

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

SESSION 2007

Épreuve de mathématiques

GROUPEMENT F

CODE : MATGRF

Durée : 1,5 heure

SPECIALITE	COEFFICIENT
DESIGN D'ESPACE	1,5
DESIGN DE PRODUIT	1,5

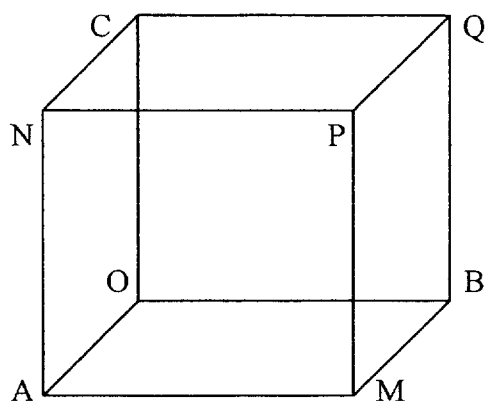
Les calculatrices de poche sont autorisées conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.
La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Le sujet comporte 3 pages, numérotées de 1/3 à 3/3.

GROUPEMENT F DES BTS	SESSION 2007
Mathématiques	MAT GRF
Durée : 1,5 heure	Page : 1/3

EXERCICE 1 (7 points)

On considère le repère orthonormal direct $(O ; \vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC})$ sur la figure suivante :



1. a) Donner les coordonnées des points O, A, B, M, C, N, P, Q.
 b) Déterminer les coordonnées des vecteurs \vec{AB} , \vec{AC} et \vec{AP} .

2. a) Calculer les coordonnées du produit vectoriel $\vec{u} = \vec{AB} \wedge \vec{AC}$.
 b) Calculer le produit scalaire $s = \vec{AP} \cdot \vec{u}$.
 c) On admet que le volume V du tétraèdre ABCP est $V = \frac{1}{6} s$.
 Calculer le volume V .

3. Soit I (x, y, z) le pied de la hauteur [IP] du tétraèdre ABCP.
 - a) On admet que les vecteurs \vec{IP} et \vec{AB} sont orthogonaux. En déduire que $x = y$.
 - b) On admet que les vecteurs \vec{IP} et \vec{AC} sont orthogonaux. En déduire que $x = z$.
 - c) On admet que, le point I étant dans le plan (ABC), ses coordonnées vérifient :

$$x + y + z = 1.$$
 Déduire des questions précédentes les coordonnées du point I.
 - d) Montrer que $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{0}$.
 Que représente le point I pour le triangle ABC ?

GROUPEMENT F DES BTS	SESSION 2007
Mathématiques	MAT GRF
Durée : 1,5 heure	Page : 2/3

EXERCICE 2 (13 points)

Dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm, on considère la courbe C dont un système d'équations paramétriques est :

$$\begin{cases} x = f(t) = \frac{5}{1+t^2} \\ y = g(t) = t^2 - 3t \end{cases} \quad \text{où } t \text{ appartient à l'intervalle } [-2, 3].$$

1. Calculer $f'(t)$ et $g'(t)$ où f' et g' sont les fonctions dérivées respectives des fonctions f et g .
2. Étudier les signes respectifs de $f'(t)$ et $g'(t)$ lorsque t varie dans l'intervalle $[-2, 3]$.
3. Rassembler les résultats dans un tableau de variation unique.
4. Déterminer un vecteur directeur de la tangente à la courbe C en chacun des quatre points E, F, G et H obtenus respectivement pour $t = -2$, pour $t = 0$, pour $t = 1,5$ et pour $t = 3$.
5. Placer les points E, F, G et H et tracer avec précision sur une feuille de papier millimétré la tangente en chacun de ces points, puis la courbe C .

GROUPEMENT F DES BTS	SESSION 2007
Mathématiques	MAT GRF
Durée : 1,5 heure	Page : 3/3

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

B.T.S. : groupement E

ART CÉRAMIQUE

EXPRESSION VISUELLE OPTION ESPACES DE
COMMUNICATION

B.T.S. : groupement F

DESIGN D'ESPACE

DESIGN DE PRODUIT

A. Identités remarquables

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

B. Dérivées et primitives

1. Dérivées et primitives de fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$
x^n	$n x^{n-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$

2. Opérations sur les dérivées

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = k u'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

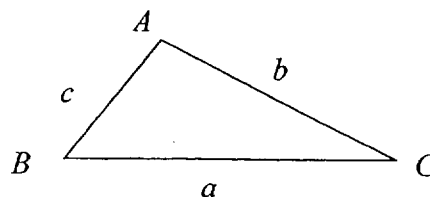
C. Formules dans un triangle quelconque

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$\text{L'aire } \mathcal{A} \text{ du triangle ABC est donnée par : } \mathcal{A} = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$



D. Distance de deux points

Dans un plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, si A a pour coordonnées (x_A, y_A)

et si B a pour coordonnées (x_B, y_B) , alors $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.