

**BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR**  
**INFORMATIQUE ET RÉSEAUX POUR L'INDUSTRIE**  
**ET LES SERVICES TECHNIQUES**

**ÉPREUVE DE PHYSIQUE APPLIQUÉE**

**SESSION 2008**

**DURÉE : 3 HEURES**  
**COEFFICIENT : 3**

Ce sujet comporte une présentation et cinq parties pouvant être traitées indépendamment les unes des autres.

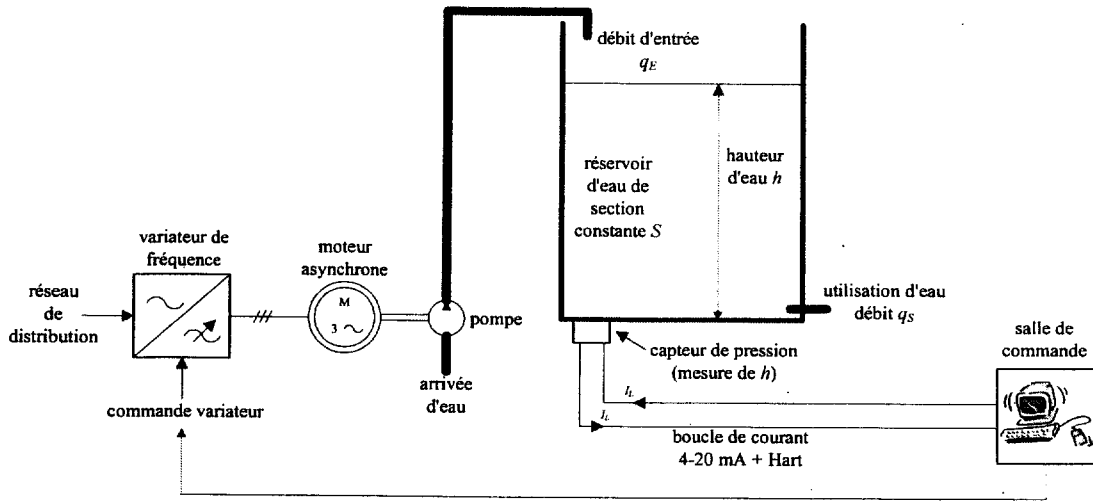
Le sujet comporte :

- 1 formulaire,
- 3 documents – réponse à rendre avec la copie.

L'usage d'une calculatrice est autorisé (circulaire n°99-186 du 16-11-1999).

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR Informatique et Réseaux pour l'Industrie et les Services Techniques		Session 2008	1/14
EPREUVE : PHYSIQUE APPLIQUÉE	Durée : 3h Coef : 3	IRSPA	SUJET

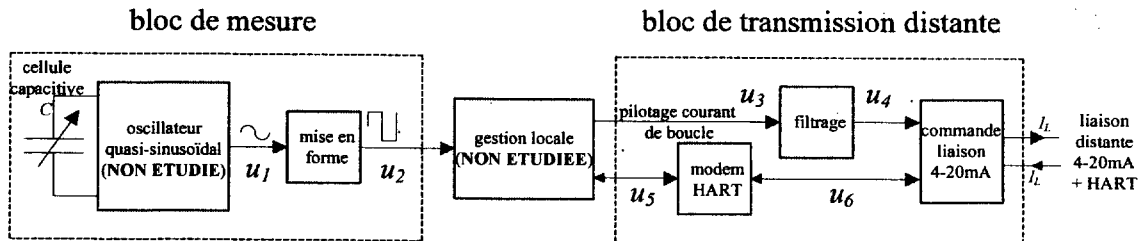
Le système étudié est décrit par le schéma ci-dessous :



Il est constitué d'un réservoir alimenté en eau par une pompe entraînée par une machine asynchrone alimentée par un variateur de fréquence : ensemble redresseur + onduleur.

La hauteur d'eau est mesurée par un capteur de pression placé au fond du réservoir.

Le fonctionnement simplifié de ce capteur est décrit par le schéma ci-dessous :



Il est constitué d'un bloc de mesure de la hauteur d'eau, ainsi que d'un bloc de transmission distante.

