$$f(x) = 2x^2 - 20x + 198.$$

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.
2. **a)** Déterminer le signe de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle [0 ; 8].
   b) Établir le tableau des variations de la fonction f.
3. Compléter le tableau de valeurs situé en annexe 2 page 7/8.
4. On désigne par $\mathscr{C}$ la représentation graphique de la fonction f dans le repère donné en annexe 2 page 7/8.
   Unités graphiques : axe des abscisses : 2 cm pour 1,
   axe des ordonnées : 4 mm pour 1.

   On note A le point de la courbe $\mathscr{C}$ d'abscisse 6.

   a) Calculer $f'(6)$.

   b) En déduire l'équation de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}$ au point A.
5. Dans le repère de l'annexe 2 page 7/8, placer le point A. Tracer la droite (T) puis la courbe $\mathscr{C}$.

Partie C : *Exploitation des résultats.* (3,5 points)

On désire que la vitre ait une aire de 40 dm^2. L'aire de la partie en acier sera alors de 158 dm^2.

1. Déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles l'aire de la partie en acier est égale à 158 dm^2. Les traits de construction nécessaires à la lecture devront figurer sur le schéma.

2. Résoudre l'équation : $2x^2 - 20x + 198 = 158$.
Comparer les solutions à celles obtenues à la question précédente.

3. Pour des raisons d'esthétique, on choisit la plus grande des deux valeurs calculées.
Calculer la hauteur h de la vitre.

EXERCICE 2 : (3 points)

En 2006, cette entreprise a vendu 1 500 portes. Elle souhaite augmenter ses ventes de 5 % tous les ans.

1. Calculer les ventes attendues en 2007 et en 2008.

2. On admet que ces ventes annuelles attendues forment une suite géométrique (U_n) de premier terme U_1=1 500 et de raison q =1,05.
Ainsi U_1 correspond aux ventes de 2006, U_2 aux ventes de 2007 et ainsi de suite.

   a) Exprimer U_n en fonction de n.

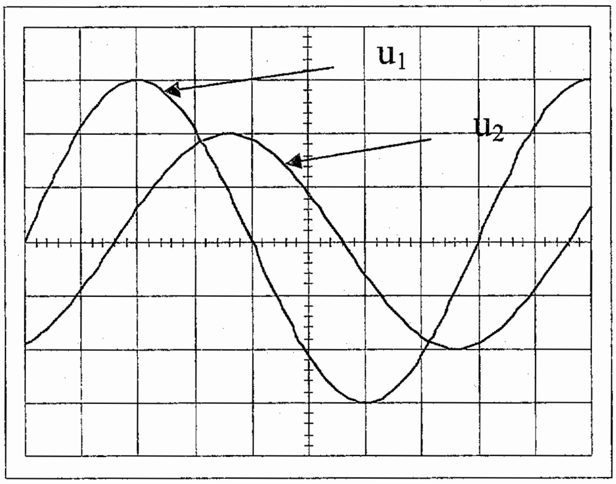
   b) En déduire le nombre de ventes attendues en 2011. Le résultat sera arrondi à l'unité.

3. Déterminer à partir de quelle année l'entreprise peut prévoir des ventes de portes supérieures à 2 000 unités.

SCIENCES PHYSIQUES – 5 points

Exercice 3 : (2,5 points)

Deux tensions alternatives sinusoïdales u_1 et u_2 de même fréquence sont envoyées respectivement sur les voies 1 et 2 d'un oscilloscope bi-courbe.



Calibres de l'oscilloscope

Voie 1 : 2V/ division

Voie 2 : 5V/ division

Balayage : 0,2 ms/ division

On observe à l'écran l'oscillogramme ci-dessus :

1. Donner la période des deux signaux.
2. Calculer leur fréquence.
3. Déterminer la valeur maximale des deux tensions (U_{max1} et U_{max2}) et calculer leurs valeurs efficaces respectives U_1 et U_2 au dixième.
4. Recopier sur la copie la bonne affirmation parmi les deux suivantes :

« u_2 est en déphasage avance sur u_1 »
« u_2 est en déphasage retard sur u_1 »

5. Calculer le déphasage α (en degré) entre les deux tensions u_2 et u_1.

Formule :

Déphasage (en degré) entre deux grandeurs sinusoïdales :

$$\varphi = 360 \times \frac{\theta}{T}$$

(θ est le décalage temporel entre les deux grandeurs et T la période du signal)

Exercice 4 : (2,5 points)

On relève les indications suivantes sur la plaque signalétique d'un moteur asynchrone triphasé :

230/400 V – 50 Hz	Phases : 3	Pu = 2,7 kW
n = 1470 tr/min	cos φ = 0,92	η = 90%

On alimente ce moteur par un réseau triphasé 230/400 V – 50 Hz.

