BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Électrotechnique Énergie Équipements Communicants

SESSION 2007

E1 – Épreuve scientifique

Sous-épreuve E11
mathématiques et sciences physiques

Durée : 2 heures **Coefficient : 2**

Les documents à rendre obligatoirement avec la copie seront agrafés par le surveillant sans indication d'identité du candidat.
Les exercices de mathématiques et de physique seront rédigés sur la même copie.

Circulaire N°99-186 du 16-11-1999 : le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumérique ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

Chaque candidat ne peut utiliser qu'une seule machine sur table. En cas de défaillance, elle pourra être remplacée.

Les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices **sont interdits.**

L'usage du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

Le sujet comporte 8 pages dont :
- 1 page de garde
- **2 pages d'annexe à rendre obligatoirement avec la copie** (pages 6 et 7)
- 1 page formulaire de mathématiques (page 8)

Barème :

1ère partie - Sciences physiques (5 points)

Exercice 1 : chimie	**3,5 points**	**page 2 sur 8**
Exercice 2 : transducteur	**1,5 points**	**page 3 sur 8**

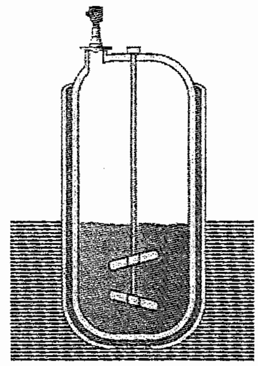
2ème partie - Mathématiques (15 points)

Exercice 3 : étude de fonction	**9 points**	**page 4 sur 8**
Exercice 4 : nombres complexe et produit scalaire	**6 points**	**page 5 sur 8**

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

Le réacteur chimique joue un rôle crucial dans la fabrication de produits chimiques.
Des produits de base sont mélangés à des solvants.
Une réaction thermique est provoquée par ajout de chaleur.

La cuve du réacteur optimise la sécurité en résistant aux hautes viscosités, aux variations permanentes de la pression et aux élévations importantes de températures.



EXERCICE 1 : CHIMIE (3,5 points)

La température d'ébullition θ, en °C, des alcanes linéaires sous la pression atmosphérique normale dépend du nombre n d'atomes de carbone par molécule.

Ces variations sont données par le tableau ci-dessous :

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
θ (en °C)	– 165	– 84	– 39	0	34	63	96	125	150	176

1.1. Indiquer le nombre n d'atomes de carbone par molécule à partir duquel la température d'ébullition est supérieure à 60°C.

1.2. En utilisant la formule chimique brute d'un alcane C_nH_{2n+2}, déterminer le nombre n pour lequel la masse molaire moléculaire M de cet alcane est égale à 100 g/mol.

1.3. Un alcane a pour formule brute C_8H_{18}.

1.3.1. Nommer cet alcane.

1.3.2. Donner la formule semi-développée du 2,2,4-triméthylpentane.

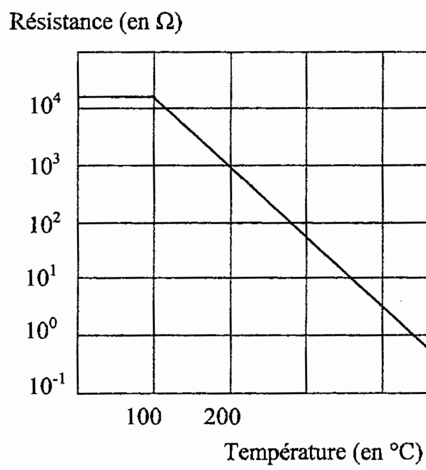
1.3.3. Indiquer une utilisation dans la vie courante.

DONNÉES : $M(\text{H}) = 1$ g/mol $\quad M(\text{C}) = 12$ g/mol

EXERCICE 2 : TRANSDUCTEUR (1,5 points)

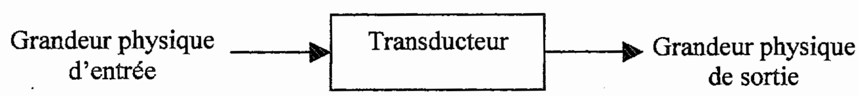
La régulation de la température du réacteur chimique est assurée par un liquide de refroidissement dont le débit est commandé par l'ouverture d'une vanne électromécanique.

La caractéristique du capteur de température est la suivante :



2.1. Déterminer la valeur de la résistance *R*, en ohm, du capteur thermique lorsque sa température d'utilisation est égale à 200°C.

