BACCALAURÉATS PROFESSIONNELS

TECHNICIEN OUTILLEUR
et
TECHNICIEN MODELEUR

Épreuve E1 - Scientifique et Technique

Sous-Épreuve U12 - Mathématiques et Sciences physiques

Durée : 2 Heures **Coefficient : 2**

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Les documents à rendre seront agrafés à la copie sans indication d'identité du candidat.

Les exercices de Mathématiques et de Sciences physiques ne seront pas rédigés sur des copies séparées.

Le sujet comporte 7 pages dont :

1 page de garde (p 1/7)
1 page annexe **à rendre avec la copie** (p 6/7)
3 pages de Mathématiques (p 2, 3 et 4/7)
1 pages de Sciences (p 5/7)
1 page de formulaire de Mathématiques (p 7/7)

Barème :

Mathématiques : (15 points)

Exercice 1 : 10,5 points

Exercice 2 : 4,5 points

Sciences Physiques : (5 points)

Exercice 3 : 3 points

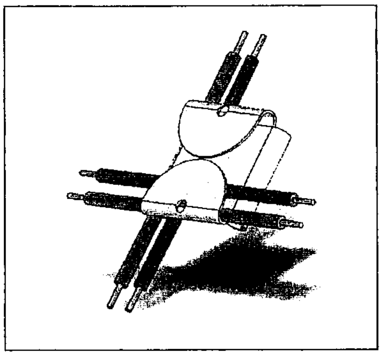
Exercice 4 : 2 points

MATHÉMATIQUES – 15 points

L'objectif de ces exercices est l'étude d'un croisillon de maintien d'un câblage électrique (figure ci-contre).

La fonction principale de cet objet, en tôle de laiton pour les gros câbles, ou en matière plastique pour les fils électriques, consiste à faciliter le rangement des câblages volants de circuits électriques.

Le croisillon est composé d'un carré central et de quatre figures identiques. Les petits trous de fixation seront négligés par la suite.



EXERCICE 1 : (10,5 points)

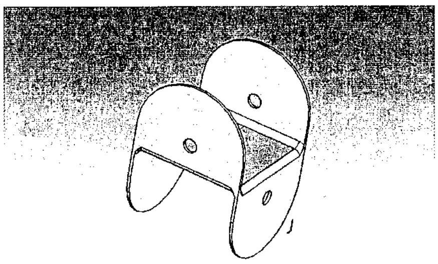
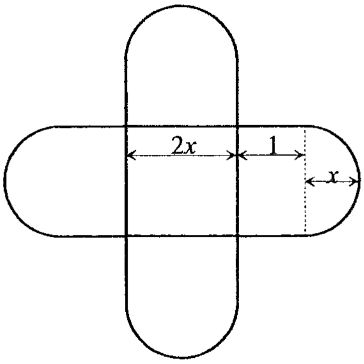


Schéma en 3 D



Les cotes sont données en **cm**.

Schéma en 2D

Partie A : *Calculs d'aires.*

1. *Étude d'un cas particulier.*

   Dans cette question, on prend x = **1,5**.
   À l'aide du schéma en 2D, calculer l'aire S, exprimée en cm^2, de la matière plastique nécessaire pour la fabrication de la pièce. Le résultat sera arrondi à l'unité.

2. *Cas général.*

   Pour la suite du problème, on prendra $\pi = 3{,}14$.
   Montrer que l'aire S de la matière plastique utilisée s'exprime en fonction de x par :

$$S = 10{,}28\,x^2 + 8\,x.$$

Partie B : *Étude d'une fonction numérique.*

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [1 ; 5] par :

$$f(x) = 10{,}28\,x^2 + 8\,x.$$

On désigne par $\mathscr{C}$ la représentation graphique de la fonction f dans le repère situé en annexe page 6/7.

1. On désigne par A le point de la courbe $\mathscr{C}$ d'abscisse 2,5.
Calculer $f(2{,}5)$. En déduire les coordonnées du point A.

2. On se propose de construire la tangente (*T*) à la courbe $\mathscr{C}$ au point A.

a) Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction *f*.

b) Calculer le nombre dérivé $f'(2{,}5)$.

c) Montrer que la tangente (*T*) à la courbe $\mathscr{C}$ au point A a pour équation :

$$y = 59{,}4\,x - 64{,}25.$$

d) Placer le point A et tracer la tangente (*T*) à la courbe $\mathscr{C}$ en A.