1. Quel est le mode de branchement du stator de ce moteur ? Justifier la réponse.

2. Le moteur étant à charge nominale, calculer :

a) la puissance électrique qu'il absorbe ;

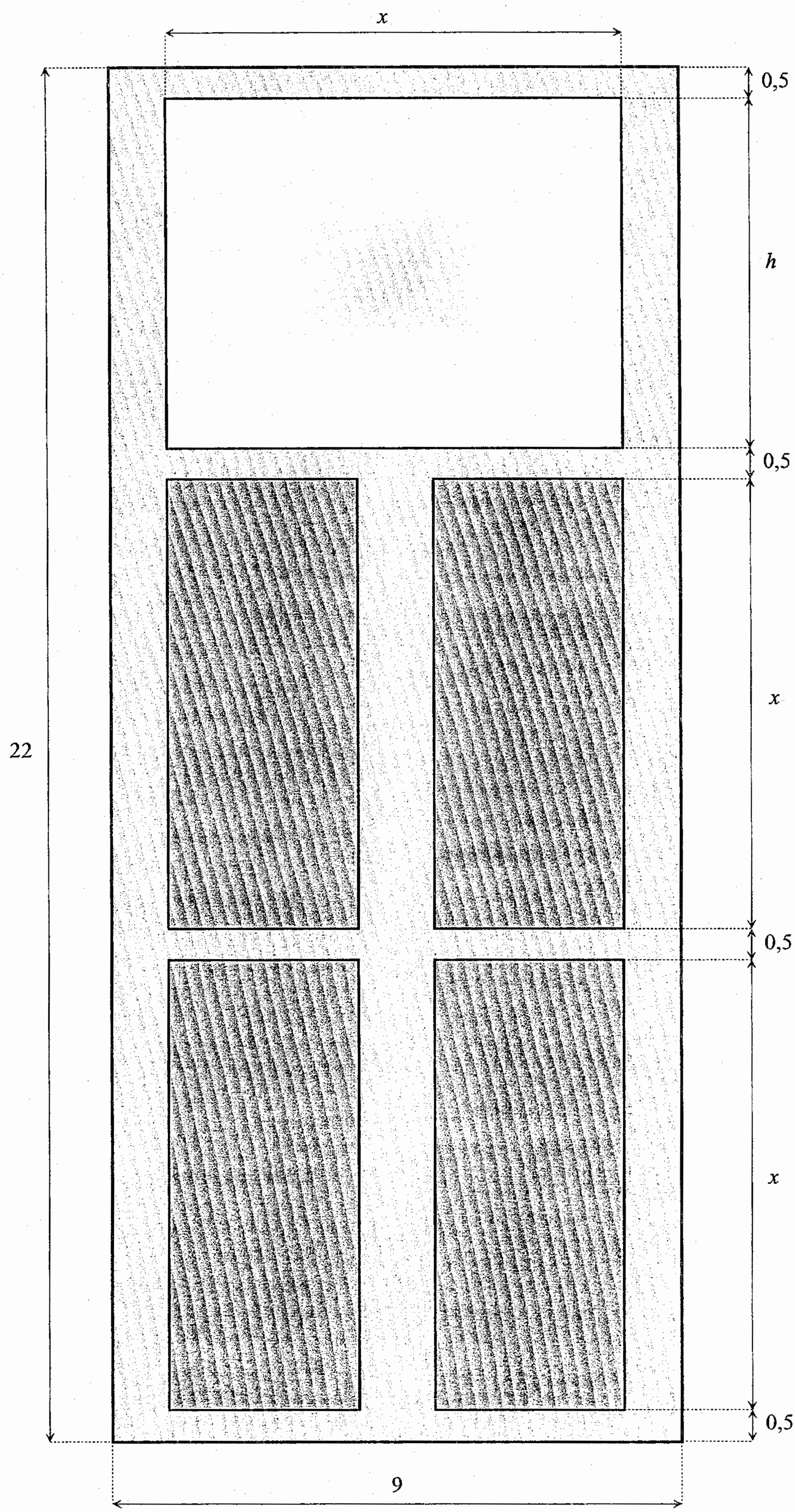
b) l'intensité dans un fil de phase, arrondir au dixième ;

c) le moment de son couple utile, arrondir au dixième.