La transmission distante est de deux types :

- une boucle de courant 4-20 mA (analogique),
- une liaison numérique bidirectionnelle utilisant le protocole HART.

Ces deux liaisons utilisent la même ligne bifilaire.

## Partie I (2 points)

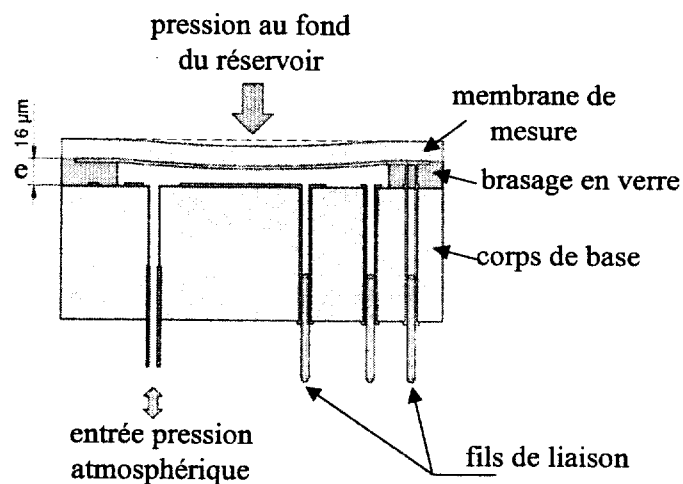
### Étude du bloc de mesure du capteur de pression

Afin de déterminer le niveau d'eau, un capteur de pression hydrostatique permettant de mesurer la pression au-dessous de la surface du liquide est placé au fond du réservoir. Ce capteur est de type différentiel : il tient compte de la pression atmosphérique et ne mesure que celle liée à la hauteur d'eau.

On donne  $P = 9,8.10^3 \cdot h$  avec :

$P$  : pression mesurée au fond du réservoir en Pascal (1 Pascal = 1 Newton par mètre carré),  
 $h$  : hauteur d'eau en mètre.

La pression dans le fond du réservoir est mesurée par une cellule céramique capacitive dont le schéma simplifié est donné ci-dessous :



Source : VEGA®

#### I.1 Étude de la cellule

La plage de mesure du capteur s'étend de 0 à 0,4 bar et sa sensibilité est  $\delta P = 1,5.10^{-4}$  bar. On précise que 1 bar =  $10^5$  N.m<sup>-2</sup>.

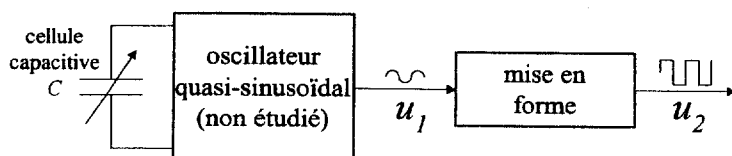
##### I.1.1 Étendue de mesure

Déterminer la hauteur d'eau maximum mesurable.

##### I.1.2 Sensibilité de la mesure

Déterminer la sensibilité  $\delta h$  en mm obtenue sur la mesure de la hauteur de l'eau.

#### I.2 Étude du conditionneur : mise en forme



La cellule capacitive étudiée dans la partie I.1 est insérée dans un montage oscillateur quasi-sinusoïdal. Ce dernier, qui ne sera pas étudié, délivre un signal pratiquement sinusoïdal dont la fréquence est proportionnelle à la hauteur d'eau dans le réservoir.

Le signal sinusoïdal est transformé en un signal rectangulaire par un montage trigger dont la caractéristique de transfert  $u_2$  en fonction de  $u_1$  est donnée à la figure 2 du document réponse 1.

I.2.1 Relever les valeurs numériques des tensions  $U_{IL}$  et  $U_{IH}$  qui correspondent respectivement aux seuils de basculement bas et haut.

I.2.2 Tracer le chronogramme de  $u_2$  en concordance de temps avec  $u_1$  sur la figure 3 du document réponse 1.

