Toutes académies	Session 2007	Code(s) examen(s)
Sujet **BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL PLASTURGIE**		0706 PL ST B
Épreuve : U.12 Mathématiques et sciences physiques		
Coefficient : 1,5	Durée : 2 heures	Feuillet : 1/4

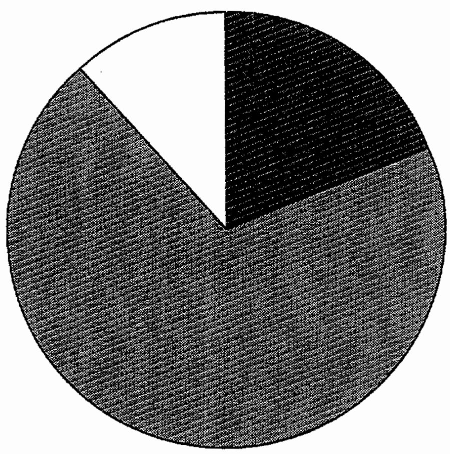
MATHÉMATIQUES (13 points)

EXERCICE I (13 points)

Dans cet exercice, les parties A, B et C sont indépendantes.

Lors du moulage par injection des matières plastiques, le cycle d'injection se décompose en trois phases :

- remplissage du moule,
- compactage du polymère et refroidissement,
- éjection de la pièce refroidie.



Pour des raisons technologiques, l'étude de la température de refroidissement est capitale.
L'objectif de cet exercice est de déterminer la durée de refroidissement d'une pièce.

A. Relevé expérimental

Pendant la séquence de refroidissement d'une pièce de polystyrène, un technicien réalise le relevé des températures T exprimées en °C, aux temps t exprimés en seconde. Ces mesures sont rassemblées dans le tableau ci-dessous.

Noms des points				**A**		**B**	**C**	**D**				
Temps t (en s)	0	10	20	**30**	40	**50**	**60**	**70**	80	90	100	110
Température T (en °C)	230	186	150	**122**	98	**80**	**64**	**52**	42	34	28	22

A.1. En utilisant le repère de l'annexe 1 page 4/4, placer les points manquants A, B, C et D.

B. Construction d'une parabole

B.1. Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 100] par : $f(t) = 0{,}025\, t^2 - 4{,}25\, t + 230$.

B.1.1. La fonction f' est la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 100]. Calculer $f'(t)$.

B.1.2. Résoudre l'équation $f'(t) = 0$.

B.1.3. Résoudre l'inéquation $0{,}05\ t - 4{,}25 > 0$ et compléter le tableau de variation de la fonction f sur l'annexe 1.

B.1.4. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f sur l'annexe 1.

B.1.5. Tracer la représentation graphique P_f de la fonction f en utilisant le repère de l'annexe 1.

B.2. Exploitation de la courbe

B.2.1. En utilisant les représentations graphiques de l'annexe 1, donner un intervalle de temps sur lequel la parabole P_f s'approche le plus du relevé expérimental.

B.2.2. On évite les défauts de surface si la température de démoulage T, exprimée en °C, est dans l'intervalle [65 ; 75]. Déterminer graphiquement l'intervalle de temps correspondant. Laisser apparents les traits utiles à la lecture.

B.2.3. On admet que, sur l'intervalle de temps [0 ; 65], la fonction f permet d'estimer le temps de refroidissement t correspondant à la température de démoulage T.

B.2.3.a Résoudre l'équation : $0{,}025\ t^2 - 4{,}25\ t + 230 = 70$.

B.2.3.b. En déduire le temps de refroidissement t pour obtenir une température de démoulage de 70°C. Arrondir le résultat à l'unité.

C. Étude d'une suite

Afin d'atteindre la température de démoulage, on refroidit le moule par un liquide caloporteur.
Le technicien calcule la température de refroidissement du moule à partir des données suivantes :

- la température initiale du moule est 230° C ;
- à chaque seconde, la température du moule diminue de 2,1 %.

