# BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

# Micro-informatique et Réseaux : Installation et Maintenance (MRIM)

# Systèmes Électroniques Numériques (SEN)

| MRIM | SEN |
|---|---|
| **Épreuve E1 :** | **Épreuve E1 :** |
| **Épreuve scientifique et technique** | **Épreuve scientifique à caractère professionnel** |
| **Mathématiques (E12)** | **Mathématiques (E11)** |

## DOSSIER SUJET

**Durée de l'épreuve : 2 heures**

**Coefficient : 2,5 (MRIM)**
**2 (SEN)**

*La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*
*L'usage des instruments de calcul est autorisé. Tout échange de matériel est interdit.*

## EXERCICE 1 : (10 points)

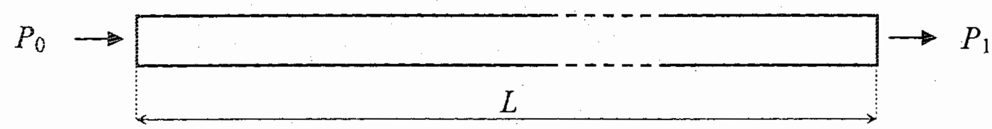
**PARTIE A :** *Étude de l'atténuation d'un signal lumineux transmis par une fibre optique* **(4 points)**

Le coefficient d'atténuation linéique $\alpha$ d'une fibre optique de longueur $L$ est défini par :

$$\alpha = \frac{10}{L} \times \log \frac{P_0}{P_1}$$

log désigne le logarithme décimal,
$\alpha$ est exprimé en dB/km, et :

$P_0$, la puissance du signal à l'entrée de la fibre en watts (en W),
$P_1$, la puissance du signal à la sortie de la fibre (en W),
$L$, la longueur de la fibre (en km).




1. Exprimez $\log \frac{P_0}{P_1}$ en fonction de $\alpha$ et de $L$.

2. Si $a$ est un réel strictement positif : $\log a = \frac{\ln a}{\ln 10}$ où ln désigne le logarithme népérien.

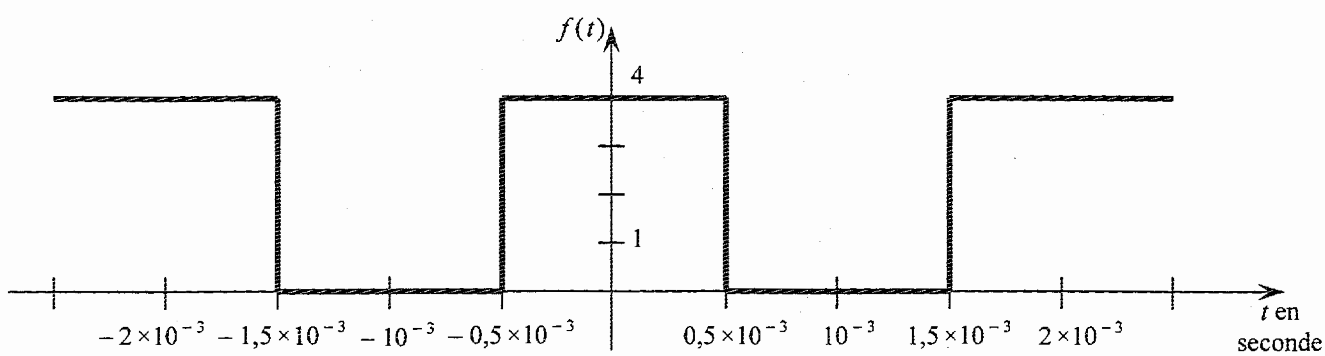
   Calculer la valeur de ln 10 arrondie au centième. Montrer alors que $\ln \frac{P_0}{P_1} = 0{,}23\alpha\, L$.

3. Montrer que si $\alpha = 0{,}30$ dB/km, alors $\frac{P_0}{P_1} = \mathrm{e}^{\,0{,}069\, L}$ .

4. Déterminer la longueur $L$ de la fibre pour laquelle la puissance d'entrée est égale à trois fois la puissance de sortie. Le résultat sera arrondi à l'unité.

**PARTIE B :** *Étude d'un signal* **(6 points)**

On transmet dans la fibre optique un signal carré lumineux représenté par le graphique ci-dessous.




Ce signal est défini sur une période par la fonction $f$ définie par :

$$\begin{cases} f(t) = 4 \text{ si } t \text{ appartient à l'intervalle } [-0{,}5\times10^{-3}\,;\,0{,}5\times10^{-3}[ \\ f(t) = 0 \text{ si } t \text{ appartient à l'intervalle } [0{,}5\times10^{-3}\,;\,1{,}5\times10^{-3}[ \end{cases}$$

1. Déterminer la période T du signal.

2. Calculer la valeur moyenne $a_0$ du signal $f$ sachant que $a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)\,dt$.