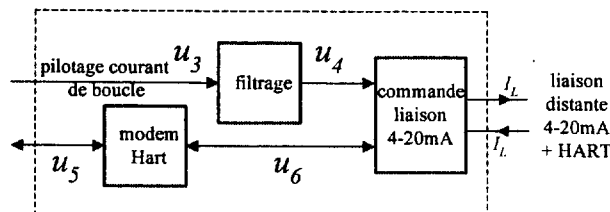
## Partie II (5 points)

### Étude du bloc de gestion locale et de transmission distante du capteur

Pour contrôler la hauteur de l'eau dans le réservoir, l'information "hauteur d'eau" est transmise à un poste informatique situé dans la salle de commande.

On utilise pour cela une liaison analogique de type *boucle de courant 4-20 mA* dont le support est une ligne bifilaire en circuit fermé dans laquelle circule un courant proportionnel à l'information à transmettre (4 mA pour  $h_{min} = 0$  m et 20 mA pour  $h_{max}$ ).

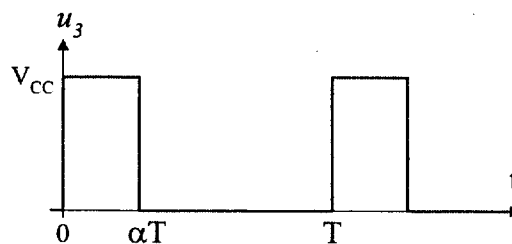
On utilise la même ligne pour une liaison numérique utilisant le protocole *HART*. Cette liaison permet un "dialogue" entre le capteur et le poste informatique distant.



