

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

MICROTECHNIQUES

SESSION DE JUIN 2007

E1 : ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS-ÉPREUVE A1 - UNITÉ 11

MATHÉMATIQUES & SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 9 pages dont une page de garde et une page "formulaire de mathématiques" (page 2/9).

Les documents annexes à rendre avec la copie seront agrafés par le surveillant sans indication d'identité du candidat.

Les exercices de mathématiques et de sciences physiques seront rédigés sur la même copie.

Tous les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre différent, à condition de respecter la numérotation.

Barème :

- Mathématiques : 15 points ;
- Sciences physiques : 5 points.

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 cm × 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit (circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999 BOEN n°42).

SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
0706-MIC S11	2 H 00	2	1/9

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique
 (Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

<u>Fonction f</u>	<u>Dérivée f'</u>
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a u(x)$	$a u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\ln(a^n) = n \ln a$
 $\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$= 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^p n_i$

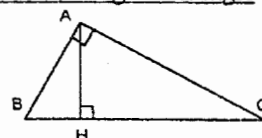
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapeze : $\frac{1}{2} (B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3} \pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$ $\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
 $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
0706-MIC S 11	2 H 00	2	2/9

MATHÉMATIQUES (15 points)

EXERCICE I – Étude du profil d'une came.

Les parties A, B et C de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Le mouvement rectiligne alternatif (va-et-vient) du piston d'une pompe hydraulique haute pression est commandé par le mouvement de rotation d'une came en acier.

Cette came est représentée par le schéma simplifié ci-dessous.

Dans tout cet exercice, l'unité de longueur est le centimètre.

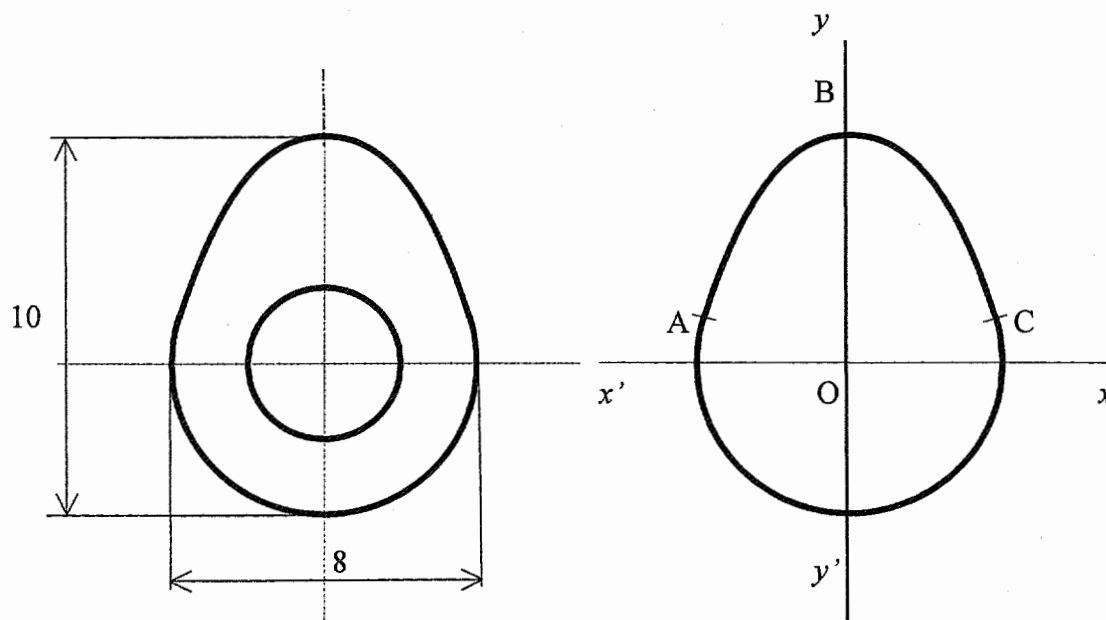


figure 1 : schéma simplifié de la came

figure 2 : modélisation du profil de la came

Le profil de la came a été modélisé pour programmer son usinage. Cette modélisation est constituée par :

- l'arc de courbe BC,
- l'arc de cercle CA de centre O et de rayon 4,
- l'arc de courbe AB symétrique de l'arc BC par rapport à l'axe (OB).

L'objectif est de représenter graphiquement la modélisation dans le plan rapporté au repère figurant sur l'annexe 2 (à rendre avec la copie).

SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
0706-MIC S 11	2 H 00	2	3/9

PARTIE A : Étude d'une fonction (9 points).

Dans le plan rapporté au repère de l'annexe 2, l'arc de courbe BC est la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 3,8]$ par $f(x) = -0,04 x^3 - 0,18 x^2 + 6$.

