0706 AMA E STB	0706 AMA T STB

SESSION 2007

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Artisanat et métiers d'art

Options : tapissier d'ameublement et ébéniste

ÉPREUVE E1

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS-ÉPREUVE B1 : MATHÉMATIQUES

Unité 12

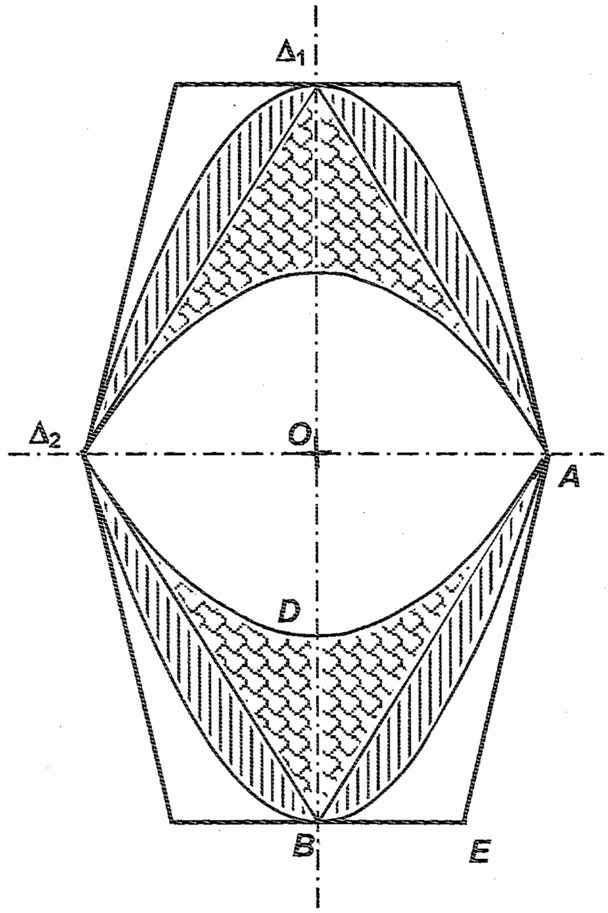
Durée : 2 heures **Coefficient : 2,5**

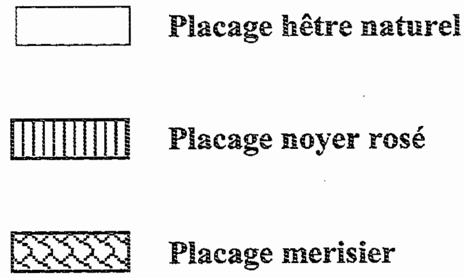
Le dossier est composé de 8 pages :

- le sujet numéroté de la **page 1/8** à la **page 5/8** ;
- une annexe 1 **à joindre à la copie** donnée **page 6/8** ;
- une annexe 2 **à joindre à la copie** donnée **page 7/8** ;
- un formulaire de mathématiques donné **page 8/8**.

Une personne désire faire réaliser une table de salon de forme hexagonale, marquetée, d'inspiration « *Art Déco* ».

Elle s'adresse à un ébéniste marqueteur et lui fournit le dessin du plateau suivant :





Pour respecter au mieux le décor proposé, il semble judicieux à l'artisan de dessiner en premier lieu le décor intérieur puis de déterminer en fonction de celui-ci la forme hexagonale du plateau.

Le plateau présentant deux axes de symétrie Δ_1 et Δ_2, la représentation graphique d'un quart du plateau s'avère suffisante. L'artisan choisit de faire l'étude du quart du plateau délimité par le trapèze *(OAEB)*.

<u>PARTIE A</u> : Etude du décor et du contour du plateau. (11 points)

Sur l'annexe **2**, le plan est rapporté à un repère orthonormal d'unités graphiques **2cm**.

I - Etude de l'arc $\widehat{AB}$:

L'arc $\widehat{AB}$ est la représentation graphique sur l'intervalle $[0 ; 6]$ d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

La fonction f de la variable réelle x est de la forme : $f(x) = \mathbf{a}\,x^2 + \mathbf{b}$.

