BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
BÂTIMENT : MÉTAL-ALU-VERRE-MATÉRIAUX DE SYNTHÈSE
MATHÉMATIQUES et SCIENCES PHYSIQUES

Coefficient : 2 **Durée : 2 heures**

Dans cette épreuve, l'usage des calculatrices est autorisé dans les conditions définies par la circulaire 99-186 du 16/11/99.

MATHÉMATIQUES (15 points)

Dans le cadre de la rénovation d'un local à usage industriel, on souhaite créer une ouverture vitrée rectangulaire *MKDH* sur le mur *ABCD* représenté ci-dessous.
ABCD est un trapèze rectangle.

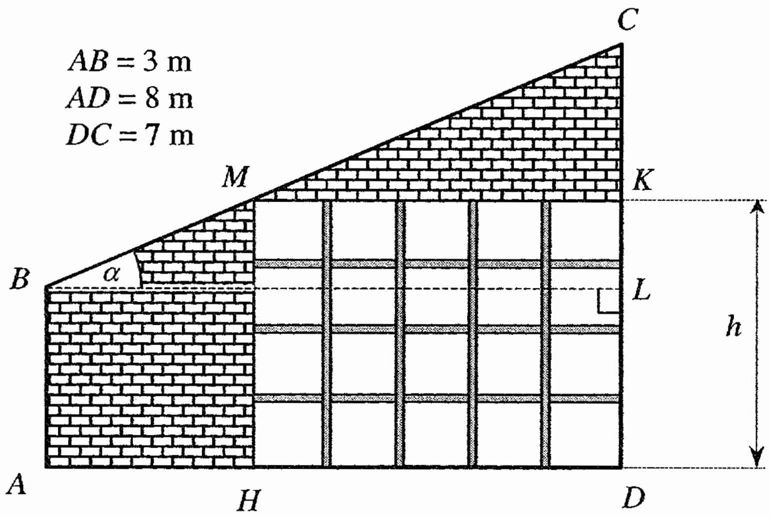
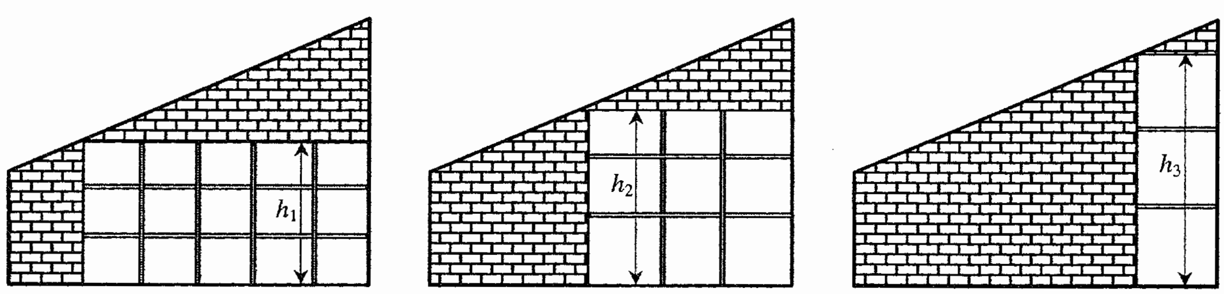


Figure 1

L'objectif du problème est la détermination de la hauteur $h = DK$ qui donnera à la surface vitrée *MKDH* une aire $\mathcal{A}$ maximale.

Voici trois cas particuliers qui visualisent des variations de h et de $\mathcal{A}$.



Les parties A, B *et* C *peuvent être traitées indépendamment les unes des autres.*

Partie A : *Calculs sur la figure* 1 **(5,5 points)**

1. Calculer la mesure α de l'angle $\widehat{CBL}$. Le résultat sera arrondi au dixième de degré.

2. *Étude d'un cas particulier :*
   Dans cette question, on prend $h = 4{,}20$ m et $\alpha = 26{,}5$ °.

   a) Calculer les mesures des longueurs KL, AH et HD. Les résultats seront arrondis au centième.

   b) Calculer l'aire $\mathscr{A}$ du rectangle $MKDH$.

