BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Micro-informatique et Réseaux : Installation et Maintenance (MRIM)

Systèmes Électroniques Numériques (SEN)

MRIM

Épreuve E1 :
Épreuve scientifique et technique

Mathématiques (E12)

SEN
Épreuve E1 :
Épreuve scientifique à caractère professionnel
Mathématiques (E11)

DOSSIER SUJET

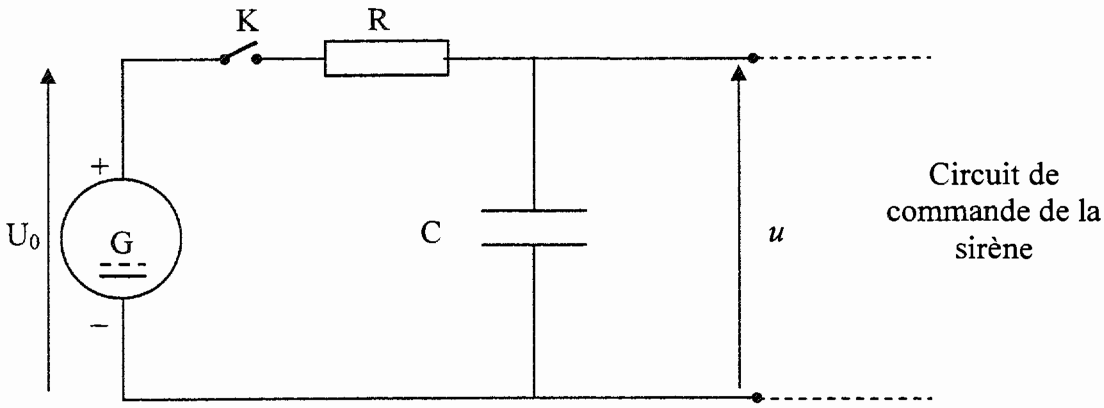
Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 2,5 (MRIM)
2 (SEN)

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des instruments de calcul est autorisé. Tout échange de matériel est interdit.

<u>EXERCICE 1 :</u> *Fonctionnement d'une alarme* **(14 points)**

Un circuit de commande d'une alarme de maison peut être schématisé par le circuit ci-dessous.



À la fermeture de l'interrupteur K, l'alarme est mise sous tension. Un laps de temps est nécessaire pour sortir de la maison sans déclencher l'alarme.

Partie A : *Équation différentielle* **(5 points)**

À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K. La différence de potentiel $u(t)$ (en volt) aux bornes du condensateur vérifie l'équation différentielle (E) où u' est la dérivée de la fonction u :

$$\mathrm{RC}\, u'(t) + u(t) = \mathrm{U}_0 \qquad (E)$$

On donne : $\mathrm{R} = 10^6\ \Omega$, $\mathrm{C} = 50\ \mu\mathrm{F}$ et $\mathrm{U}_0 = 9$ V.

1. Avec les valeurs numériques de R, C et U_0, vérifier que l'équation différentielle (E) s'écrit :

$$u'(t) + 0{,}02\, u(t) = 0{,}18 \qquad (E)$$

2. Déterminer les fonctions u_1 solutions générales de l'équation différentielle sans second membre (E_0) :

$$u'(t) + 0{,}02\, u(t) = 0 \qquad (E_0)$$

3. Vérifier que la fonction u_2 définie par $u_2(t) = 9$ est une solution particulière de l'équation différentielle (E).

4. *On admet que la solution générale de l'équation différentielle (E) est la somme de la solution générale de l'équation différentielle « sans second membre » et d'une solution particulière de l'équation différentielle.*

a) Donner la solution générale de l'équation différentielle avec second membre (E).

b) Déterminer la solution particulière de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition : $u(0) = 0$.

Partie B : *Étude de fonction* **(7 points)**

On étudie la fonction u définie sur l'intervalle [0 ; 300] par $u(t) = 9\,(1 - e^{-\frac{t}{50}})$.

1. Exprimer $u'(t)$ où u' est la dérivée de la fonction u.

2. **a)** Déterminer le signe de $u'(t)$. La réponse devra être justifiée.

b) En déduire le sens de variation de la fonction u sur l'intervalle [0 ; 300].

3. Compléter le tableau de valeurs **de l'annexe page 5/6.** Les résultats seront arrondis au dixième.

4. Construire la représentation graphique $\mathscr{C}$ de la fonction u dans le repère de **l'annexe**.

5. **a)** Résoudre graphiquement l'équation $u(t) = 7{,}5$. Laisser apparents les traits utiles à la lecture.

b) Résoudre par le calcul l'équation $u\,(t) = 7{,}5$. Le résultat sera arrondi à l'unité.

