

SESSION 2007

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL**Artisanat et Métiers d'Art****Art de la pierre****Épreuve Scientifique et Technique****Partie B : Mathématiques et Sciences Physiques**

Durée : 2 heures

Coefficient : 2

Matériel autorisé :

Le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante (circulaire n°99-018 du 1/2/1999).

Les documents à rendre obligatoirement avec la copie seront agrafés par le surveillant sans indication d'identité du candidat.
Les exercices de mathématiques et de physique ne seront pas rédigés sur des copies séparées.

Le sujet comporte 7 pages dont :

- 1 page de garde
- 1 **page annexe à rendre obligatoirement avec la copie**
- 1 page formulaire de mathématiques

Barème :

Tous les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans n'importe quel ordre

1^{ère} partie - Mathématiques 12 points :

Exercice 1 : géométrie	7 points	page 2 et 3
Exercice 2 : équation du 2 nd degré	3 points	page 3
Exercice 3 : suite numérique	2 points	page 3

2^{ème} partie - Sciences physiques 8 points :

Exercice 4 : force et pression	2,5 points	page 4
Exercice 5 : énergie mécanique	3 points	page 4
Exercice 6 : acoustique	2,5 points	page 5

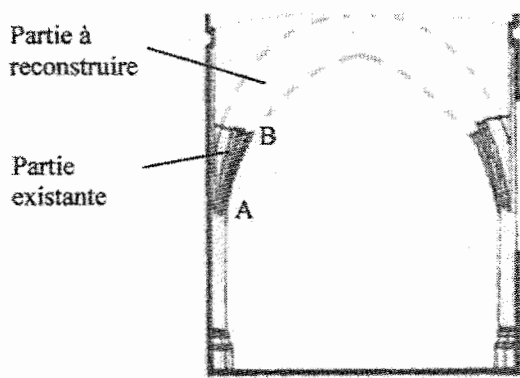
Le village de Froville en Meurthe et Moselle (54) abrite un prieuré construit au fil des siècles. Il comporte plusieurs parties de style architectural roman pour la nef et gothique pour le cloître et le chœur.

1^{ère} partie : Mathématiques

Il existe dans ce prieuré un cloître en cours de rénovation.

Exercice 1 : Géométrie

Pour reconstruire les voûtes du cloître (voir schéma ci-dessous) il est nécessaire de trouver le centre de courbure de chacun des arcs.



Représentation virtuelle du cloître
Source : CD Rom *Froville la romane*

Le morceau d'arc existant est représenté ci-dessous. Le centre de courbure de cet arc est le point M.

1.1. Méthode algébrique :

1.1.1. Calculer, en mètre, la longueur du segment [AC] dans le triangle ACI. Arrondir le résultat au dixième.

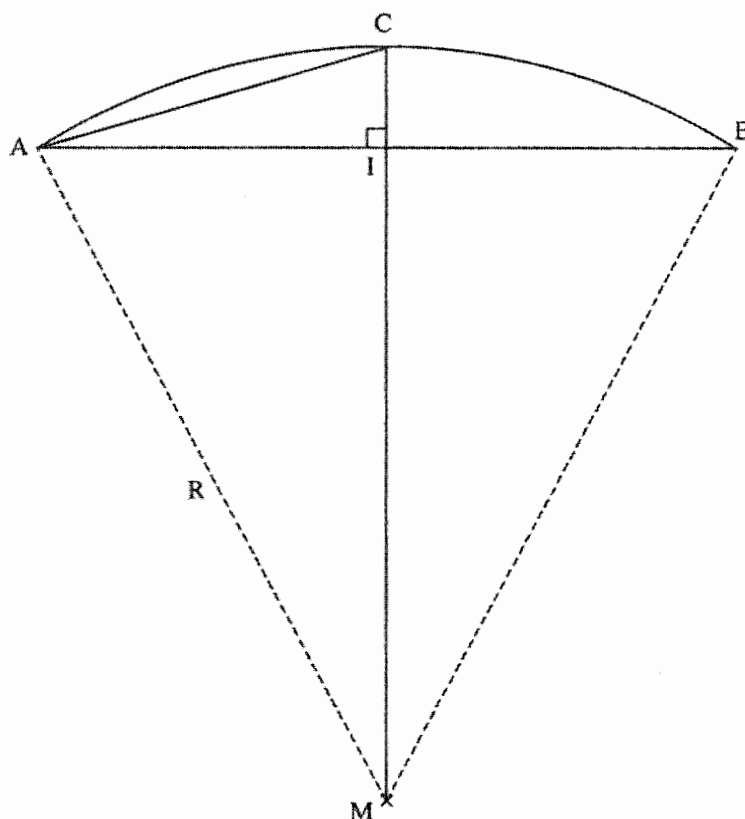
1.1.2. Calculer, en degré, la valeur de l'angle \widehat{ACI} . Arrondir le résultat au dixième.