Les coordonnées des points B et C sont :

$$B(0 ; 6) \text{ et } C(3,8 ; 1,2).$$

1. Déterminer $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de la fonction f .
2. a) Résoudre l'équation $x(-0,12x - 0,36) = 0$.
b) En déduire la solution de l'équation $f'(x) = 0$ dans l'intervalle $[0 ; 3,8]$.
c) En déduire la valeur du coefficient directeur $f'(0)$ de la tangente à l'arc de courbe BC au point B(0 ; 6).
d) Tracer cette tangente dans le plan rapporté au repère de l'annexe 2.
3. a) Remplir le tableau de signes figurant sur l'annexe 1 (à rendre avec la copie).
b) Compléter le tableau de variation de la fonction f figurant sur l'annexe 1.
4. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f figurant sur l'annexe 1 (arrondir les valeurs au dixième).
5. Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le plan rapporté au repère de l'annexe 2.
6. Compléter la représentation graphique de la modélisation du profil de la came, dans le plan rapporté au repère de l'annexe 2 (où le point A est déjà placé), en traçant :
 - l'arc de courbe AB, symétrique de l'arc BC par rapport à l'axe (OB),
 - l'arc de cercle AC, de centre O et de rayon 4.

PARTIE B : Étude de la tangente à l'arc de courbe BC au point C (2 points).

1. Montrer que la valeur, arrondie au dixième, du coefficient directeur de la tangente à l'arc de courbe BC au point C(3,8 ; 1,2) est $a = -3,1$.

On rappelle qu'une expression de $f'(x)$ est :

$$f'(x) = x(-0,12x - 0,36).$$

2. L'équation de la tangente à l'arc de courbe BC au point C est de la forme $y = -3,1x + b$. Déterminer, arrondie à l'unité, la valeur de b en utilisant les coordonnées du point C(3,8 ; 1,2).
3. On admet que l'équation de la tangente à l'arc de courbe BC au point C est $y = -3,1x + 13$.
 - a) Tracer cette tangente dans le plan rapporté au repère de l'annexe 2.
 - b) Donner les coordonnées du point d'intersection de cette tangente et de l'axe des ordonnées.

SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
0706-MIC S 11	2 H 00	2	4/9

PARTIE C : Étude du « raccordement » au point C de l'arc de courbe BC et de l'arc de cercle CA (4 points).

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs \vec{CO} et \vec{CD} avec C (3,8 ; 1,2) et D (0 ;13).
2. En utilisant les coordonnées des vecteurs \vec{CO} et \vec{CD} , vérifier que le produit scalaire $\vec{CO} \cdot \vec{CD}$ est égal à 0,28.
3. a) Calculer, arrondie au dixième, la norme $\|\vec{CD}\|$ du vecteur \vec{CD} .
b) Exprimer le produit scalaire $\vec{CO} \cdot \vec{CD}$ en fonction du cosinus de l'angle \widehat{OCD} .
On rappelle que $\|\vec{OC}\| = 4$ (rayon du cercle de centre O).
c) En déduire la mesure, en degré, arrondie au dixième, de l'angle \widehat{OCD} .
4. Expliquer pourquoi on peut considérer que l'arc de courbe BC et l'arc de cercle CA ont la même tangente au point C.

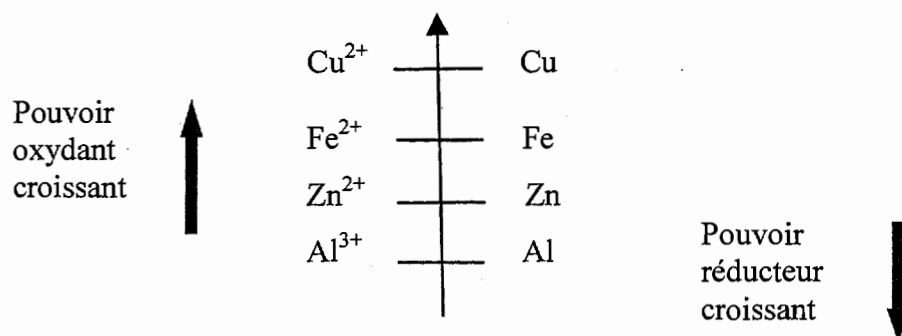
SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
0706-MIC S 11	2 H 00	2	5/9

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

EXERCICE I - Corrosion - Protection (3 points).

Pour protéger la came en acier (contenant 98 % de fer), on peut la recouvrir d'une couche de zinc par électrolyse.

On donne un extrait de la classification des couples rédox.



- 1) Écrire la demi-équation d'oxydation du zinc.
- 2) Écrire la demi-équation de réduction du fer.
- 3) Écrire la réaction d'oxydo-réduction.
- 4) Justifier l'intérêt de recouvrir l'acier avec une couche de zinc.
- 5) Donner un autre exemple de protection possible de l'acier.

SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
0706-MIC S 11	2 H 00	2	6/9

EXERCICE II - Cinématique (2 points).

Le débit, en m^3/min , de la pompe hydraulique est le volume de liquide, en m^3 , refoulé pendant une minute.

Pour obtenir le débit désiré pour cette pompe, la vitesse angulaire du moteur (donc celle de la came) est réglée à $188,5 \text{ rad/s}$.