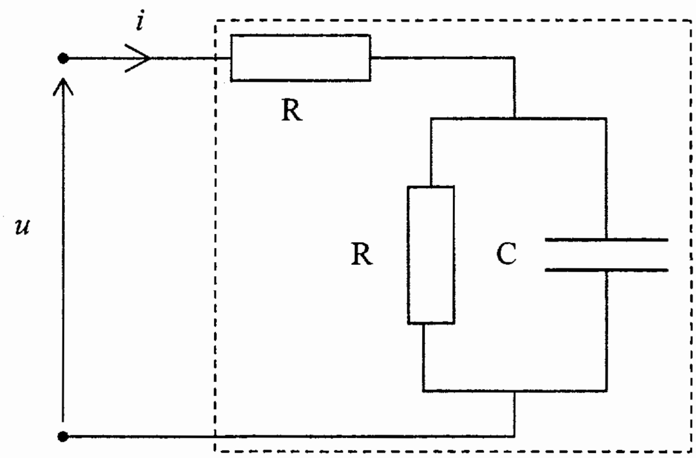
c) La sirène de l'alarme se déclenche dès que la tension aux bornes du condensateur atteint 7,5 V. Donner le temps dont dispose une personne pour quitter la maison avant le déclenchement de la sirène.

Partie C : (2 points)

1. Le niveau d'intensité acoustique L est donné par la relation : $L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$ où I est l'intensité acoustique, I_0 l'intensité acoustique de seuil et où log désigne le logarithme décimal.
Sachant que $L = 90$ dB et $I_0 = 10^{-12}$ W/m², calculer l'intensité acoustique I (en W/m²)

2. À une distance d de la source, la sirène émet un son d'une puissance P égale à 0,1 W. Sachant que $P = I \times 4\,\pi\, d^2$, déterminer la distance d correspondante (le résultat, en mètre, sera arrondi au dixième).

EXERCICE 2 : *Impédance et courant en notations complexes* **(6 points)**



Dipôle D

Un dipôle D parcouru par un courant d'intensité i est soumis à une différence de potentiel u telle que :

$$u(t) = 230\sqrt{2}\sin(\omega t)$$

On associe à $u(t)$ le nombre complexe $\underline{U}$ ayant pour module $|\underline{U}| = 230$ V et pour argument $\theta = 0$ rad.

$$\underline{U} = [|\underline{U}|\,;0] = [230\,;0]$$

L'impédance complexe $\underline{Z}$ du dipôle D a pour expression :

$$\underline{Z} = \mathrm{R} + \frac{\mathrm{R}}{1+\mathrm{j}\mathrm{RC}\omega}$$

avec $\mathrm{R} = 10^3\ \Omega$; $\mathrm{C} = 0{,}1\ \mu\mathrm{F}$; $\omega = 10^4$ rad/s et où j désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. Montrer qu'avec les valeurs numériques de R, C et ω, l'impédance complexe $\underline{Z}$ a pour expression : $\underline{Z} = 10^3 \times \frac{2+\mathrm{j}}{1+\mathrm{j}}$.

2. Vérifier que $\underline{Z}$ a pour forme algébrique $\underline{Z} = 1\,500 - 500\,\mathrm{j}$.

3. **a)** Calculer le module $|\underline{Z}|$ de $\underline{Z}$. Le résultat sera arrondi à 10^{-2}.

   b) Calculer un argument θ de $\underline{Z}$. Le résultat, en radian, sera arrondi à 10^{-2}.

   c) En déduire l'expression de $\underline{Z}$ sous forme trigonométrique.

4. On rappelle que : $\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}$; $\text{module}(\underline{I}) = \frac{\text{module}(\underline{U})}{\text{module}(\underline{Z})}$

   $\text{argument}(\underline{I}) = \text{argument}(\underline{U}) - \text{argument}(\underline{Z})$

   Sachant que l'intensité du courant traversant le dipôle a pour expression :

   $$i(t) = \mathrm{I}\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$$

   donner l'expression de la valeur instantanée $i(t)$ de l'intensité du courant, la valeur I du module de $\underline{I}$ sera arrondie au millième.