On souhaite déterminer les nombres réels **a** et **b**.

1.1 - L'arc $\widehat{AB}$ passe par les points A de coordonnées $(6 ; 0)$ et B de coordonnées $(0 ; -9)$.
Déterminer **a** et **b**.

1.2 - La fonction f est définie par : $f(x) = 0{,}25\,x^2 - 9$.

1.2.1 - f' étant la fonction dérivée de la fonction f, donner l'expression de $f'(x)$.

1.2.2 - Résoudre $f'(x) = 0$.

1.2.3 - Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\ ;\ 6]$.

1.2.4 - Sur l'annexe 1, établir le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ 6]$.

1.2.5 - Sur l'annexe 1, compléter le tableau de valeurs de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ 6]$.

1.2.6 - Sur l'annexe 2, tracer l'arc $\overset{\frown}{AB}$.

II - Etude du segment $[AB]$:

2.1 - Sur l'annexe 2, tracer le segment $[AB]$.

2.2 - Calculer le coefficient directeur de la droite (AB).

III - Etude de l'arc $\overset{\frown}{AD}$:

L'arc $\overset{\frown}{AD}$ est la représentation graphique sur l'intervalle $[0\ ;\ 6]$ d'une fonction g définie sur $\mathbb{R}$.

La fonction g de la variable réelle x, est de la forme : $g(x) = c\,x^2 - 4{,}5$.

On souhaite déterminer le nombre réel c pour que la droite (AB) soit tangente en A à l'arc $\overset{\frown}{AD}$.

Soit g' la fonction dérivée de la fonction g d'expression $g'(x) = 2\,c\,x$.

3.1 - Exprimer $g'(6)$ en fonction de c.

3.2 - Sachant que le coefficient directeur de la droite (AB) est $1{,}5$, calculer c.

3.3 - Montrer que $g(x) = \frac{1}{2} f(x)$.

3.4 - Compléter, sur l'annexe 1, le tableau de valeurs de la fonction g sur l'intervalle $[0\ ;\ 6]$.

3.5 - Sur l'annexe 2, tracer l'arc $\overset{\frown}{AD}$.

IV - Etude du contour du plateau :

On rappelle que $f(x) = 0{,}25\,x^2 - 9$ et $f'(x) = 0{,}5\,x$.

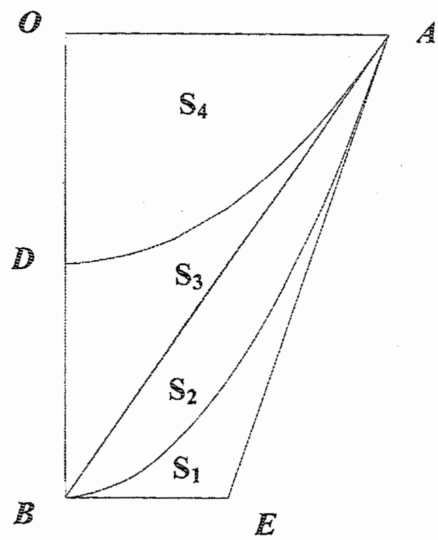
4.1 - Sachant que $f'(0) = 0$, sur **l'annexe 2**, tracer T_1, tangente au point B à l'arc $\overset{\frown}{AB}$.

4.2 - Calculer le nombre dérivé $f'(6)$.

Sur l'annexe 2, tracer T_2 , tangente au point A à l'arc $\overset{\frown}{AB}$.

4.3 - On appelle E le point d' intersection de T_1 et de T_2.
Par détermination graphique, donner les coordonnées x_E et y_E du point E.

PARTIE B : Calcul des aires des différentes essences de bois nécessaires à la confection du plateau. **(3 points)**



On donne les dimensions réelles :

$OA = 30$ cm

$OB = 45$ cm

$BE = 15$ cm

1 - Montrer que l'aire réelle du trapèze *OAEB* est $\mathcal{A}_T$ = **1012,5 cm²**.

2 - Soit $\mathcal{A}_1$ l'aire réelle de la surface S_1 comprise entre l'arc $\overset{\frown}{AB}$ et les segments $[AE]$ et $[BE]$.