Soit T_1 la température initiale du moule exprimée en °C. ($T_1 = 230$).
Soit T_2 la température du moule au bout d'une seconde.
Plus généralement, on note T_n la température, exprimée en °C, au bout de **(n –1)** secondes.
On admet que T_1, T_2, …, T_n forment une suite **géométrique**.

C.1. Calculer la température T_2 du moule au bout d'une seconde et la température T_3 au bout de deux secondes. Ne pas arrondir les résultats.

C.2. Calculer la raison q de la suite (T_n).

C.3. En prenant $q = 0{,}979$, calculer la température T_{57} du moule au bout de 56 secondes. Arrondir le résultat à l'unité.

C.4. Pour vérifier son calcul, le technicien utilise la courbe tracée sur l'annexe 1.
Au bout de combien de secondes la température de refroidissement atteint-elle 70°C ?
Laisser apparents les traits utiles à la lecture.

Toutes académies		Session 2007	Code(s) examen(s)
Sujet **BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL PLASTURGIE**			0706 PL ST B
Épreuve : U.12 Mathématiques et sciences physiques			
Coefficient : 1,5	Durée : 2 heures	Feuillet : 3/4	

SCIENCES PHYSIQUES (7 points)

EXERCICE II (3,5 points)

Le polystyrène (PS) servant à la fabrication des pièces est produit industriellement par la polymérisation du styrène de formule semi-développée :

$$\begin{array}{l} CH_2 = CH \\ \ | \\ C_6H_5 \end{array}$$

II.1. Calculer la masse molaire moléculaire du styrène.
On donne : $M(H) = 1$ g/mol ; $M(C) = 12$ g/mol

II.2. Le polystyrène est obtenu à partir d'une réaction de polyaddition du monomère styrène.

II.2.a. Pourquoi la molécule de styrène peut-elle subir une réaction d'addition ?

II.2.b. Écrire la réaction de polymérisation du styrène.

II.3. Le polystyrène (PS) est un polymère de formule :

$$\left(\begin{array}{l} CH_2 - CH \\ \ | \\ C_6H_5 \end{array} \right)_n$$

II.3.a. Que représente le nombre n dans la formule du polymère ?

II.3.b. Sachant que la masse molaire moyenne du polystyrène utilisé est de $1{,}56 \times 10^6$ g / mol , calculer le nombre n.

EXERCICE III (3,5 points)

La pièce moulée a une surface projetée de 2 250 mm². La pression de la matière dans le moule est de 250 bar.

III.1. Calculer, en daN, la valeur de la force exercée par la matière sur le moule.

III.2. Lors du refroidissement de la pièce en polystyrène dans le moule, il y a transfert de chaleur :

- de la matière plastique vers le moule,
- et du moule vers le système caloporteur.

Dans cet exercice, on s'intéressera aux échanges de chaleur entre la matière plastique et le moule. La pièce moulée a une masse de 60 g et elle est refroidie de la température d'injection 230°C à la température de démoulage 70°C.

III.2.1. Calculer, en joules, la quantité de chaleur Q perdue lors du démoulage d'une pièce.
On donne la capacité thermique massique du polystyrène : $c = 1210$ J/ (kg.°C).