ANNEXE

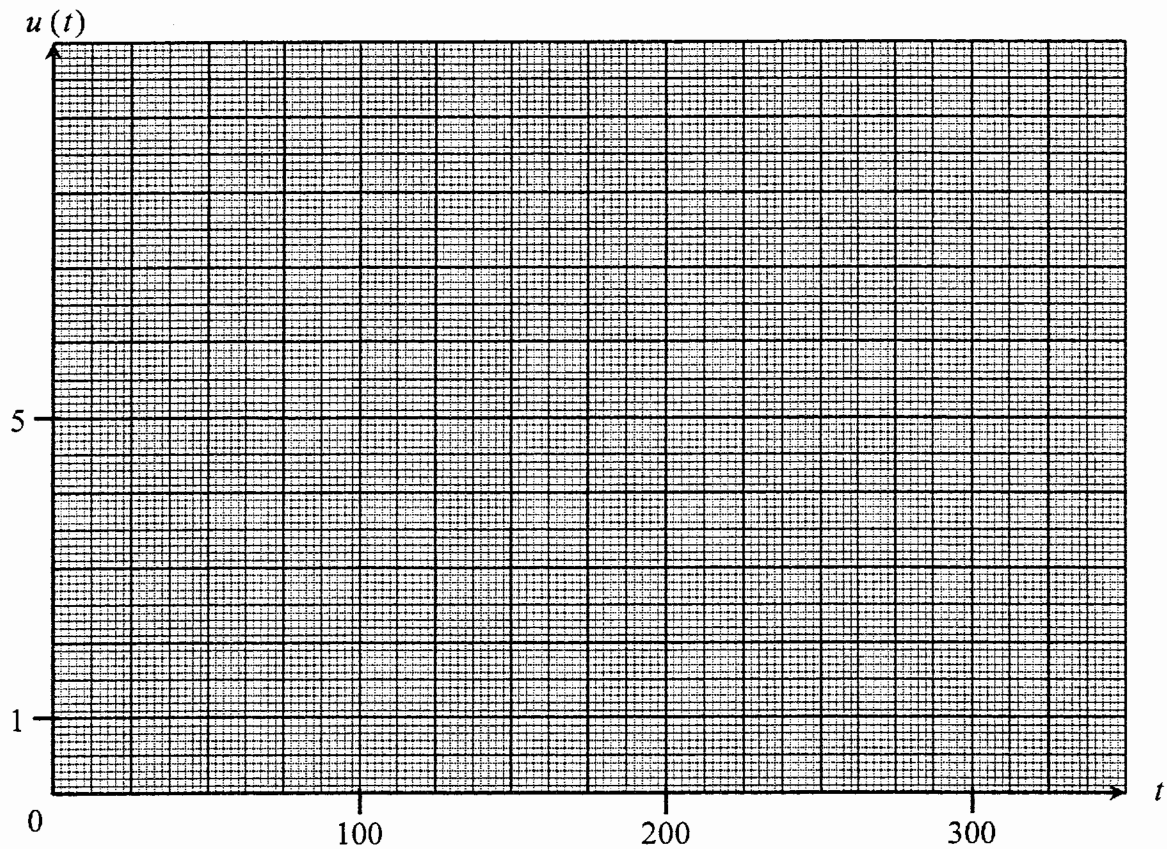
À remettre avec la copie

EXERCICE 1 : Partie B

3. Tableau de valeurs :

t	0	25	50	100	150	200	300
$u(t)$			5,7		8,6		9,0

4. Représentation graphique :



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Métiers de l'électricité

(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
(x)	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

<u>Equation du second degré</u> $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

<u>Suites arithmétiques</u>

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

<u>Suites géométriques</u>

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

<u>Logarithme népérien : ln</u>

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad$ $\ln(a^n) = n\ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

<u>Equations différentielles</u>

$y' - ay = 0 \qquad y = ke^{ax}$

$y'' + \omega^2 y = 0 \qquad y = a\cos\omega x + b\sin\omega x$

<u>Trigonométrie</u>

$\sin(a+b) = \sin a\cos b + \sin b\cos a$

$\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2\sin a\cos a$

<u>Nombres complexes</u> $(j^2 = -1)$

forme algébrique	forme trigonométrique
$z = x + jy$	$z = \rho(\cos\theta + j\sin\theta)$
$\bar{z} = x - jy$	$\bar{z} = \rho(\cos\theta - j\sin\theta)$
$\lvert z\rvert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\rho = \lvert z\rvert$
	$\theta = \arg(z)$

<u>Calcul vectoriel dans le plan</u>

$\vec{v}\cdot\vec{v'} = xx' + yy'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

$\vec{v}\cdot\vec{v'} = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v'}\| \cos(\vec{v},\vec{v'})$

$\vec{v}\cdot\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$

<u>Aires dans le plan</u>

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\widehat{A}$ $\qquad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

<u>Aires et volumes dans l'espace</u>

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

<u>Calcul intégral</u>

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_b^c f(t)\,dt$$

* $\int_a^b (f+g)(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_a^b g(t)\,dt$

* $\int_a^b kf(t)\,dt = k\int_a^b f(t)\,dt$