3. a) Compléter le tableau de valeurs donné en annexe page 6/7. Les résultats seront arrondis à l'unité.

b) Construire la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère donné en annexe page 6/7.

Partie C : *Exploitation de la courbe.*

Avec les notations des parties précédentes, l'aire S, en cm^2, de la matière plastique nécessaire pour la fabrication de la pièce est donnée par S $= f(x)$.

1. Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle S = 65 cm^2. Les traits de construction nécessaires à la lecture devront figurer sur le schéma.

2. On souhaite contrôler, par le calcul, le résultat obtenu à la question précédente.

a) Résoudre l'équation $10{,}28\,x^2 + 8\,x = 65$. Les résultats seront arrondis au dixième.

b) Parmi les deux solutions obtenues, laquelle convient-il de retenir ?

EXERCICE 2 : (4,5 points)

Une machine fabrique en grande quantité les pièces précédemment décrites. L'épaisseur de chacune d'entre-elles est fixée à 1 mm. Afin de contrôler le bon fonctionnement de la machine, on prélève un échantillon de 70 pièces dont on mesure l'épaisseur. La production est jugée bonne si les trois conditions suivantes sont réalisées :

- L'épaisseur moyenne $\overline{x}$ appartient à l'intervalle [0,97 ; 1,03].
- L'écart-type σ est strictement inférieur à 0,08 mm.
- La machine est bien réglée si au moins 70 % des pièces sont dans l'intervalle $[\overline{x} - \sigma ; \overline{x} + \sigma]$.

Les résultats obtenus sont répertoriés dans le tableau suivant :

Épaisseur (mm)	**Effectifs**
[0,86 ; 0,90[	6
[0,90 ; 0,94[	10
[0,94 ; 0,98[	15
[0,98 ; 1,02[	23
[1,02 ; 1,06[	9
[1,06 ; 1,10[	6
[1,10 ; 1,14[	1

1. En considérant que l'effectif de chaque classe est affecté au centre de la classe, déterminer l'épaisseur moyenne $\overline{x}$ et l'écart-type σ de la série statistique. Les résultats seront arrondis au centième.

2. Les deux premières conditions sont-elles vérifiées ? Justifier les réponses.

3. En prenant les valeurs trouvées pour $\overline{x}$ et σ, calculer $\overline{x} - \sigma$ et $\overline{x} + \sigma$.

4. Dans cette question, on suppose une répartition uniforme des effectifs dans chaque classe.
À partir du tableau, déterminer le nombre de pièces dont le diamètre appartient à l'intervalle $[\overline{x} - \sigma ; \overline{x} + \sigma]$. En déduire le pourcentage correspondant.

5. À partir des résultats précédents, dire si la dernière condition est réalisée et si l'équipe de maintenance doit intervenir. Justifier les réponses.

SCIENCES PHYSIQUES – 5 points

EXERCICE 3 : (3 points)

La pièce fabriquée est en polyéthylène, produit de la réaction de polyaddition de l'éthène. L'industrie chimique prépare l'éthène par vapocraquage d'un alcane ayant pour formule brute C_4H_{10}.

1. **a)** Ecrire les formules semi-développées, puis nommer les isomères de l'alcane ayant pour formule brute C_4H_{10}.

   b) Identifier l'alcane recherché sachant qu'il a une chaîne linéaire.

2. Soit la réaction de vapocraquage du butane :

$$C_4H_{10} \longrightarrow 2\ CH_2{=}CH_2 + H_2$$

   a) Calculer la masse molaire moléculaire du butane et de l'éthène.

   b) On fait réagir 29 kg de butane. Calculer le nombre de moles de butane intervenant dans la réaction.

   c) Calculer la masse d'éthène produit.

Données : M(H) = 1 g/mol ; M(C) = 12 g/mol.

Formule : $n = \frac{m}{M}$.

EXERCICE 4 : (2 points)

La vis de plasturgie est entraînée par un moteur monophasé dont la plaque signalétique indique :

230V – 50 Hz
P_u = 3kW
cos φ = 0,80

1. Donner la signification des indications inscrites sur la plaque signalétique.
2. Calculer la puissance active P_a du moteur sachant que le rendement est de 75%.
3. Calculer l'intensité du courant qui traverse le moteur. Arrondir à l'unité.