3. *Cas général :*
   La position du point M et donc la cote h ne sont pas connues.

   a) Exprimer KL en fonction de h.

   b) Montrer que $AH = 2(h-3)$. On pourra utiliser le résultat : $\tan\alpha = \frac{1}{2}$.

   c) Exprimer HD en fonction de h.

   d) Montrer que l'aire $\mathscr{A}$ du rectangle $MKDH$ peut s'écrire : $\mathscr{A} = -2h^2 + 14h$.

Partie B : *Étude d'une fonction* **(4,5 points)**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [3 ; 7] par :

$$f(x) = -2x^2 + 14x.$$

Avec les notations de la partie A, on a : $\mathscr{A} = f(h)$.

1. Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

2. Résoudre $f'(x) \geqslant 0$ puis compléter le tableau de variation situé en annexe.

3. a) Pour quelle valeur de h l'aire $\mathscr{A}$ est-elle maximale ?

   b) Quelle est la valeur de cette aire maximale ?

   c) Donner dans ce cas les dimensions de la partie vitrée.

Partie C : *Représentation graphique* **(5 points)**

1. Compléter le tableau de valeurs sur l'annexe.

2. Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère situé en annexe.

3. On souhaite déterminer de deux façons différentes la valeur de h pour que la surface vitrée ait une aire égale à 18 m².

   a) Déterminer h graphiquement. Les traits de constructions nécessaires à la lecture devront figurer sur le schéma.

   b) Déterminer h par le calcul en résolvant l'équation du second degré : $-2x^2 + 14x = 18$.

SCIENCES (5 points)

EXERCICE 1 (2 points)

Le jour, une baie vitrée laisse passer un flux lumineux $F_V = 36\ 000$ lm. Celui-ci éclaire une surface de 30 m^2.

1. Calculer en lux l'éclairement E reçu par cette surface.

2. La nuit, on veut obtenir le même éclairement de la surface avec des lampes. Chaque lampe émet une puissance lumineuse P de 70 W avec un coefficient d'efficacité lumineuse K de 21 lm/W.

a) Calculer en watts la puissance lumineuse totale P_T nécessaire.

b) En déduire le nombre de lampes.

Rappel :

$$E = \frac{F_V}{S}$$

$$K = \frac{F_V}{P}$$

EXERCICE 2 (3 points)

Le polyméthacrylate de méthyle (PMMA), plus connu sous le nom de la marque déposée Altuglas®, remplace avantageusement le verre car il est 50 % plus léger.

1. Calculer la dilatation linéaire d'une plaque de PMMA de 1 650 mm de long à 0 °C pour une élévation de température de 60 °C.

2. Calculer la dilatation linéaire d'un profilé en aluminium de 1 650 mm de long à 0 °C pour une élévation de température de 60 °C. Arrondir le résultat à 10^{-2} mm.

3. Pour une plaque de PMMA de 1 300 à 1 700 mm de long, le constructeur conseille un jeu de 5 mm entre le bord de la plaque et la feuillure afin de permettre la dilatation de la plaque.
Cela vous semble-t-il suffisant ?

Données : $\lambda_{\text{PPMA}} = 7 \times 10^{-5}\ \text{K}^{-1}$

$\lambda_{\text{aluminium}} = 2{,}2 \times 10^{-5}\ \text{K}^{-1}$

$l = l_0\,(1 + \lambda\, t)$

ANNEXE
(à remettre avec la copie)

