

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
ARTISANAT ET MÉTIERS D'ART
OPTION COMMUNICATION GRAPHIQUE

SESSION DE JUIN 2007

E1 : ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS-ÉPREUVE B1 - UNITÉ 12

MATHÉMATIQUES & SCIENCES PHYSIQUES

*Ce sujet comporte 9 pages dont une page de garde et une page "formulaire de mathématiques".
Les documents à rendre avec la copie seront agrafés par le surveillant sans indication d'identité
du candidat.*

Les exercices de mathématiques et de sciences physiques seront rédigés sur la même copie.

**Tous les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre différent, à condition
de respecter la numérotation**

Barème :

- Mathématiques : 12 points
- Sciences physiques : 8 points

*L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les
calculatrices de poche (format maximal 21 cm × 15 cm), y compris les calculatrices
programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit
autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.*

*L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit (circulaire n°99-
186 du 16 novembre 1999 BOEN n°42).*

SUJET			
Repère	Durée	Coefficient	Page
0706 - AMA C ST B	2h00	2	1/9

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique
 (Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

<u>Fonction f</u>	<u>Dérivée f'</u>
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a u(x)$	$a u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\ln(a^n) = n \ln a$
 $\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$

Trigonométrie

$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$

$= 1 - 2 \sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^p n_i$

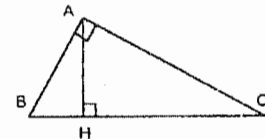
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2} (B + b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3} \pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$ $\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
 $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

SUJET			
Repère	Durée	Coefficient	Page
0706 - AMA C ST B	2h00	2	2/9

MATHÉMATIQUES (12 points)

La partie A et la partie B sont indépendantes.

Un écrivain public souhaite personnaliser sa carte de visite. Une agence lui propose le logo en forme de plume ci-dessous :



Ce logo peut être modélisé à l'aide de deux fonctions.

PARTIE A : Tracé du logo en forme de plume (8,5 points)

Le but de cette partie est d'étudier ces fonctions afin de réaliser un tracé du logo.

1) Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-0,5 ; 6]$ par $f(x) = -0,5x^2 + 3x$.

La courbe représentative de cette fonction est notée C_f .

- Calculer $f'(x)$, où f' est la dérivée de la fonction f .
- Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.
- Résoudre l'inéquation $f'(x) > 0$.
- Compléter en **annexe 1 (à rendre avec la copie)**, le tableau de variation de la fonction f .
- Calculer $f'(0)$. En déduire le coefficient directeur de la tangente T_0 à la courbe C_f au point d'abscisse 0.
- Tracer, en **annexe 2 (à rendre avec la copie)**, la tangente T_0 à la courbe C_f au point $O(0 ; 0)$.
- Compléter, en **annexe 1**, le tableau de valeurs de la fonction f .
- Le point $A(2,5 ; 4,375)$, placé en **annexe 2**, appartient à la courbe C_f .
Tracer, en **annexe 2**, la courbe C_f .

SUJET			
Repère	Durée	Coefficient	Page
0706 - AMA C ST B	2h00	2	3/9

2) Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[-0,5 ; 2,5]$ par $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$. On note C_g sa courbe représentative.

On admet que $g'(x) = 3x^2 - 6x + 3$, où g' est la dérivée de la fonction g .

- a) Résoudre l'équation $3x^2 - 6x + 3 = 0$.
- b) Calculer $g'(1)$. En déduire que la courbe C_g admet, au point de coordonnées $(1 ; 1)$, une tangente T_1 horizontale.
- c) Tracer, en **annexe 2**, cette tangente T_1 .
- d) Calculer $g'(0)$. Justifier que la droite T_0 , définie à la question 1, est aussi tangente, au point $O(0 ; 0)$, à la courbe C_g .
- e) Compléter, en **annexe 1**, le tableau de valeurs de la fonction g .
- f) On admet que la fonction g est croissante sur l'intervalle $[-0,5 ; 2,5]$.
Tracer, en **annexe 2**, la courbe C_g .

3) Réaliser le tracé du logo en surlignant la partie de la courbe C_f et celle de la courbe C_g comprise entre le point O et le point A .