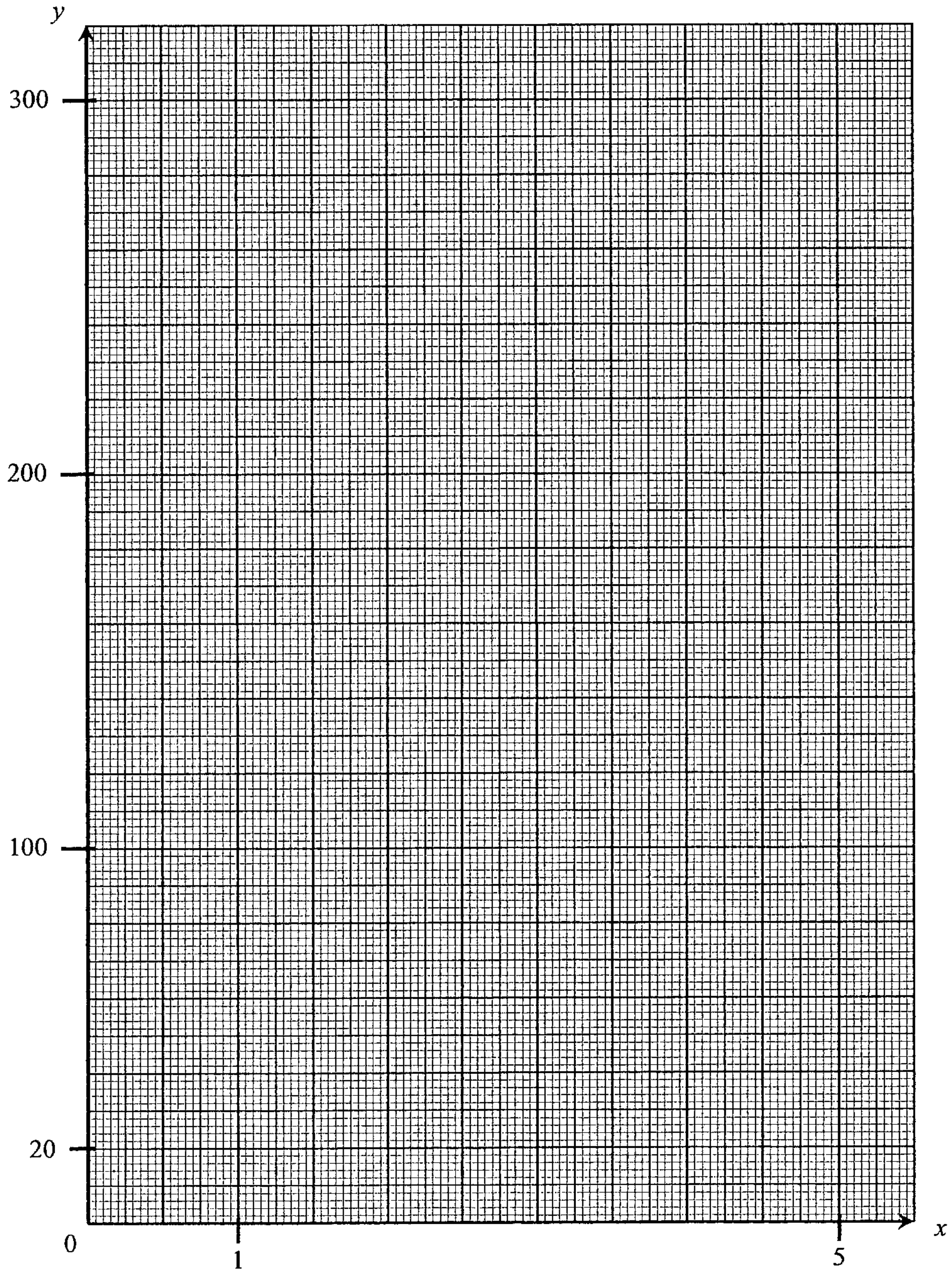
ANNEXE À REMETTRE AVEC LA COPIE

EXERCICE 1 : Partie **B :**

4. Tableau de valeurs :

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$	18	35	…	84	…	…	196	…	297

5. Représentation graphique :



FORMULAIRE BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL MATHÉMATIQUES

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

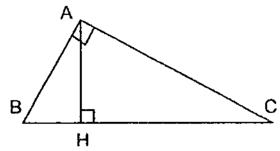
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$