3. Déterminer la parité du signal. Justifier la réponse.

4. Le polynôme de Fourier d'ordre $n$ associé au signal est :

   $P_n(t) = a_0 + a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t + a_2 \cos 2\,\omega t + b_2 \sin 2\,\omega t + \cdots + a_n \cos n\,\omega t + b_n \sin n\,\omega t$.

   a) Déduire de la question précédente la valeur des coefficients $b_1, b_2, \ldots, b_n$.

   b) Les coefficients $a_n$, ont pour expression $a_n = \frac{8}{n\pi}\sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)$, pour $n \geqslant 1$.

   Donner les valeurs exactes des coefficients $a_1$ et $a_2$.

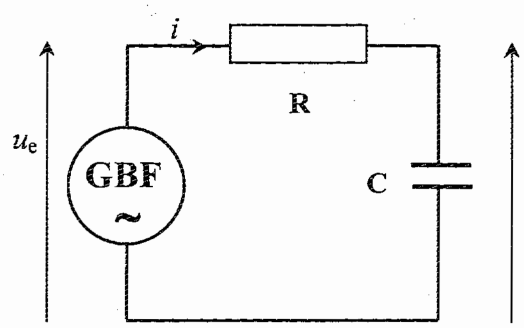
   c) À l'aide de la formule de Parseval limitée aux deux premiers harmoniques :

   $$E = a_0^2 + \frac{1}{2}(a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2),$$

   calculer, à $10^{-2}$J, l'énergie E, exprimée en Joule, transportée par ce signal sur une période.

**EXERCICE 2 :** *Étude du filtre RC série « passe bas »* **(10 points)**

On considère un circuit électrique où un condensateur de capacité C et un résistor de résistance R sont montés en série aux bornes d'un générateur basse fréquence (GBF).




On note : $u_e$ , la tension d'entrée sinusoïdale,
$u_s$ , la tension de sortie sinusoïdale,
$i$ , l'intensité du courant sinusoïdal qui parcourt le circuit RC,
$\omega$ , la pulsation des grandeurs $u_e$, $u_s$ et $i$.

On associe respectivement à $u_e$, $u_s$ et $i$, les nombres complexes $\underline{U_e}$ , $\underline{U_s}$ et $\underline{I}$ .

$\underline{Z_R}$ et $\underline{Z_C}$ sont les impédances complexes respectives du résistor R et du condensateur C avec :

$$\underline{Z_R} = R \text{ et } \underline{Z_C} = \frac{1}{jC\omega} \text{ où j désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument } \frac{\pi}{2}.$$

Les grandeurs complexes vérifient les relations suivantes : $\underline{U_e} = (\underline{Z_R} + \underline{Z_C}) \times \underline{I}$ et $\underline{U_S} = \underline{Z_C} \times \underline{I}$.

On définit la fonction de transfert complexe par : $\underline{T(\omega)} = \dfrac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}}$.

**1.** On donne : $\underline{T(\omega)} = \dfrac{1}{1 + jRC\omega}$ avec $R = 100\ k\Omega$ et $C = 10\ nF = 10^{-8}\ F$.

Montrer que $\underline{T(\omega)}$ peut s'écrire sous la forme : $\underline{T(\omega)} = \dfrac{1}{1 + 10^{-3}\,\omega j}$.

**2.** Donner l'expression du module du nombre complexe $1 + 10^{-3}\,\omega j$.

**3.** On admet que, pour deux nombres complexes $z_1$ et $z_2$ ($z_2 \neq 0$) : $\left|\dfrac{z_1}{z_2}\right| = \dfrac{|z_1|}{|z_2|}$.

Montrer que le module de $\underline{T(\omega)}$ peut s'écrire $\left|\underline{T(\omega)}\right| = \dfrac{1}{\sqrt{1 + 10^{-6}\,\omega^2}}$.

**4.** La pulsation de coupure $\omega_0$ vérifie la relation $\left|\underline{T(\omega_0)}\right| = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

**a)** Montrer que $\omega_0 = 1\ 000$ rad/s.

**b)** En déduire la valeur de la fréquence de coupure $f_0$. Le résultat sera arrondi à 0,1 Hz.
On rappelle que $\omega_0 = 2\pi f_0$.

**5.** On considère la fonction $f$ définie sur l'intervalle [0 ; 4 500] par $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 + 10^{-6}\,x^2}}$.

**a)** Compléter le tableau de valeurs situé sur **l'annexe page 5/6.** Les résultats seront arrondis au centième.

**b)** Tracer la représentation graphique de la fonction $f$ dans le repère de **l'annexe**.

**c)** Utiliser la représentation graphique de $f$ pour retrouver graphiquement la valeur de la pulsation de coupure $\omega_0$. *Laisser apparents les traits de construction permettant la lecture graphique.*