PARTIE B : Calcul d'angle (3,5 points)

Le but de cette partie est de calculer une valeur approchée de « l'angle » formé par la partie supérieure du logo en forme de plume.

Dans le plan rapporté au repère de l'**annexe 2**, on considère les points $A(2,5 ; 4,375)$, $B(2 ; 1)$ et $C(0 ; 3,125)$.

- 1) Placer, en **annexe 2**, le point B ; tracer la droite (AB) et la droite (AC) .
- 2) Calculer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} et celles du vecteur \overrightarrow{AC} .
- 3) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. Arrondir le résultat au centième.
- 4) Calculer $\|\overrightarrow{AB}\|$ et $\|\overrightarrow{AC}\|$. Arrondir les résultats au centième.
- 5) La valeur, en degrés, de l'angle \widehat{BAC} est notée α .

Exprimer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ en fonction de $\cos \alpha$.

- 6) En déduire la valeur de l'angle \widehat{BAC} . Arrondir le résultat au degré.

SUJET			
Repère	Durée	Coefficient	Page
0706 - AMA C ST B	2h00	2	4/9

SCIENCES PHYSIQUES (8 points)

Exercice 1 (5 points)

L'écrivain porte des lunettes afin d'améliorer sa vision de près. Chaque verre de lunette est une lentille convergente de vergence 2,5 dioptries.

Une telle lentille, de centre optique O, est représentée sur l'annexe 3 (à rendre avec la copie).

- 1) Montrer que la distance focale f' de la lentille est égale à 40 cm.
- 2) En annexe 3 :
 - a) Placer le foyer objet F et le foyer image F' de la lentille.
 - b) Construire l'image $A'B'$ de l'objet AB de hauteur 1 cm placé à 25 cm devant la lentille.
- 3) Par lecture graphique :
 - a) Déterminer la hauteur de l'image obtenue.
 - b) Indiquer la nature de cette image.
 - c) Déterminer à quelle distance de la lentille se forme l'image.
 - d) Justifier que la lentille joue le rôle d'une loupe.
- 4) Calculer, en centimètre, la mesure algébrique $\overline{OA'}$ à l'aide de la formule de conjugaison. Arrondir le résultat à l'unité.
- 5) Calculer la hauteur de l'image. Arrondir le résultat au millimètre.

Formulaire

vergence :	$C = \frac{1}{f'}$ où C est en dioptries et f' en mètres
	$f' = \overline{OF'}$
formule de conjugaison :	$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$
	$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

SUJET			
Repère	Durée	Coefficient	Page
0706 - AMA C ST B	2h00	2	5/9

Exercice 2 (3 points)

L'écrivain travaille sur un bureau rectangulaire de longueur 1,10 m et de largeur 70 cm.

Le bureau est éclairé par le faisceau d'une lampe halogène de puissance $P = 100 \text{ W}$ et d'efficacité lumineuse $K = 30 \text{ lm/W}$.

- 1) Le rendement de la lampe est 10 %. Calculer le flux énergétique F_e de cette lampe.
- 2) Φ_v est le flux lumineux de la lampe. Montrer que $\Phi_v = 300 \text{ lm}$.
- 3) Calculer l'éclairement E reçu sur le bureau. Arrondir le résultat au lux.

Formulaire

Rendement :	$\eta = \frac{F_e}{P}$ où F_e est en watts
Flux lumineux :	$\Phi_v = K \times F_e$ où K est l'efficacité lumineuse
	$\Phi_v = E \times S$ où S est en m^2
	E est en lux

SUJET			
Repère	Durée	Coefficient	Page
0706 - AMA C ST B	2h00	2	6/9

Annexe 1 (à rendre avec la copie)