1.1.3. On suppose que :

- le segment [AC] mesure 0,4 m
- l'angle \widehat{ACI} mesure $84,2^\circ$.

Calculer, en mètre, la mesure R du rayon de courbure de cet arc. Arrondir le résultat au dixième.

Données : AB = 0,79 m
CI = 0,04 m
AI = IB



1.2. Méthode graphique :

1.2.1. Construire la médiatrice D_1 de [AC] sur l'annexe.

1.2.2. Construire la médiatrice D_2 de [CB] sur l'annexe.

Les droites D_1 et D_2 se coupent en M.

1.2.3. En utilisant la construction géométrique, déterminer, en mètre, la mesure R du rayon de courbure de cet arc. Arrondir le résultat au dixième.

Exercice 2 : Equation du second degré

On admet que dans le plan rapporté à un repère orthonormé, l'arc \widehat{AB} est sur le cercle de centre M, de rayon $R = 2$ et d'équation $x^2 - 0,8x + y^2 - 2y = 2,84$

2.1. Pour $x = 0$, la hauteur y correspond à la hauteur au centre de la voûte.

Dans ce cas, montrer que l'expression précédente s'écrit : $y^2 - 2y - 2,84 = 0$

2.2. Résoudre l'équation $y^2 - 2y - 2,84 = 0$

En déduire la hauteur, en mètre, au centre de cette voûte. Arrondir le résultat au centième.

Exercice 3 : Suite numérique

La restauration d'un escalier en colimaçon nécessite la pose de marches en pierre les unes sur les autres.

On calcule que :

l'énergie, en joule, nécessaire pour poser la 1^{ère} marche est $u_1 = 1962$,

l'énergie, en joule, nécessaire pour poser la 2^e marche est $u_2 = 2354,4$

l'énergie, en joule, nécessaire pour poser la 3^e marche est $u_3 = 2746,8$.

3.1. Les termes u_1, u_2, u_3 sont les premiers termes d'une suite numérique.

Indiquer la nature de cette suite.

Calculer la raison r de cette suite.

3.2. L'énergie, en joule, nécessaire pour poser la dernière marche de l'escalier est 7 455,6

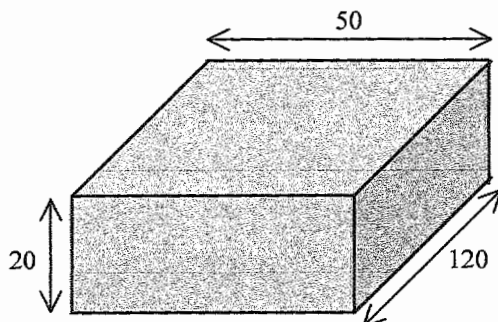
L'énergie, en joule, totale mise en jeu pour construire cet escalier est 70 632.

En utilisant la relation $S_k = \frac{k}{2}(u_1 + u_k)$ du formulaire, calculer le nombre de marches constituant cet escalier.

2^e partie : Sciences physiques

Exercice 4 : Force et pression

Pour restaurer le cloître, on utilise des pierres de forme parallélépipédique représentée ci-dessous.



Le dessin n'est pas à l'échelle.

Les cotes sont exprimées en centimètre.

- 4.1. La masse m d'une pierre est égale à 260 kg.
Calculer, en kg/m^3 , la masse volumique ρ d'une pierre. Arrondir le résultat à l'unité.
- 4.2. Calculer, en N, la valeur P du poids de cette pierre. (on prendra $g = 9,81 \text{ N/kg}$)
- 4.3. Calculer, en N/m^2 , la pression p exercée par cette pierre sur le sol.

Exercice 5 : Energie mécanique

La pierre utilisée en clé de voûte du cloître a une masse m égale à 90 kg.

- 5.1. Calculer, en joule, l'énergie E nécessaire pour élever la clé de voûte à une hauteur de 3 m.
Arrondir le résultat à l'unité.
- 5.2. Si cette clé de voûte tombait, en arrivant au sol, elle posséderait une énergie cinétique E_c .
Recopier l'affirmation exacte :
 - E_c est inférieure à E
 - E_c est égale à E
 - E_c est supérieure à E
- 5.3. En supposant que $E_c = 2\,649 \text{ J}$, calculer, en m/s, la vitesse v de cette pierre au moment du contact avec le sol. Arrondir le résultat au centième.

On donne : $g = 9,81 \text{ N/kg}$ $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ $E_p = mgh$

Exercice 6 : Acoustique

Le prieuré possède une nef de style roman.

Lorsque l'on parle à l'entrée de cette nef, on entend un écho.

On considère que le son ne se réfléchit qu'à l'autre bout de la nef de longueur L égale à 31 m.