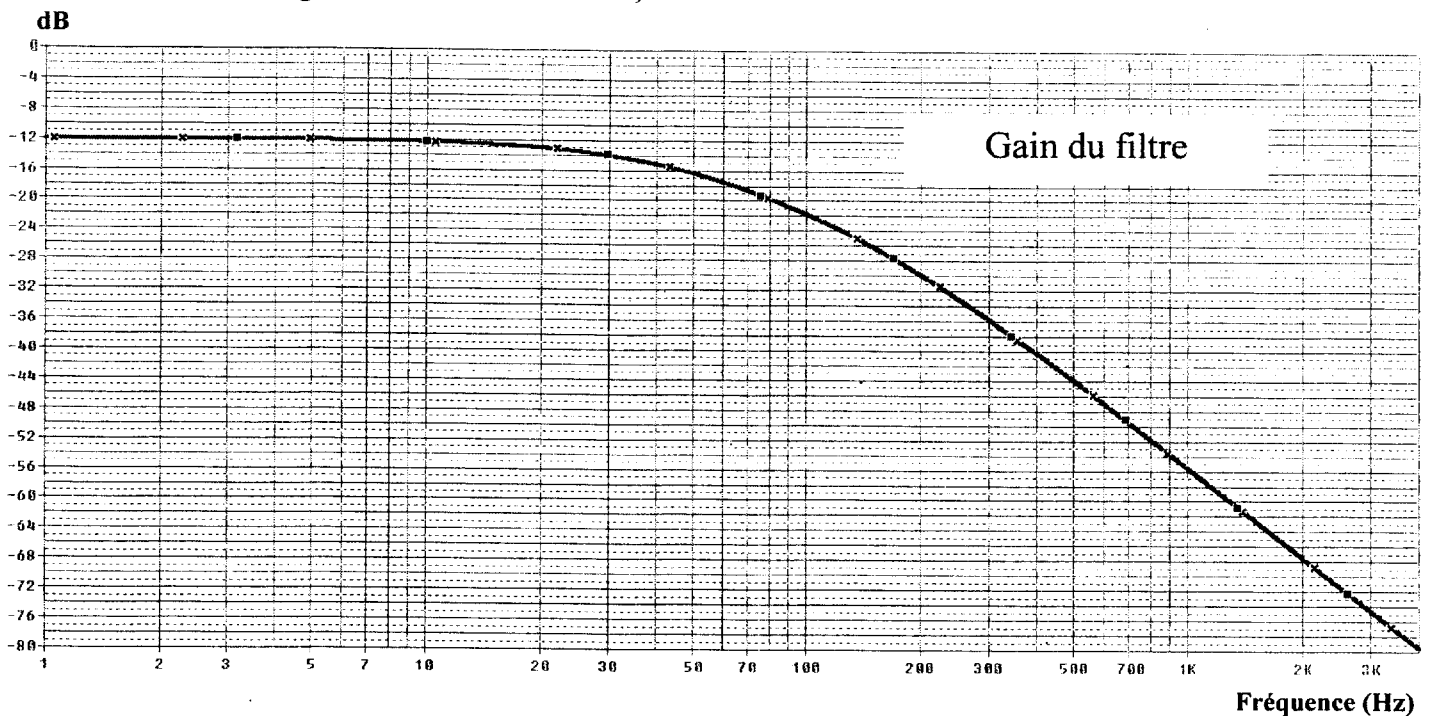
### II.1 Étude de la liaison 4-20 mA

Le système de gestion locale délivre une tension  $u_3$  de fréquence 4000 Hz dont le rapport cyclique  $\alpha$  est proportionnel à la hauteur d'eau dans le réservoir. La valeur moyenne de cette tension, obtenue après filtrage, permettra de commander le courant de boucle.

II.1.1 Le chronogramme de la tension  $u_3$  est donné ci-dessous ; donner l'expression de sa valeur moyenne en fonction de  $\alpha$  et de  $V_{CC}$ .



II.1.2 Pour extraire la valeur moyenne de  $u_3$ , on utilise un filtre dont le diagramme de Bode du gain est donné ci-dessous ;



- II.1.2.a) Déterminer le type de ce filtre (passe-bas, passe-haut ou passe-bande).  
 II.1.2.b) Quel est l'ordre du filtre ? Justifier votre réponse  
 II.1.2.c) Déterminer sa fréquence de coupure  $f_C$  à -3dB.

II.1.3 Lorsque  $\alpha = 0,5$  et  $V_{cc} = 5$  V, la tension  $u_3(t)$  peut s'écrire (en volt) :

$$u_3(t) = 2,5 + \frac{10}{\pi} \sin(2\pi \cdot 4000 \cdot t) + \frac{10}{3\pi} \sin(2\pi \cdot 12000 \cdot t) + \frac{10}{5\pi} \sin(2\pi \cdot 20000 \cdot t)$$

II.1.3.a) Tracer le spectre d'amplitude de la tension  $u_3(t)$  sur la figure 4 du document réponse 1.

II.1.3.b) Déterminer le gain statique  $G_0$  du filtre. En déduire son amplification statique  $A_0$ .

II.1.3.c) Déduire de la question ci-dessus la valeur moyenne  $\langle u_4 \rangle$  de la tension  $u_4$  de sortie du filtre.

II.1.3.d) Déterminer le gain  $G_f$  du filtre pour une composante sinusoïdale de fréquence 4 kHz. En déduire l'amplitude  $\hat{U}_{4f}$  du fondamental de la tension  $u_4$  de sortie du filtre.

II.1.3.e) Que peut-on dire sur la forme de la tension  $u_4$  ?