Soit $\mathcal{A}_2$ l'aire réelle de la surface S_2 comprise entre l'arc $\overset{\frown}{AB}$ et le segment $[AB]$.

Soit $\mathcal{A}_3$ l'aire réelle de la surface S_3 comprise entre le segment $[AB]$ et l'arc $\overset{\frown}{AD}$.

Soit $\mathcal{A}_4$ l'aire réelle de la surface S_4 comprise entre l'arc $\overset{\frown}{AD}$ et les segments $[OA]$ et $[OD]$.

Sachant que :

$$\mathcal{A}_4 = 2\,\mathcal{A}_3$$
$$\mathcal{A}_3 = \mathcal{A}_2 = 2\,\mathcal{A}_1$$
$$\mathcal{A}_T = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 + \mathcal{A}_3 + \mathcal{A}_4$$

2.1 - Montrer que $\mathcal{A}_T = 9\,\mathcal{A}_1$.

2.2 - Calculer $\mathcal{A}_1$, $\mathcal{A}_2$, $\mathcal{A}_3$, $\mathcal{A}_4$.

3 - Calculer l'aire totale de placage **de chaque essence de bois** nécessaire à la confection du plateau.

<u>PARTIE C</u> : Calcul d'angles. (6 points)

Avant de procéder à la découpe du plateau, l'artisan confectionne un patron en carton sur lequel il va vérifier différentes mesures (longueurs, angles).

On rappelle que $A\ (6\ ;\ 0)$, $B\ (0\ ;\ -9)$ et $E\ (3\ ;\ -9)$.

1 - Calcul de la valeur du produit scalaire.

1.1 - Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EA}$ et $\overrightarrow{EB}$.

1.2 - Montrer que le produit scalaire $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EB}$ est égal à -9.

2 - Calculs d'angles :

2.1 - Calculer la norme $\|\overrightarrow{EB}\|$.

2.2 - Montrer que la norme $\|\overrightarrow{EA}\|$ a pour valeur exacte $3\sqrt{10}$.

2.3 - En utilisant le formulaire, montrer que $\cos\left(\widehat{\overrightarrow{EA}\ ;\ \overrightarrow{EB}}\right) = -\dfrac{1}{\sqrt{10}}$

2.4 - En déduire, **en degré**, la valeur arrondie à **0,1** de l'angle $\widehat{BEA}$.

2.5 - Calculer la valeur de l'angle $\widehat{OAE}$.

ANNEXE 1 (A joindre à la copie)

