BACCALAUREAT PROFESSIONNEL INDUSTRIES DE PROCEDES SESSION 2007

E1.B1 MATHEMATIQUES et SCIENCES PHYSIQUES - U 12

Durée : 2 heures ***Coefficient : 1,5***

SOMMAIRE

Ce sujet comporte : - *une partie Sciences Physiques (1 page d'énoncé)*
- *une partie Mathématiques (3 pages d'énoncé + 2 annexes)*
- *1 Formulaire*

0706-IP ST B

SCIENCES PHYSIQUES

EXERCICE 1 (3,5 POINTS)

Une usine chimique possède des bureaux qu'elle souhaite chauffer. Une solution possible pour chauffer le local est d'utiliser une chaudière au fioul.
On admet que le fioul est admissible à de l'heptane, de formule brute C_7H_{16}.

1. Ecrire et équilibrer la réaction de combustion totale de l'heptane dans le dioxygène de l'air.

2. Calculer la variation d'enthalpie, ΔH, de cette combustion pour 1 mole d'heptane.

3. On définit le **pouvoir calorifique inférieur** (P.C.I.) d'un combustible comme étant la **quantité de chaleur dégagée par la combustion complète de 1kg de ce combustible** (l'eau n'étant pas ramenée à l'état liquide).

a. Calculer le nombre de moles présentes dans 1 kg d'heptane.
b. Calculer le P.C.I de l'heptane

4. Ce même P.C.I., exprimé en kJ/kg, peut également être calculé par la formule empirique suivante :

$$PCI = (220 + 606\,n) \times \frac{1000}{M_{hydrocarbure}}$$

dans laquelle n représente le nombre d'atomes de carbone de l'hydrocarbure considéré (ici l'heptane) et $M_{hydrocarbure}$ représente la masse molaire moléculaire de l'hydrocarbure.

a) Calculer le PCI de l'heptane en utilisant cette formule et comparer la valeur trouvée à celle de la question précédente.
b) Calculer le pourcentage d'erreur commis en utilisant la formule empirique.

Données :
Enthalpies standard de formation, à 25°C :
$\Delta H°_f(H_2O_{vap}) = -242$ kJ/mol ; $\Delta H°_f(CO_{2\,vap}) = -393$ kJ/mol ;
$\Delta H°_f(C_7H_{16\,vap}) = -245$ kJ/mol ; $\Delta H°_f(O_2\,g) = 0$ kJ/mol.

Masses molaires : $M_C = 12$ g/mol ; $M_H = 1$ g/mol.

EXERCICE 2 (3,5 POINTS)

On dispose d'une solution d'acide méthanoïque (de formule HCOOH) de concentration C = 0,01 mol/L. Le pH de cette solution vaut 2,9.

1. Calculer la masse d'acide méthanoïque qu'il a fallu dissoudre dans 250 mL d'eau pour obtenir cette solution.
2. Calculer la concentration en ions H_3O^+ présents dans la solution. Arrondir à 10^{-5}.
3. En comparant le résultat de la question précédente aux informations données dans l'énoncé, préciser si l'acide méthanoïque est un acide faible ou fort.
4. Ecrire l'équation de dissociation de cet acide dans l'eau.
5. Le pK_a du couple $HCOOH/HCOO^-$ vaut 3,75. Donner l'espèce prédominante dans la solution.

Données :
Masses molaires : $M_C = 12$ g/mol ; $M_H = 1$ g/mol ; $M_O = 16$ g/mol.

MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1 (4 POINTS)

La production d'une entreprise ces quatre dernières années est donnée dans le tableau ci-dessous :

Année	2003	2004	2005	2006
Production (unités)	20 000	24 000	28 800	34 560

A – Etude des productions annuelles

Montrer que les valeurs de la production entre 2003 et 2006 constituent les quatre premiers termes d'une suite géométrique. Préciser la raison de cette suite.

B – Etude d'une suite

On désigne par (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_1 = 20\,000$ et de raison $q = 1{,}2$.

1. Exprimer u_n en fonction de n en utilisant les valeurs de u_1 et de q.

2. Déterminer le rang n à partir duquel u_n est supérieur à 70 000.

3. A l'aide du formulaire, exprimer la somme S_k des k premiers termes d'une suite géométrique en fonction de k en utilisant les valeurs de u_1 et de q.

4. Calculer S_8. Arrondir le résultat à l'unité.

C – Exploitation

On suppose que la production de l'usine suit la même progression au moins jusqu'en 2012.