1. Calculer, en tr/s , la fréquence de rotation de la came. Écrire le résultat arrondi à l'unité.
2. Lorsque la came effectue un tour, le piston effectue un aller-et-retour.
Pour une fréquence de rotation de la came de 30 tr/s , calculer, en seconde, le temps mis par le piston pour effectuer un aller-et-retour (résultat arrondi au centième).
3. Le volume refoulé par le piston pour un aller-et-retour est de $0,006 \text{ m}^3$.
Calculer, en m^3 , le volume de liquide refoulé pendant une seconde ; en déduire, en m^3 , le volume de liquide refoulé pendant une minute.
On rappelle que la fréquence de rotation de la came est de 30 tr/s .

Informations :

$$\omega = 2\pi n$$

ω : vitesse angulaire en rad/s
 n : fréquence de rotation en tr/s

$$t = \frac{1}{n}$$

t : temps en seconde

SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
0706-MIC S 11	2 H 00	2	7/9

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)

MATHÉMATIQUES – EXERCICE I / PARTIE A

3. a) Tableau pour l'étude du signe de $f'(x)$.

x	0	3,8
Signe de x	...	
Signe de $(-0,12x - 0,36)$		
Signe de $x(-0,12x - 0,36)$...	

3. b) Tableau de variation de la fonction f .

x	0	3,8
Signe de $f'(x)$...	
Variation de f

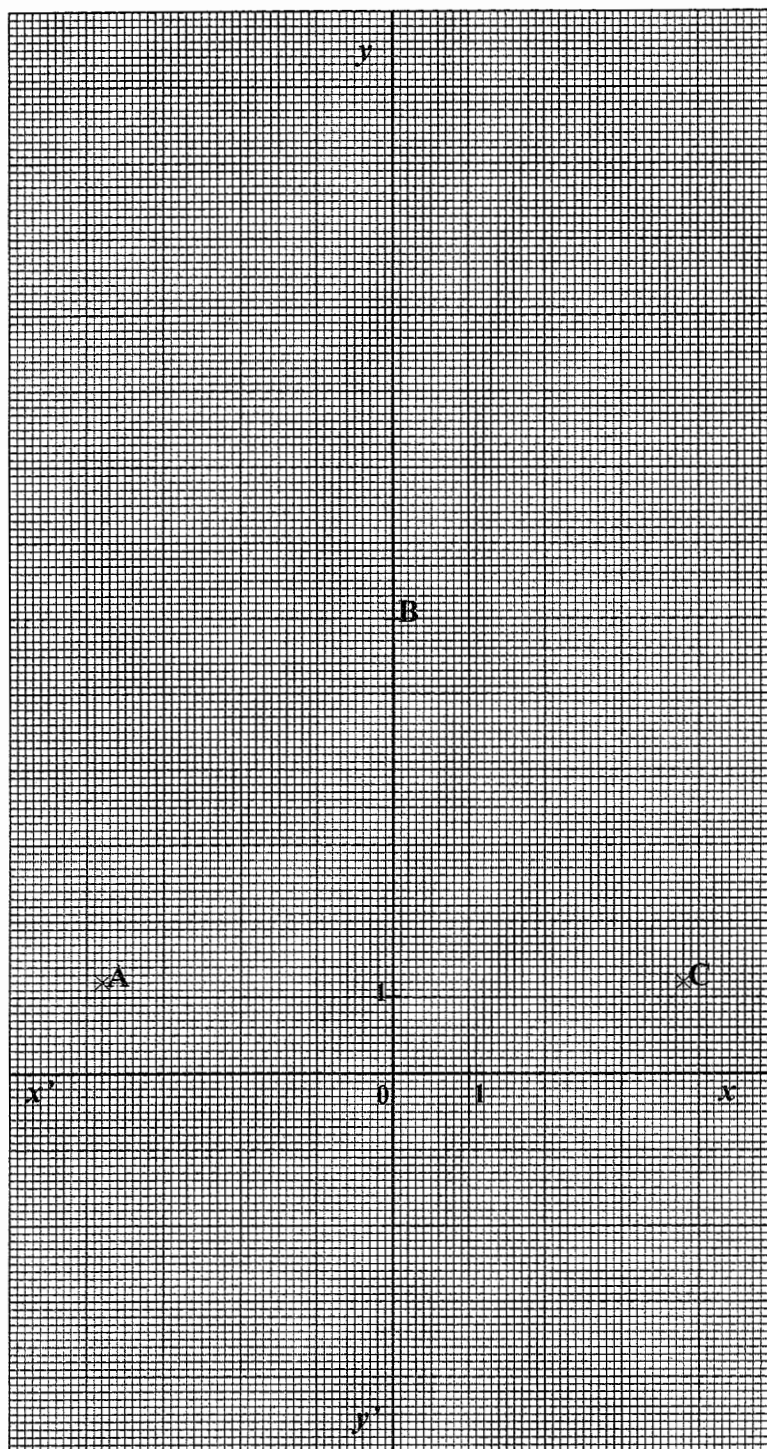
4. Tableau de valeurs de la fonction f .

x	0	1	2	3	3,8
$f(x)$	6		4,96		1,2

SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
0706-MIC S 11	2 H 00	2	8/9

ANNEXE 2 (à rendre avec la copie)

MATHÉMATIQUES – EXERCICE I / PARTIES A, B et C



SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
0706-MIC S 11	2 H 00	2	9/9