Tableau de valeurs de la fonction $f : f(x) = 0{,}25\,x^2 - 9$

Valeurs de x	0	1	2	3	4	5	6
Valeurs de $f(x)$				$-6{,}75$			

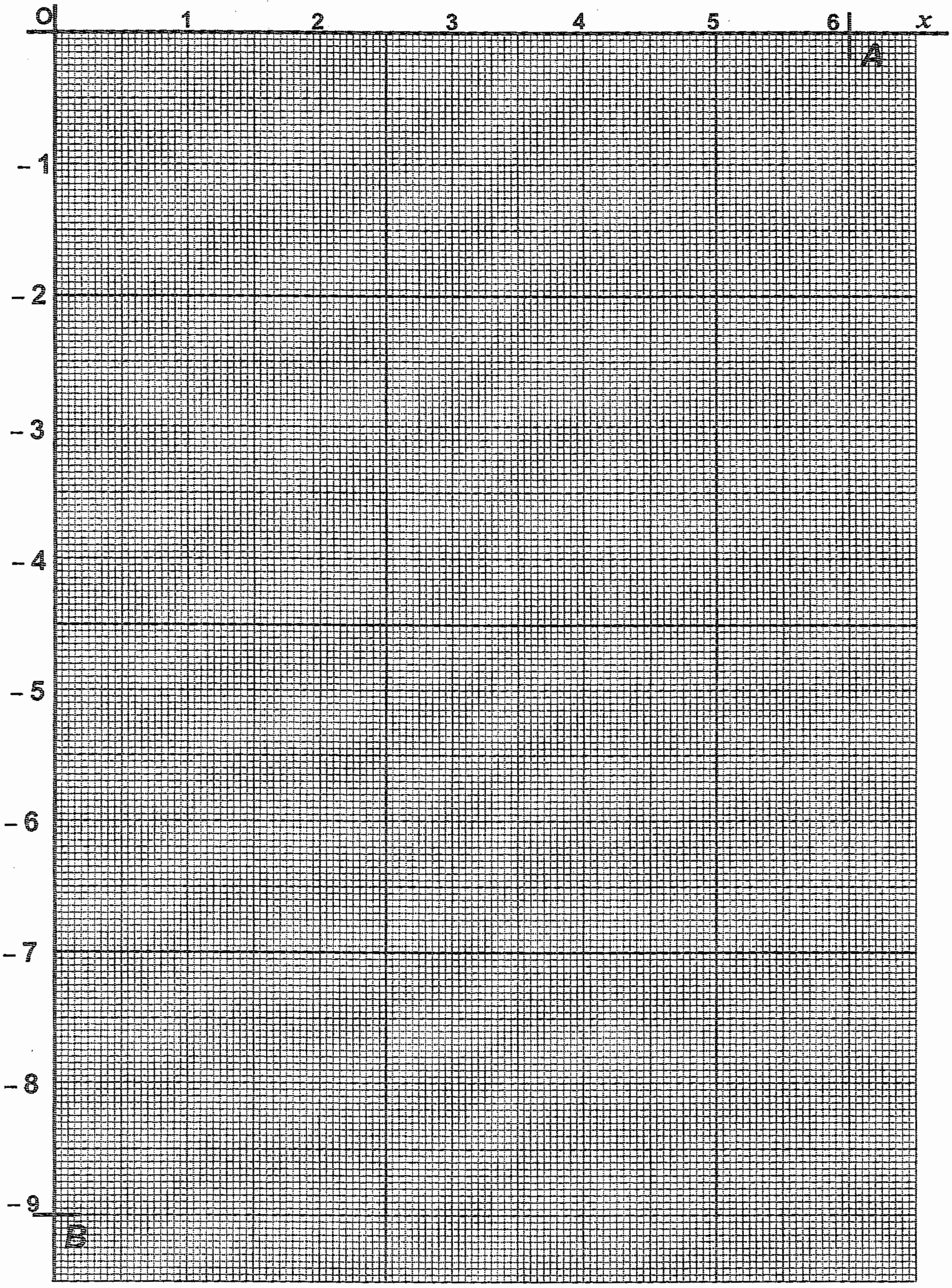
Tableau de variation de la fonction f :

x	0	6
Signe de $f'(x)$		
Variation de f		

Tableau de valeurs de la fonction g : $g(x) = \frac{1}{2} f(x)$

Valeurs de x	0	1	2	3	4	5	6
Valeurs de $g(x)$				$-3{,}375$			

ANNEXE 2 (A joindre avec la copie)



FORMULAIRE DE MATHEMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Artisanat - Bâtiment - Maintenance - Productique (Arrêté du 9 mai 1995 - BO Spécial N°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$au(x)$	$au'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b \qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\dfrac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré : $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suite arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suite géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$ = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

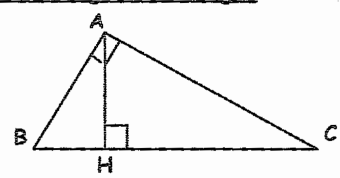
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin\widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos\widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan\widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin\widehat{A}} = \frac{b}{\sin\widehat{B}} = \frac{c}{\sin\widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\dfrac{1}{2} bc \sin\widehat{A}$

Trapèze : $\dfrac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

- Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh
- Sphère de rayon R :

  Aire $= 4\pi R^2$ Volume $= \dfrac{4}{3}\pi R^3$

- Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $= \dfrac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}\cdot\vec{v'} = xx' + yy' \qquad \vec{v}\cdot\vec{v'} = xx' + yy' + zz'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2} \qquad \|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$ $\quad \vec{v}\cdot\vec{v'} = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v'}\| \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v}\cdot\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$