PARTIE A : question 1

d) Tableau de variation de la fonction f

x	- 0,5	6
signe de $f'(x)$	0		
variation de la fonction f			

e) Tableau de valeurs de la fonction f

x	- 0,5	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$			2,5	4		4		

PARTIE A : question 2

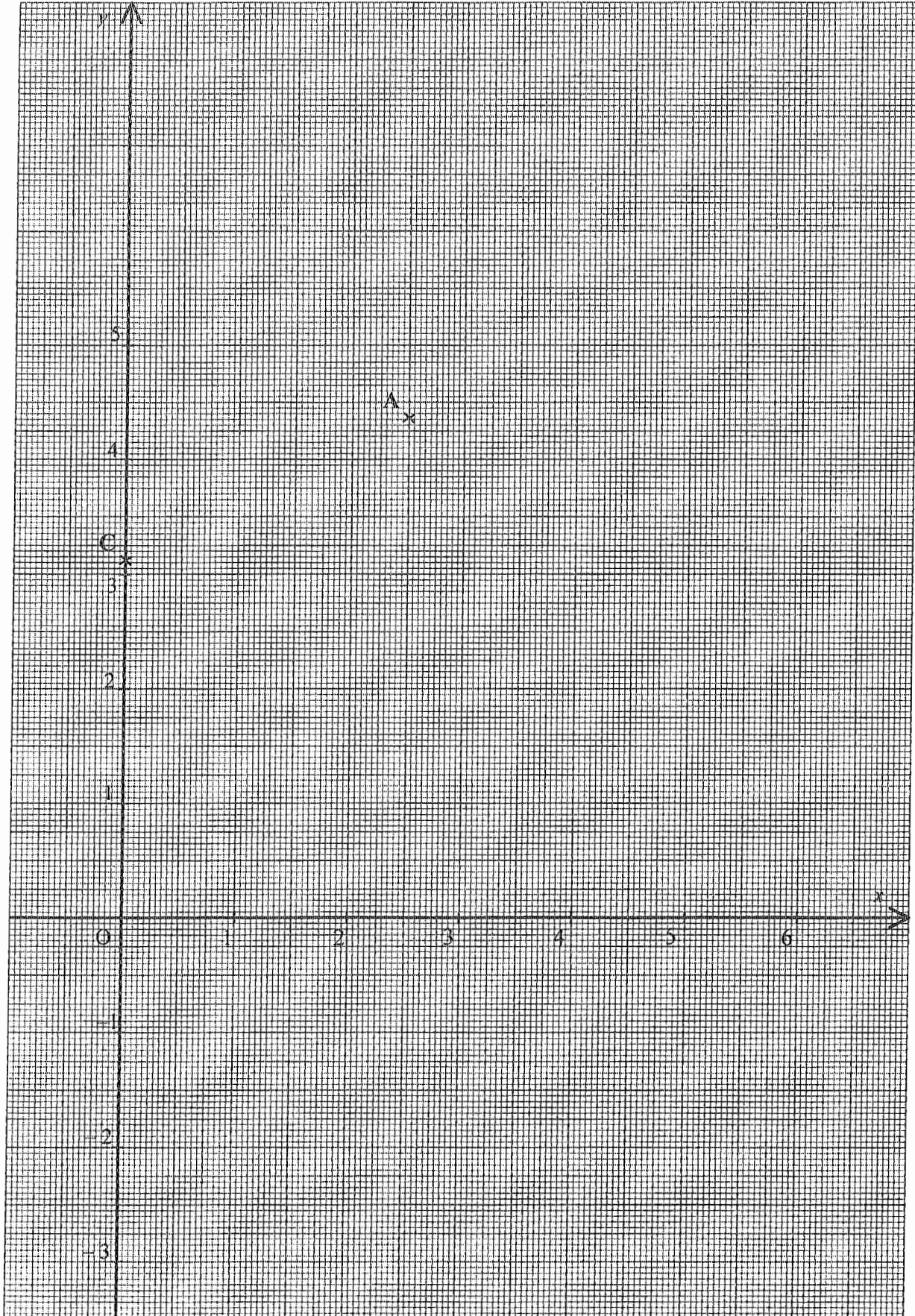
e) Tableau de valeurs de la fonction g

x	- 0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$g(x)$		0	0,875		1,125		4,375

SUJET			
Repère	Durée	Coefficient	Page
0706 - AMA C ST B	2h00	2	7/9

Annexe 2 (à rendre avec la copie)