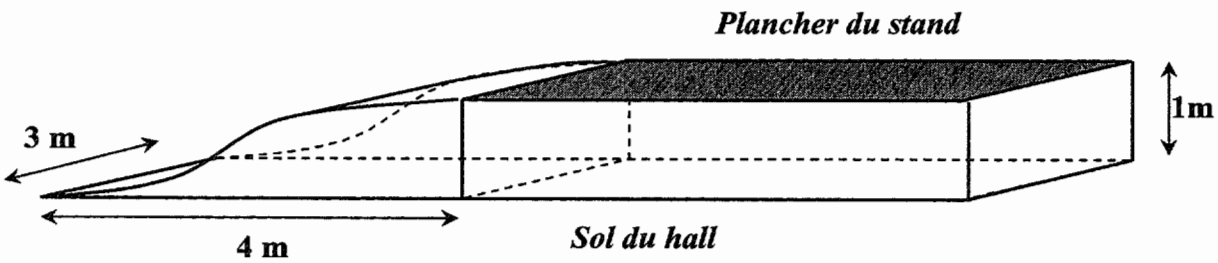
En utilisant les résultats de la partie B :

1. Déterminer en quelle année la production dépassera 70 000 unités.

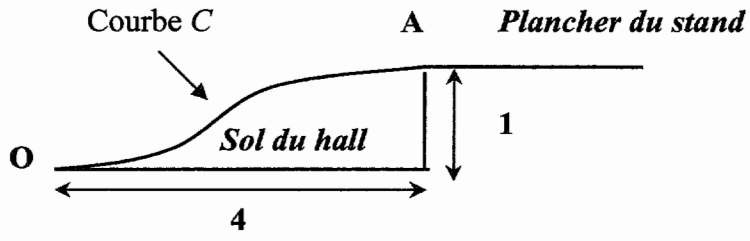
2. Déterminer alors le nombre d'unités produites par l'usine depuis 2003. Arrondir le résultat à la dizaine.

EXERCICE 2 (9 POINTS)

Lors de la construction d'un stand d'exposition on désire installer une rampe d'accès reliant le plancher du stand au hall d'exposition afin de faciliter l'accès aux personnes en fauteuil roulant.
La figure ci-dessous représente la rampe d'accès en perspective :



La coupe de cette rampe a l'allure suivante où l'unité de longueur est le mètre:



I – ETUDE DU PROFIL DE LA RAMPE

La courbe C est la représentation graphique d'une fonction f dans un repère orthogonal d'origine O dans lequel le point A a pour coordonnées (4 ; 1).
Cette fonction f est définie sur l'intervalle [0 ; 4] par :

$$f(x) = \frac{1}{32}(-x^3 + 6x^2).$$

Etude de fonction

1. Vérifier par un calcul que O et A appartiennent à la courbe C.
2. **a)** Déterminer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.

   b) Montrer que cette dérivée peut se mettre sous la forme $f'(x) = \frac{3}{32}x(4-x)$.

   c) Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [0 ; 4].

3. Sur l'**annexe 1**, compléter le tableau de variation de la fonction f.

Représentation graphique

4. **a)** Calculer $f'(2)$.
   b) Dans le repère donné en **annexe 2,** tracer la tangente T à la courbe C au point M (2 ; 0,5).

5. **a)** Compléter le tableau de valeurs sur l'**annexe 1.** Arrondir les valeurs approchées au centième.
   b) Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère de l'**annexe 2.**

Exploitation

Lorsqu'une personne en fauteuil roulant circule sur la rampe d'accès, elle fournit un effort d'autant plus important que le coefficient directeur de la tangente à la courbe C, au point où elle se trouve, est grand.

6. Compléter sur l'**annexe 1** le tableau donnant les valeurs de $f'(x)$. Arrondir les résultats à 10^{-3}.

7. Parmi les points O, B, D et A, lequel correspond au plus grand effort à fournir ?

II – VOLUME DE LA RAMPE D'ACCES

Calcul d'intégrale

1. Soit h la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 4]$ par $h(x) = 6x^2$.

Déterminer $H(x)$ où H est une primitive de la fonction h.

2. On admet qu'une primitive F de la fonction f étudiée dans la partie I est définie sur l'intervalle $[0 ; 4]$ par $F(x) = \frac{1}{128}x^3(8-x)$.

Calculer $I = \int_0^4 f(x)\,dx$.

3. Donner une interprétation géométrique de la valeur de l'intégrale I.

Exploitation du résultat

4. On précise qu'une unité d'aire sur le graphique correspond dans la réalité à 1 m^2.
Sachant que le stand a une largeur de 3 m, calculer le volume de béton nécessaire pour construire la rampe.