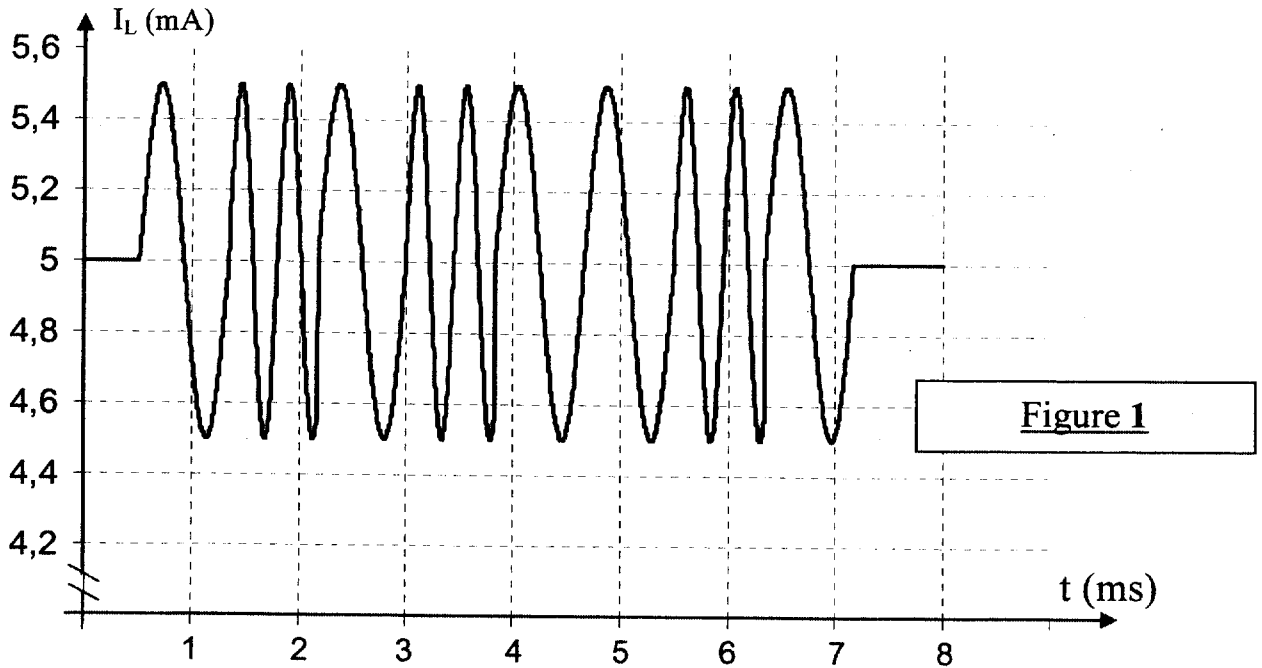
## II.2 Étude de la liaison HART

Le protocole HART (Highway Addressable Remote Transducer) consiste à superposer la transmission numérique au courant analogique de la boucle 4-20 mA.

La modulation utilisée est du type FSK (Frequency Shift Keying) : la porteuse est un courant sinusoïdal d'amplitude 0,5 mA et de fréquence 1200 Hz pour un "1" logique et 2200 Hz pour un "0" logique. La durée  $T_B$  d'un bit est de 833  $\mu$ s.

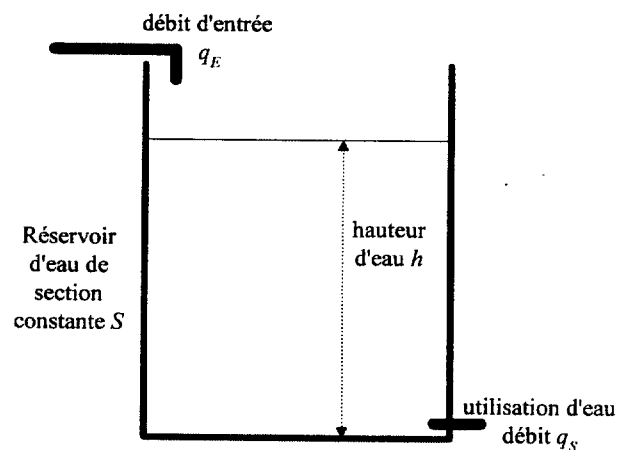
II.2.1 Calculer le débit binaire  $D$  de cette transmission.

II.2.2 Donner la séquence binaire qui est transmise par le signal de la figure 1 ci-dessous :



### Partie III (7 points)

#### Étude de la régulation de niveau d'eau dans le réservoir



Le réservoir utilisé est un cylindre de section constante  $S$  (en  $m^2$ )

On considère que le débit de sortie  $q_S$  (en  $m^3 \cdot s^{-1}$ ) est proportionnel à la hauteur d'eau  $h$  (en m). On associe les transformées de Laplace  $Q_E(p)$ ,  $Q_S(p)$  et  $H(p)$  aux variables temporelles  $q_E$ ,  $q_S$  et  $h$ .