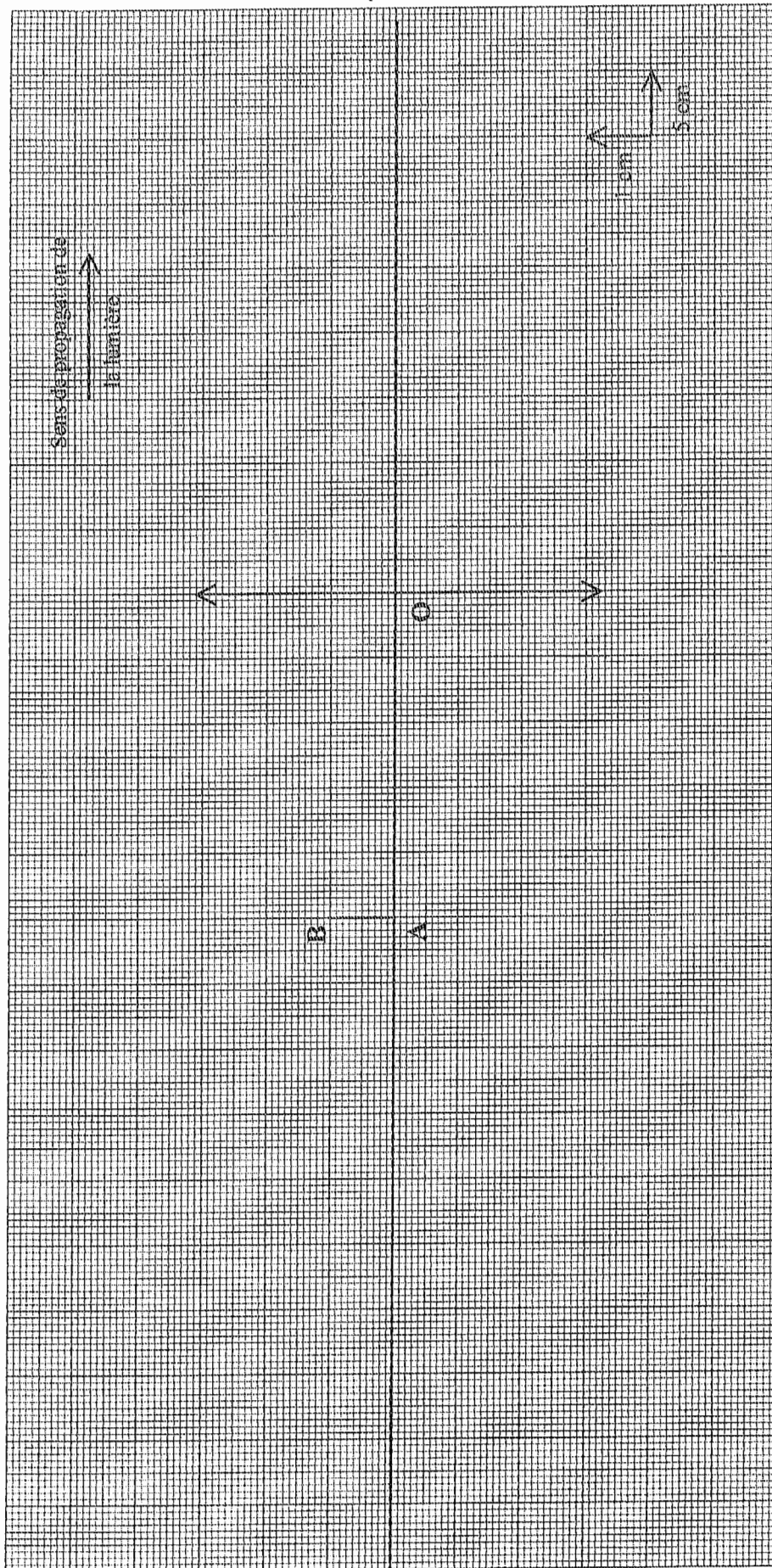
Représentation graphique de la fonction f et de la fonction g



SUJET

Repère	Durée	Coefficient	Page
0706 - AMA C ST B	2h00	2	8/9

Annexe 3 (à rendre avec la copie)



SUJET			
Repère	Durée	Coefficient	Page
0706 - AMA C ST B	2h00	2	9/9