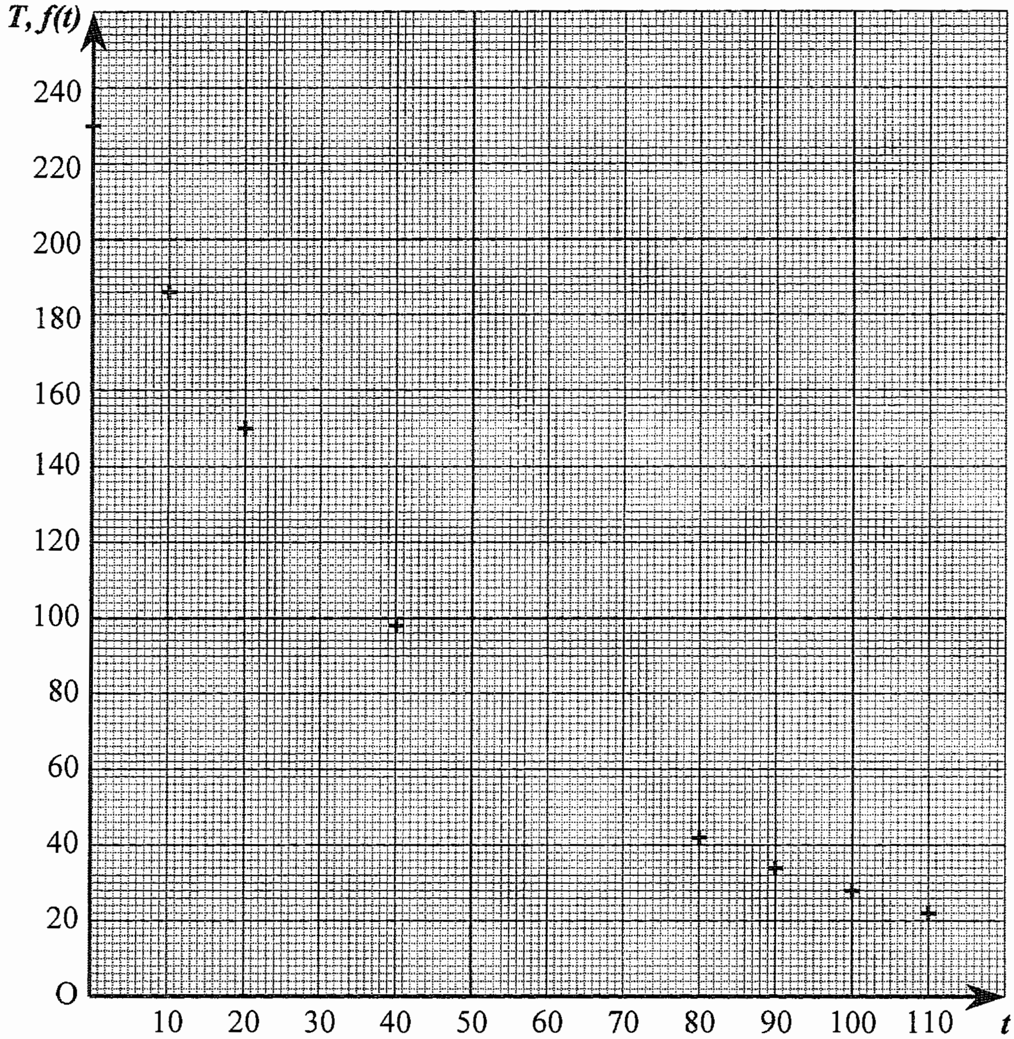
III.2.2. Le temps total d'un cycle de moulage est de 75 secondes. On admet que la quantité de chaleur perdue pendant un cycle est Q = 12 kJ. Calculer, en kJ, la quantité de chaleur perdue en une heure de fonctionnement.

Données : $Q = m \times c \times \Delta\theta$

Toutes académies	Session 2007	Code(s) examen(s)
Sujet BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL PLASTURGIE		0706 PL ST B
Épreuve : U.12 Mathématiques et sciences physiques		
Coefficient : 1,5	Durée : 2 heures	Feuillet : 4/4

Annexe 1 (à rendre avec la copie)

Questions : A.1 et B.1.5



Question B.1.3 : tableau de variation de la fonction *f*

t	0 …… 100
Signe de f'(t)	
f	

Question B.1.4 : tableau de valeurs

t	0	10	20	40	50	60	85	90	100
f(t)	………	………	155	………	………	65	………	………	55

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \displaystyle\sum_{i=1}^{p} n_i$

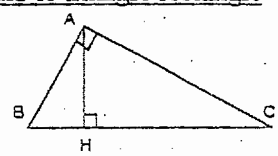
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$