### III.1 Détermination de la transmittance isomorphe

On considère que le réservoir est vide à l'instant initial.

III.1.1 Déterminer la variation du volume d'eau  $dv(t)$  pendant une durée  $dt$  en fonction de  $q_E(t)$ ,  $q_S(t)$  et  $dt$ .

III.1.2 Exprimer  $dv(t)$  en fonction de la section  $S$  du réservoir et de la variation de la hauteur d'eau  $dh(t)$  correspondante.

III.1.3 Sachant que  $q_S(t) = \beta \cdot h(t)$ , montrer que l'équation différentielle du système s'écrit :

$$S \cdot \frac{dh(t)}{dt} + \beta \cdot h(t) = q_E(t)$$

III.1.4 Écrire la transformée de Laplace de cette équation différentielle et montrer que :

$$T(p) = \frac{H(p)}{Q_E(p)} = \frac{T_0}{1 + \tau \cdot p} \text{ avec } \tau = \frac{S}{\beta} \text{ et } T_0 = \frac{\tau}{S} = \frac{1}{\beta}$$

$\tau$  : Constante de temps du réservoir en seconde

$T_0$  : Transmittance statique

### III.2 Comportement du réservoir

À l'instant  $t = 0$ , le débit d'entrée  $q_E(t)$  passe de 0 à  $0,01 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . On donne l'enregistrement de l'évolution de la hauteur  $h$  de l'eau en fonction du temps sur la figure 5 du document réponse 2.

III.2.1 Justifier que le système est d'ordre 1.

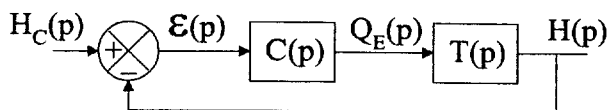
III.2.2 Déterminer graphiquement la constante de temps  $\tau$  du réservoir en faisant apparaître les tracés sur la figure 5 du document réponse 2.

III.2.3 Indiquer la valeur  $h_\infty$  de la hauteur d'eau en régime permanent et en déduire la valeur de la transmittance statique  $T_0$  du système

### III.3 Régulation du niveau de l'eau

Le schéma bloc de l'asservissement est donné ci-dessous ; le correcteur a pour transmittance

isomorphe  $C(p) = C_0$ . On rappelle que  $T(p) = \frac{T_0}{1 + \tau \cdot p}$ .



$H_C(p)$  représente la transformée de Laplace de la hauteur  $h_C$  de consigne (hauteur d'eau désirée dans le réservoir)

$E(p)$  celle du signal d'erreur  $e(t)$  (différence entre la hauteur d'eau désirée et la hauteur d'eau effective).

III.3.1. Quel est le type de correcteur utilisé ?

III.3.2. Donner l'expression de la fonction de transfert isomorphe en boucle fermée  $T_{BF}(p)$  en fonction de  $C(p)$  et  $T(p)$

III.3.3.

III.3.3.a) Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme  $T_{BF}(p) = \frac{T_{0F}}{1 + \tau_F \cdot p}$ .

III.3.3.b) Donner les expressions de  $T_{0F}$  et  $\tau_F$  en fonction de  $C_0$ ,  $T_0$  et  $\tau$ .

III.3.3.c) Indiquer l'influence du correcteur  $C_0$  sur la rapidité du système.

III.3.4. On s'intéresse à la précision de l'asservissement. La consigne  $h_C$  appliquée à l'entrée du système est un échelon :  $h_C = 0$  pour  $t < 0$  et  $h_C = H_{C0} = 1m$  pour  $t \geq 0$ .