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

Exercice 2 I 3. Tableau de variation de la fonction *f*

x	0	4
Signe de $f'(x)$		
Variations de f		

Exercice 2 I 5. a) Tableau de valeurs de la fonction *f*

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$	0		0,16		0,5			0,96	1

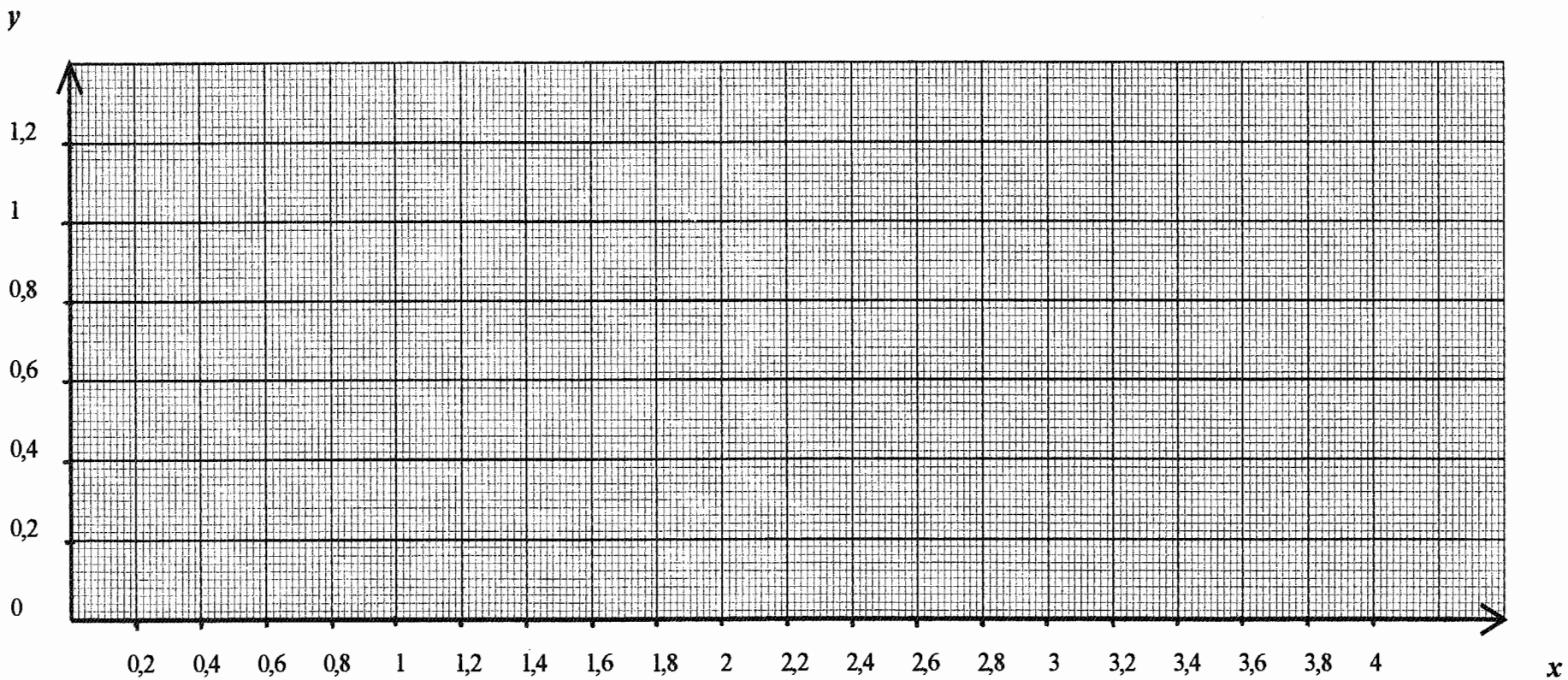
Exercice 2 I 6. Exploitation

On note O, B, D et A les points de la courbe C d'abscisses respectives 0, 2, 3 et 4.

	O	B	D	A
x	0	2	3	4
$f'(x)$				

ANNEXE 2 (à remettre avec la copie)

Exercice 2 I 4. b) et I 5. b) Courbe représentative de la fonction *f*



FORMULAIRE DE MATHEMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Chimie - Energétique

(Arrêté du 9 mai 1995 – BO spécial du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f '
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	$a\,e^{ax+b}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)\,v(x)$	$u'(x)\,v(x) + u(x)\,v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)\,v(x) - u(x)\,v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equations du second degré $a x^2 + b x + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

si $\Delta \geq 0$, $a x^2 + b x + c = a (x - x_1)(x - x_2)$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et de raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)\,r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k\,(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et de raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1\,q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\quad$ $\ln(a^n) = n \ln a$

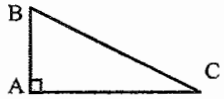
$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equations différentielles

$y' - ay = 0$ $\quad$ $y = k\,e^{ax}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin\hat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos\hat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan\hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} b\,c \sin\hat{A}$ $\quad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B + b)\,h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou *prisme* droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume $= B\,h$

Sphère de rayon R : Aire : $4\pi R^2$ $\quad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou *pyramide* de base B et de hauteur h : Volume : $\frac{1}{3} B\,h$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\mathrm{d}t = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t + \int_b^c f(t)\mathrm{d}t$$

* $$\int_a^b (f+g)(t)\mathrm{d}t = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t + \int_a^b g(t)\mathrm{d}t$$

* $$\int_a^b kf(t)\mathrm{d}t = k\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$$