2.2. En utilisant le schéma ci-dessous :



2.2.1. Donner le nom de la grandeur physique d'entrée.

2.2.2. Donner le nom de la grandeur physique de sortie.

MATHEMATIQUES (15 points)

EXERCICE 3 : ETUDE DE FONCTION (9 points)

Le capteur de température dans le réacteur est constitué par une résistance, insérée dans le circuit d'entrée d'un transistor fonctionnant en amplificateur. Le courant amplifié commande l'ouverture de la vanne.

La résistance R (en ohm) et la température absolue T (en kelvin) sont liées par la relation:

$$\mathrm{Ln}(R) = -9{,}7 + \frac{7200}{T} \quad (1)$$ pour T compris entre 300 K et 700 K.

On définit la fonction f par :

$$f(x) = -9{,}7 + \frac{7200}{x}$$ sur l'intervalle [300 ; 700]

3.1 – Étude de la fonction f sur l'intervalle [300 ; 700].

3.1.1. Déterminer la fonction dérivée f' de la fonction f.

3.1.2. Étudier le signe de la fonction dérivée f' et en déduire la variation de la fonction f.

3.1.3. Compléter le tableau de variation de la fonction f sur **l'annexe 1** (page 6 sur 8).

3.1.4. Compléter le tableau de valeurs sur **l'annexe 1** (page 6 sur 8).
Arrondir chaque résultat au dixième.

3.1.5. Tracer la courbe C représentative de la fonction f en utilisant le repère de **l'annexe 1** (page 6 sur 8).

3.1.6. Calculer $f'(600)$.

Que représente $f'(600)$ pour la tangente à la courbe C au point d'abscisse 600 ?

3.1.7. Parmi les équations de droites suivantes, recopier celle qui correspond à la tangente à la courbe C au point d'abscisse 600.

$y = -0{,}01\,x + 8{,}3$ $\qquad$ $y = -0{,}02\,x + 14{,}3$ $\qquad$ $y = -0{,}02\,x + 10$

Tracer cette tangente en utilisant le repère de **l'annexe 1** (page 6 sur 8).

3.2 – Exploitation.

Le capteur doit fonctionner à la température T égale à 475 K . Il faut déterminer la valeur de sa résistance R .

3.2.1. Déterminer graphiquement la valeur de $f(475)$.
Laisser apparents les traits utiles à la lecture.

3.2.2. En utilisant la relation (**1**), calculer la valeur R, en ohm, de la résistance du capteur.
Arrondir le résultat à l'unité.

3.2.3. Par le calcul, la valeur exacte R de la résistance est donnée par la relation:

$$R = e^{-9{,}7 + \frac{7200}{T}}$$

Calculer la valeur exacte R, en ohm, de cette résistance pour $T = 475$ K .
Arrondir le résultat à l'unité.

EXERCICE 4 : NOMBRES COMPLEXES ET PRODUIT SCALAIRE (6 points)

Sur le circuit de commande du dispositif de régulation thermique, on effectue la mesure de deux tensions u_1 et u_2 alternatives sinusoïdales.

On veut déterminer la valeur φ du déphasage de ces deux tensions.

4.1. Utilisation des nombres complexes.

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on associe à ces deux tensions sinusoïdales les points M_1 et M_2 d'affixe respectives : $z_1 = 3 - 3j$ et $z_2 = 2 + 2\sqrt{3}j$.

4.1.1. Placer le point M_1 image du nombre complexe z_1 et le point M_2 image du nombre complexe z_2 dans le repère de **l'annexe 2** page 7 sur 8.

4.1.2. Calculer le module ρ_2 et l'argument φ_2 de z_2 sur $[0\ ;\ 2\pi]$.
Exprimer l'argument φ_2 en radian.

4.1.3. On considère que l'argument de z_1 est $\varphi_1 = -\dfrac{\pi}{4}$ rad et que l'argument de z_2 est $\varphi_2 = \dfrac{\pi}{3}$ rad sur $[0\ ;\ 2\pi]$.
En déduire la valeur φ, en radian, de l'angle $(\overrightarrow{OM_1}\ ;\ \overrightarrow{OM_2})$ sur $[0\ ;\ 2\pi]$.
Exprimer le déphasage φ en degré.

4.2. Utilisation du produit scalaire.

Dans le repère orthonormal du plan les coordonnées respectives des vecteurs $\overrightarrow{OM_1}$ et $\overrightarrow{OM_2}$ sont $(3\ ;-3)$ et $(2\ ;\ 2\sqrt{3})$.