III.3.4.a) Donner l'expression de  $H_C(p)$

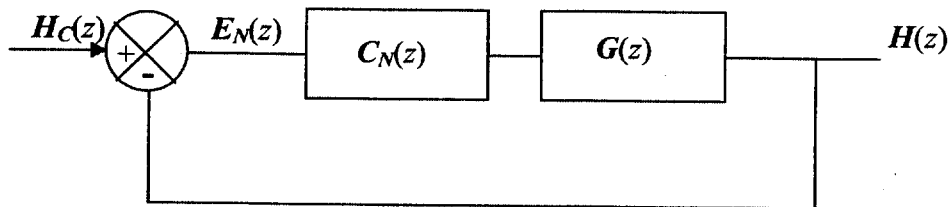
III.3.4.b) Montrer que  $\mathcal{E}(p)$  peut s'écrire  $\mathcal{E}(p) = \frac{H_C(p)}{1 + C(p)T(p)}$ .

III.3.4.c) À l'aide du théorème de la valeur finale, déterminez l'erreur statique du système en fonction de  $H_{C0}$ ,  $C_0$  et  $T_0$ .

III.3.4.d) Comment faut-il choisir  $C_0$  pour avoir un asservissement le plus précis possible ?

## Partie IV (3 points) Étude d'une régulation numérique

On remplace la régulation analogique par une régulation numérique. Le schéma bloc de cette régulation est représenté ci-dessous :



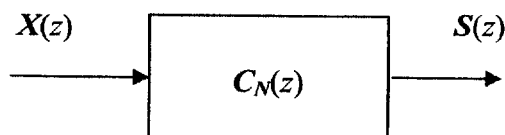
### IV.1 : Étude du correcteur numérique

Le correcteur traite des informations échantillonnées/bloquées à la fréquence d'échantillonnage  $F_E$ .

On appelle  $\{x_n\}$  la séquence d'échantillons arrivant à son entrée, il fournit en sortie une séquence d'échantillons  $\{s_n\}$  qui commande le débit d'entrée  $Q_E$ .

$X(z)$  et  $S(z)$  sont les transformées en  $z$  des séquences d'échantillons  $\{x_n\}$  et  $\{s_n\}$ .

$C_M(z)$  définit la transmittance du correcteur numérique représenté schématiquement ainsi :



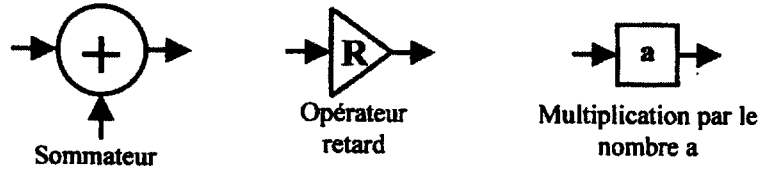


La transmittance en  $z$  du correcteur est :

$$C_N(z) = K_p \left( 1 + \frac{T_E}{K_i} \frac{1}{z-1} \right) \quad \text{avec } K_p = 2 ; K_i = 5 \text{ s} ; T_E = 1 \text{ s}.$$

IV.1.1 Montrer que l'équation de récurrence de ce correcteur peut se mettre sous la forme :  $s_n = 2 x_n - 1,6 x_{n-1} + s_{n-1}$

IV.1.2 En utilisant les symboles suivants, représenter la structure de l'algorithme de  $C(z)$  :



IV.1.3 Une séquence échelon  $\{f_n\}$  est appliquée à l'entrée du correcteur afin de déterminer sa réponse indicielle. Compléter le tableau figure 6 du document réponse n° 2.

IV.1.4 Représenter  $s_n$  sur la figure 7 du document réponse n°2. Le comportement de ce correcteur est-il de type dérivé ou intégral ?

## IV.2 : Étude du système en boucle fermée

$G(z)$  est de la forme :  $G(z) = \frac{A}{z-B}$  avec  $A$  et  $B$  constantes.

On s'intéresse à la précision de l'asservissement. La consigne  $h_C$  appliquée à l'entrée du système est un échelon :  $h_C = 0$  pour  $t < 0$  et  $h_C = H_{C0} = 1 \text{ m}$  pour  $t \geq 0$ .

IV.2.1 Donner l'expression de  $H_C(z)$ , la transformée en  $z$  de  $h_C$ .