6.1. Le temps t chronométré entre l'émission du son et l'écho est égal à 182 millisecondes.

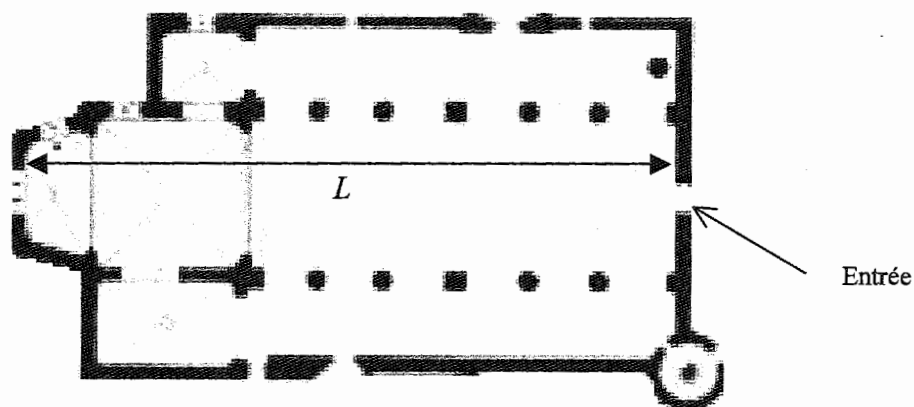
Calculer, en m/s, la vitesse v de propagation du son. Arrondir le résultat au dixième.

6.2. Un observateur se trouve dans la nef à 10 m de l'entrée.

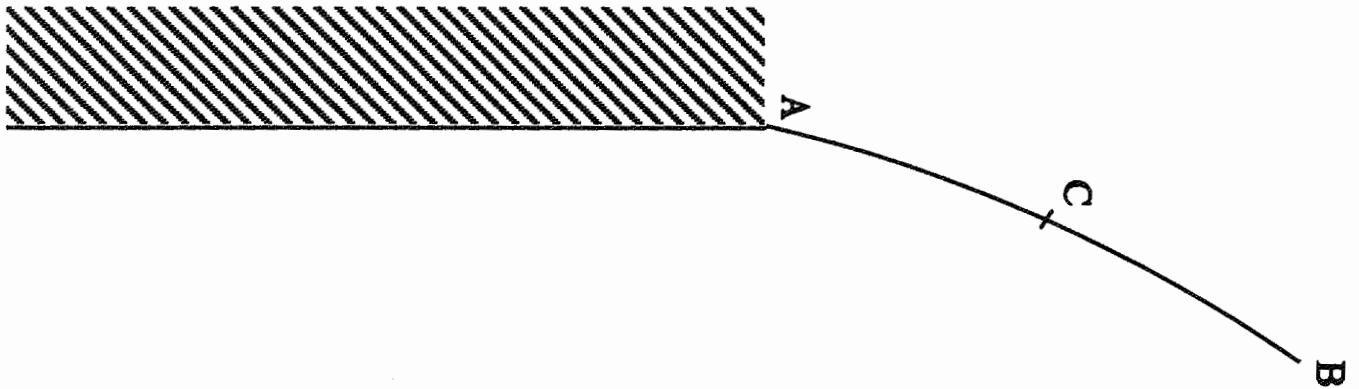
Calculer, en s, le temps t au bout duquel il percevra l'écho. (on néglige l'écho provenant du mur d'entrée). Arrondir le résultat à 0,001.

On prendra : $v_{\text{son}} = 340$ m/s.

Plan de la nef



Annexe : A rendre obligatoirement avec la copie



échelle : 1/10

FORMULAIRE BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance – Productique

<u>Fonction f</u>	<u>Dérivée f'</u>
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a u(x)$	$a u'(x)$

Logarithme népérien ln

$$\ln(ab) \quad \ln(a^n) = n \ln a$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle.

- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n - 1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 \times q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

Trigonométrie

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

Statistiques

$$\text{Effectif total } N = \sum_{i=1}^p n_i$$

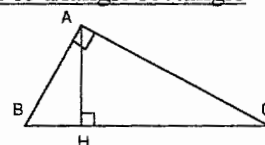
$$\text{Moyenne } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$$

$$\text{Variance } V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

$$\text{Ecart type } \sigma = \sqrt{V}$$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$



$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}; \quad \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}; \quad \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

Aires dans le plan

$$\text{Triangle} : \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$

$$\text{Trapèze} : \frac{1}{2} (B + b) h$$

$$\text{Disque} : \pi R^2$$

Aires et volumes dans l'espace

- Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume $\times B \times h$

- Sphère de rayon R :

$$\text{Aire} : 4 \pi R^2 \quad \text{Volume} : \frac{4}{3} \pi R^3$$

- Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\times \frac{1}{3} \times B \times h$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' \quad \vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0 \text{ si et seulement si } \vec{v} \perp \vec{v}'$$