4.2.1. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{OM_1} \bullet \overrightarrow{OM_2}$.
Arrondir le résultat au centième.

4.2.2. Calculer les normes de vecteurs $\left\|\overrightarrow{OM_1}\right\|$ et $\left\|\overrightarrow{OM_2}\right\|$.
Arrondir les résultats au centième.

4.2.3. Calculer la valeur φ, en degré, de l'angle $(\overrightarrow{OM_1}\ ;\ \overrightarrow{OM_2})$.
Arrondir le résultat à l'unité.

4.3. Comparer les deux valeurs trouvées pour le déphasage φ obtenu par les deux méthodes.
Conclure.

ANNEXE 1 : A RENDRE AVEC LA COPIE

EXERCICE 3 :

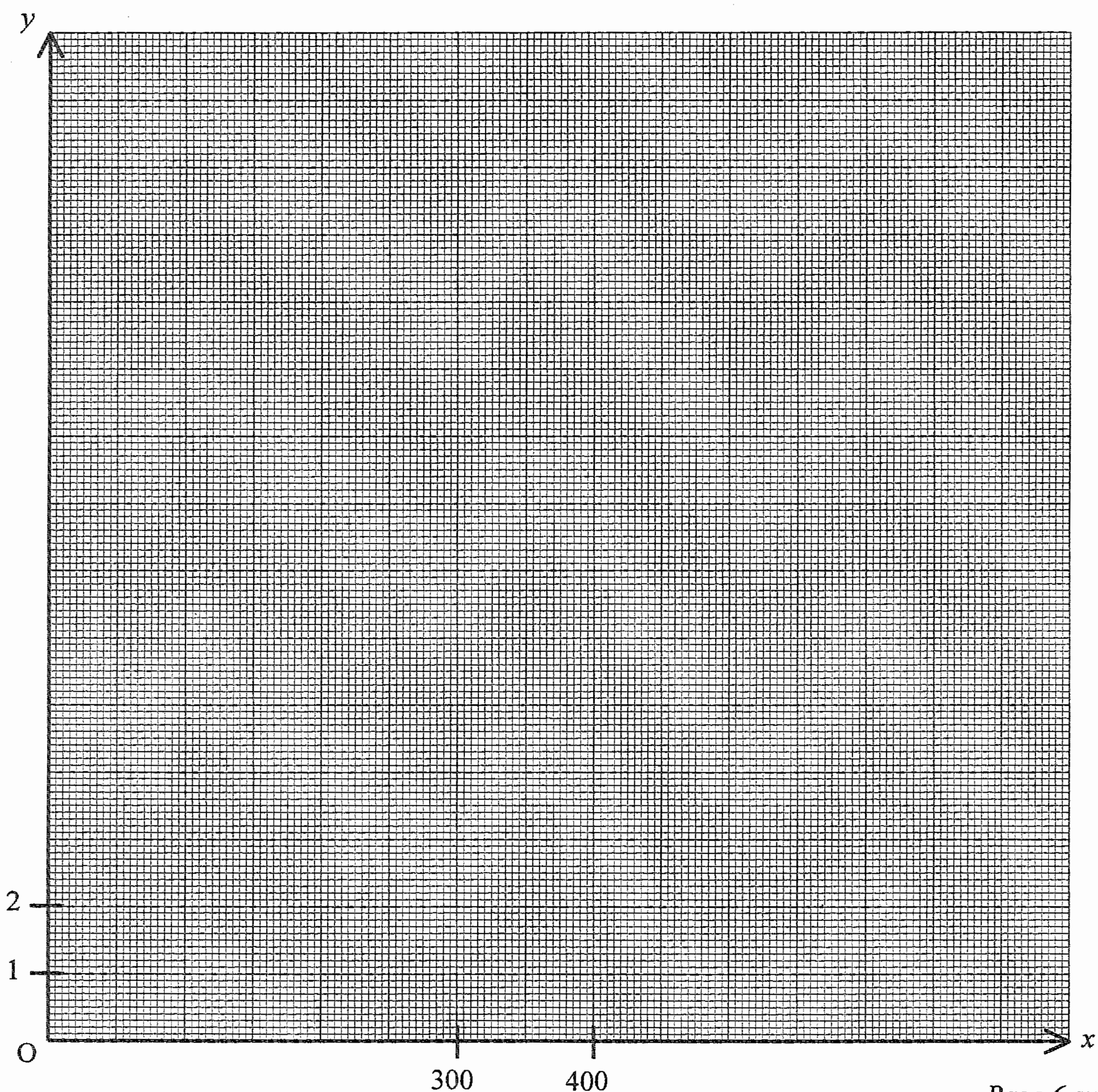
Tableau de variation

x	300 700
Signe de $f'(x)$	
Variation de f	

Tableau de valeurs (arrondir chaque valeur au dixième)