# ANNEXE

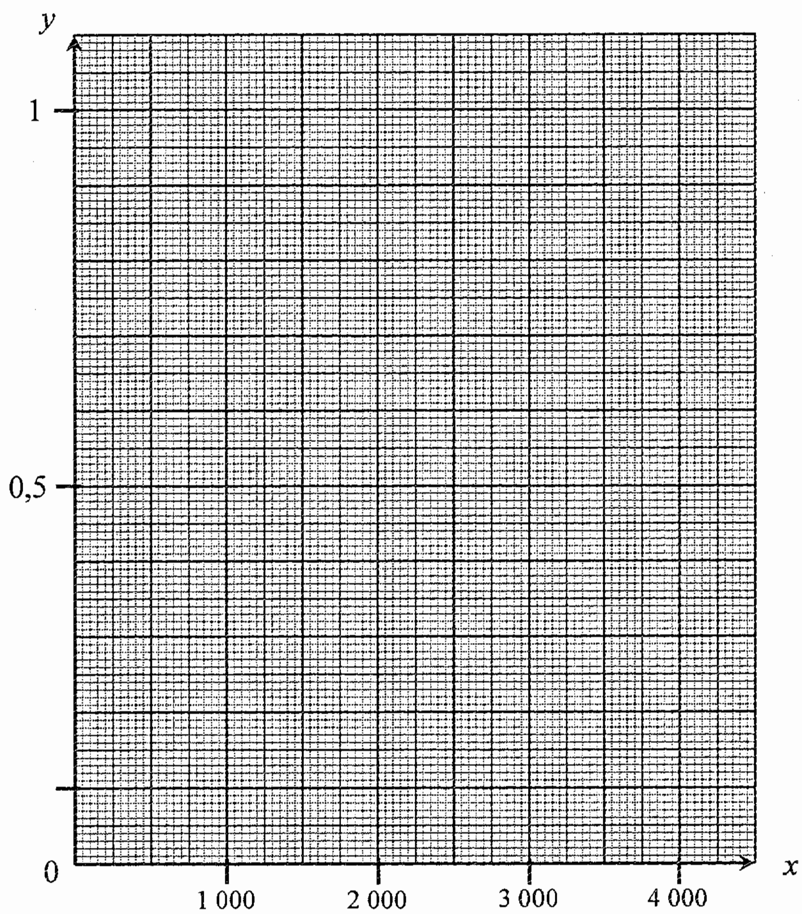
## À remettre avec la copie

**Exercice 2 : question 5.** $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 + 10^{-6}x^2}}$

Tableau des valeurs :

| $x$ | 0 | 250 | 500 | 750 | 1 250 | 1 500 | 2 000 | 2 500 | 3 000 | 3 500 | 4 500 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | 0,80 | 0,62 | 0,55 | | 0,37 | | 0,27 | 0,22 |

Représentation graphique :



# FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

## Secteur industriel : Métiers de l'électricité

( Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995 )

| Fonction $f$ | Dérivée $f'$ |
|---|---|
| $f(x)$ | $f'(x)$ |
| $ax+b$ | $a$ |
| $x^2$ | $2x$ |
| $x^3$ | $3x^2$ |
| $\frac{1}{x}$ | $-\frac{1}{x^2}$ |
| $\ln x$ | $\frac{1}{x}$ |
| $e^x$ | $e^x$ |
| $e^{ax+b}$ | $ae^{ax+b}$ |
| $\sin x$ | $\cos x$ |
| $\cos x$ | $-\sin x$ |
| $\sin(ax+b)$ | $a\cos(ax+b)$ |
| $\cos(ax+b)$ | $-a\sin(ax+b)$ |
| $u(x)+v(x)$ | $u'(x)+v'(x)$ |
| $a\,u(x)$ | $a\,u'(x)$ |
| $u(x)v(x)$ | $u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$ |
| $\frac{1}{u(x)}$ | $-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$ |
| $\frac{u(x)}{v(x)}$ | $\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$ |

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : $u_1$ et raison $r$

Terme de rang $n$ : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des $k$ premiers termes :

$$u_1+u_2+\cdots+u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : $u_1$ et raison $q$

Terme de rang $n$ : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des $k$ premiers termes :

$$u_1+u_2+\cdots+u_k = u_1\frac{1-q^k}{1-q}$$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n\ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equations différentielles

$y' - ay = 0 \qquad y = ke^{ax}$

$y'' + \omega^2 y = 0 \qquad y = a\cos\omega x + b\sin\omega x$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a\cos b + \sin b\cos a$

$\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2\sin a\cos a$

Nombres complexes ($j^2 = -1$)

| forme algébrique | forme trigonométrique |
|---|---|
| $z = x+jy$ | $z = \rho(\cos\theta + j\sin\theta)$ |
| $\overline{z} = x-jy$ | $\overline{z} = \rho(\cos\theta - j\sin\theta)$ |
| $\lvert z\rvert = \sqrt{x^2+y^2}$ | $\rho = \lvert z\rvert$ |
| | $\theta = \arg(z)$ |

Calcul vectoriel dans le plan

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$ :

$\vec{v}.\vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v},\vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\widehat{A}$ $\qquad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : $\pi R^2$

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base $B$ et de hauteur $h$ : Volume $Bh$

Sphère de rayon $R$ :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base $B$ et de hauteur $h$ : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_b^c f(t)\,dt$$

* $\int_a^b (f+g)(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_a^b g(t)\,dt$

* $\int_a^b kf(t)\,dt = k\int_a^b f(t)\,dt$