Formule :

Puissance mécanique de rotation : $P = 2\,\pi\,n\,M$

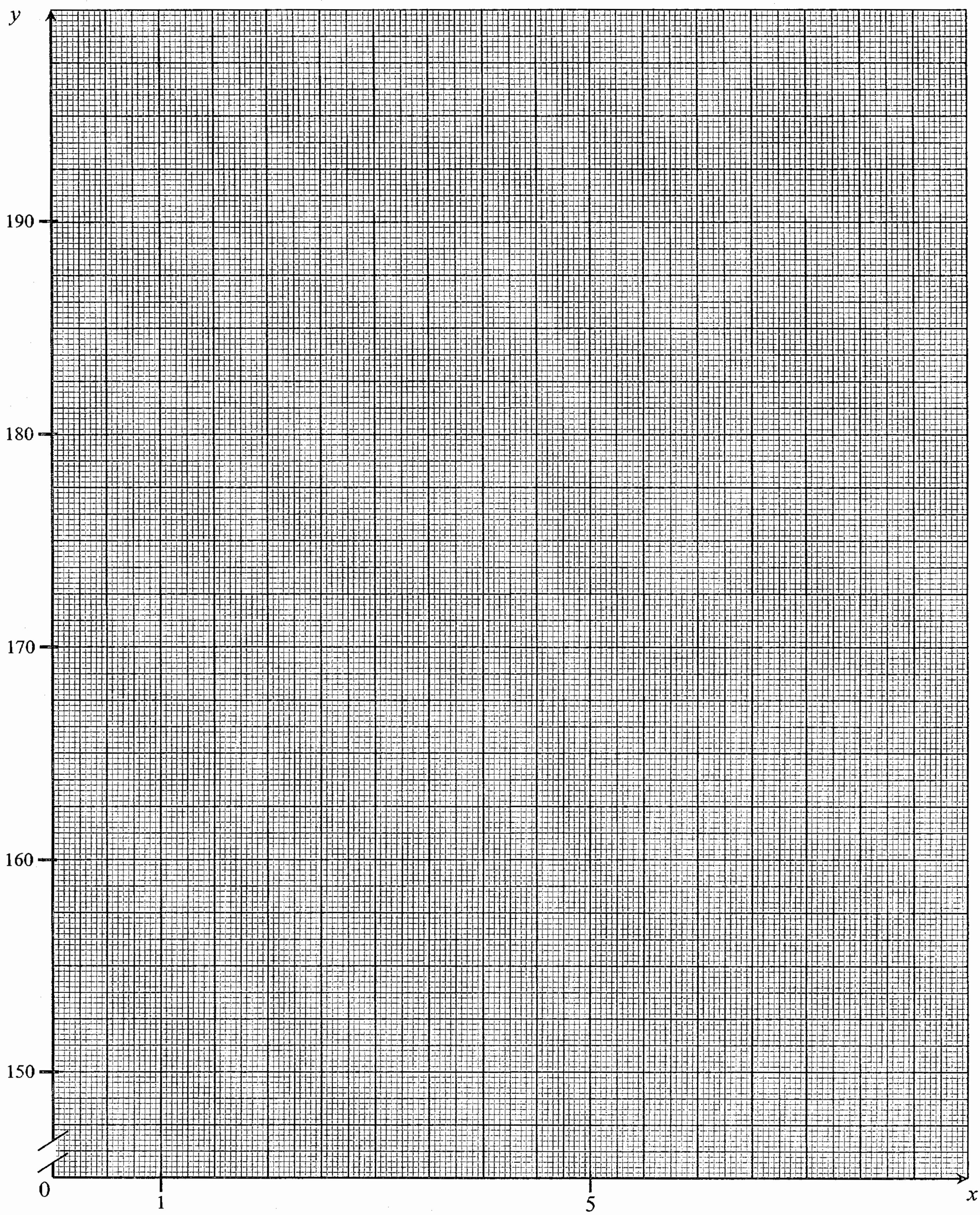
ANNEXE 1



ANNEXE 2 (à remettre avec la copie)

Tableau de valeurs de la fonction et représentation graphique de la fonction f :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$									



FORMULAIRE BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Mathématiques

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$ = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

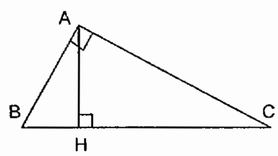
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B + b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$