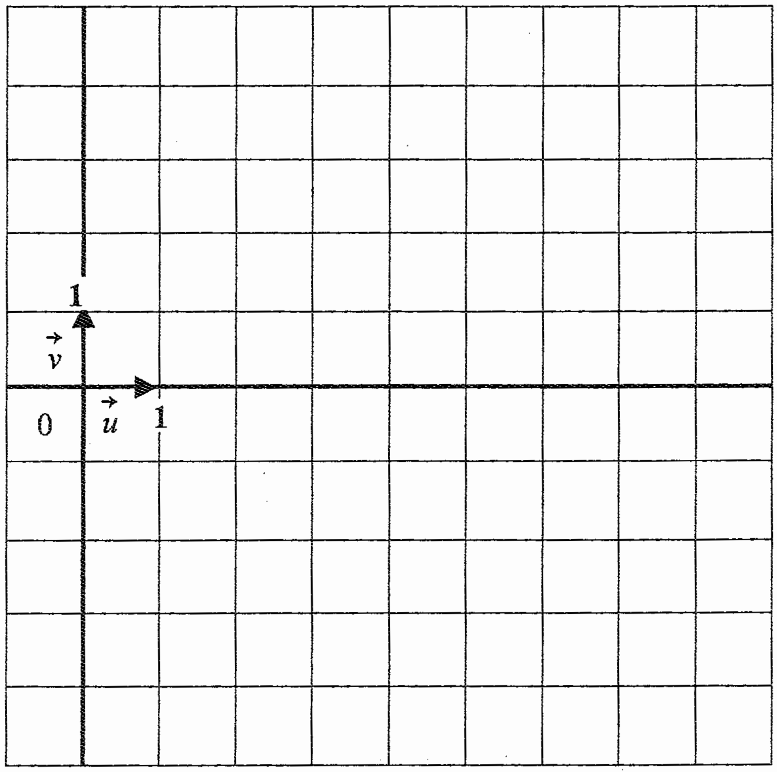
x	300	350	400	450	500	550	600	650	700
$f(x)$	14,3			6,3			2,3		0,6

Représentation graphique



ANNEXE 2 : A RENDRE AVEC LA COPIE

EXERCICE 4 : Image d'un nombre complexe :



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Métiers de l'électricité

(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n° 11 du 15 juin 1995

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$1/x$
e^x	e^x
e^{ax+b}	$a\,e^{ax+b}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)\,v(x)$	$u'(x)\,v(x)+u(x)\,v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)\,v(x)-u(x)\,v'(x)}{[v(x)]^2}$

<u>Equation du second degré</u> $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

<u>Suites arithmétiques</u>

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1+(n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+\ldots+u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

<u>Suites géométriques</u>

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+\ldots+u_k = u_1\frac{1-q^k}{1-q}$$

<u>Logarithme népérien : ln</u>

$\ln(ab) = \ln a + \ln b \qquad \ln(a^n) = n\ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

<u>Equations différentielles</u>

$y' - ay = 0 \qquad y = k\,e^{ax}$

$y'' + \omega^2 y = 0 \qquad y = a\cos\omega x + b\sin\omega x$

<u>Trigonométrie</u>

$\sin(a+b) = \sin a\cos b + \sin b\cos a$

$\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad\;\; = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2\sin a\cos a$

<u>Nombres complexes</u> ($j^2 = -1$)

forme algébrique	forme trigonomètrique
$z = x + jy$	$z = \rho(\cos\theta + j\sin\theta)$
$\bar{z} = x - jy$	$\bar{z} = \rho(\cos\theta - j\sin\theta)$
$\lvert z\rvert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\rho = \lvert z\rvert$
	$\theta = \arg(z)$

<u>Calcul vectoriel dans le plan</u>

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+y^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \|\vec{v}\| . \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$;

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

<u>Aires dans le plan</u>

Triangle : $\frac{1}{2}\,bc\sin\hat{A}$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

<u>Aires et volumes dans l'espace</u>

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume : Bh.

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume : $\frac{1}{3}$ Bh.

<u>Calcul intégral</u>

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_b^c f(t)dt$$

* $\int_a^b (f+g)(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_a^b g(t)dt$

* $\int_a^b kf(t)dt = k\int_a^b f(t)dt$