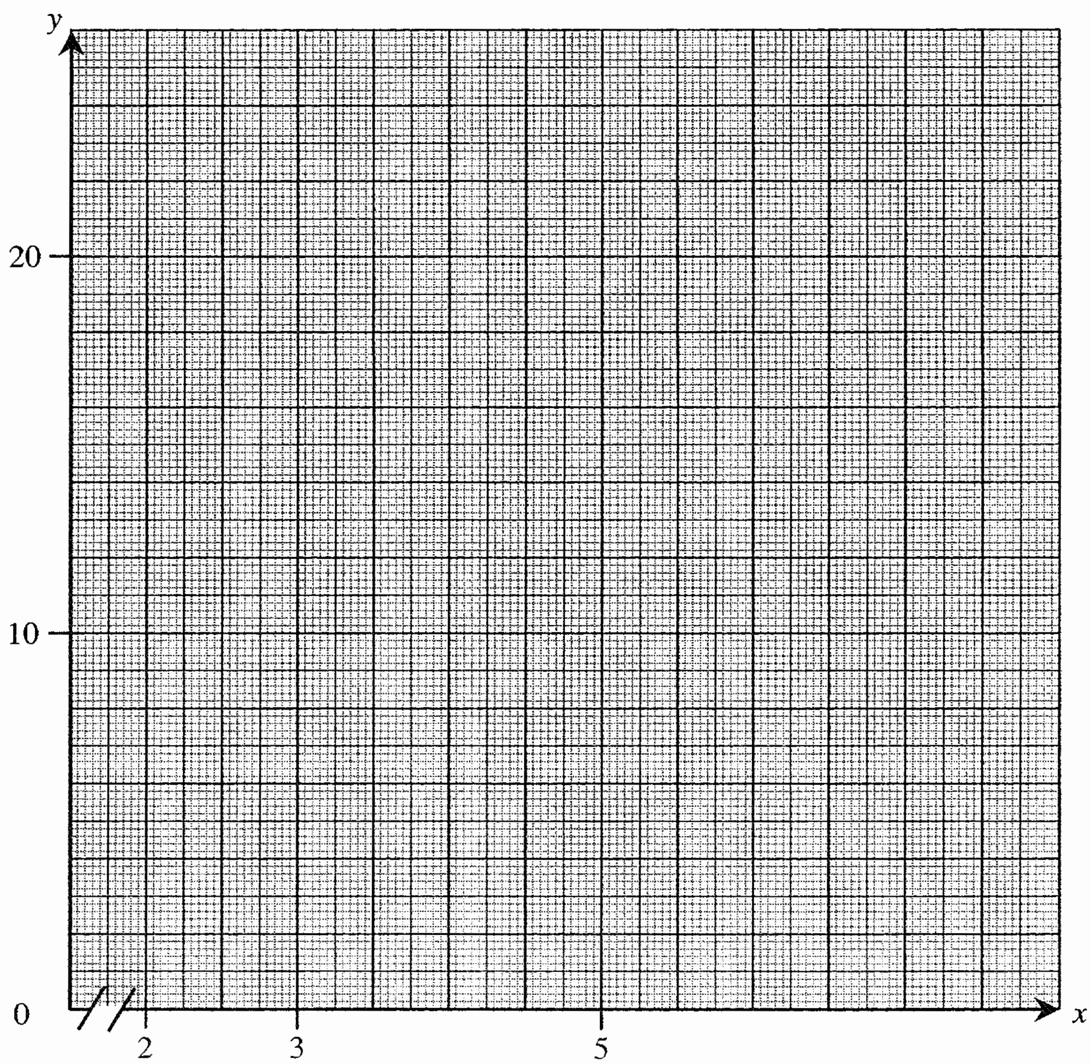
Tableau de variation :

x	3 7
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

Tableau de valeurs :

x	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
$f(x)$					20		12		

Représentation graphique :



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
ecteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance – Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n\ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2\sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

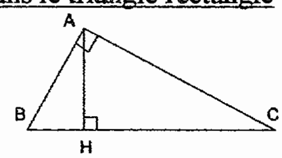
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin\widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos\widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan\widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin\widehat{A}} = \frac{b}{\sin\widehat{B}} = \frac{c}{\sin\widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v'} = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v'}\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v'})$