IV.2.2 Montrer que le signal d'erreur  $E_N(z)$  peut se mettre sous la forme :

$$\frac{H_C(z)}{1 + C_N(z)G(z)}$$

IV.2.3 À l'aide du théorème de la valeur finale, déterminer l'erreur statique du système en boucle fermée.

## Partie V (3 points)

### Fonctionnement du groupe de pompage

L'ensemble d'alimentation en eau du réservoir est constitué d'une pompe entraînée par une machine asynchrone, alimentée par un variateur permettant d'en faire varier la vitesse.

#### V.1 Étude du moteur asynchrone

Dans cette partie, le moteur est alimenté directement par le réseau triphasé 230 V / 400 V, sinusoïdal, de fréquence 50 Hz.

Sa caractéristique mécanique (couple mécanique utile en fonction de la vitesse) est donnée à la figure 8 du document réponse 3 (on prendra la courbe correspondant à la fréquence de 50 Hz).

V.1.1 La caractéristique mécanique idéalisée de la pompe est une droite dont l'équation est  $T_r = \frac{n}{30} + 40$ , avec  $T_r$  couple résistant en N.m et  $n$  vitesse de rotation de la pompe en  $\text{tr.min}^{-1}$ .

V.1.1.a) Tracer la caractéristique mécanique de la pompe sur la figure 8 du document réponse 3.

V.1.1.b) Justifier le fait que le moteur puisse démarrer en entraînant la pompe.

V.1.1.c) Déterminer les coordonnées  $[n_u; T_u]$  du point de fonctionnement de l'ensemble moteur-pompe.

V.1.1.d) Donner l'expression de  $P_u$ , puissance mécanique utile du moteur en fonction de  $n_u$  et  $T_u$ . La calculer pour le point de fonctionnement déterminé précédemment.

V.1.2 Pour le point de fonctionnement déterminé à la question 2, le moteur absorbe un courant en ligne  $I = 22,8 \text{ A}$  avec un facteur de puissance  $\cos \varphi = 0,86$ .

V.1.2.a) Calculer la puissance active absorbée ( $P_{abs}$ ) par le moteur.

V.1.2.b) En déduire son rendement.

#### V.2 Moteur asynchrone alimenté par le variateur.

Le moteur est maintenant alimenté par le variateur. Pour faire varier sa vitesse, on agit sur la fréquence et la valeur efficace des tensions qui l'alimentent. On adopte une commande de type  $\frac{U}{f} = \text{constante}$  ( $U$  représente la valeur efficace de la tension  $u$  entre deux phases et  $f$  sa fréquence).

Les caractéristiques mécaniques du moteur pour des fréquences de 20 Hz, 30 Hz, 40 Hz et 50 Hz sont données à la figure 8 du document réponse 3. La charge reste identique (voir le paragraphe V.1.1).

V.2.1 : On désire obtenir une vitesse de rotation d'environ  $1050 \text{ tr.min}^{-1}$ . Placer le point de fonctionnement correspondant sur la figure 8 du document réponse 3.

V.2.2 : Préciser alors la valeur de la fréquence  $f$  de la tension  $u$ .

**DOCUMENT RÉPONSE 1 : À RENDRE AVEC LA COPIE**

**I.2. Mise en forme : caractéristique de transfert**

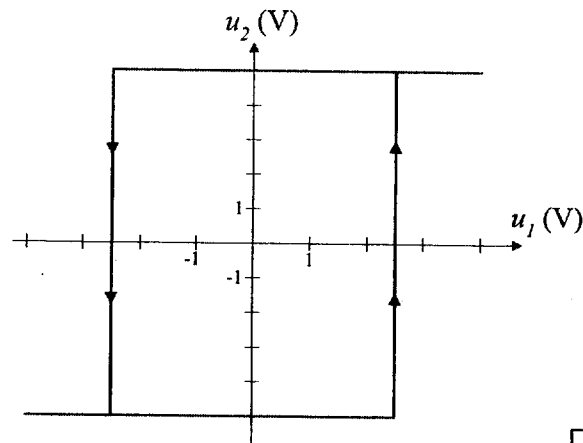


Figure 2

**I.2.1. Trigger : chronogramme**

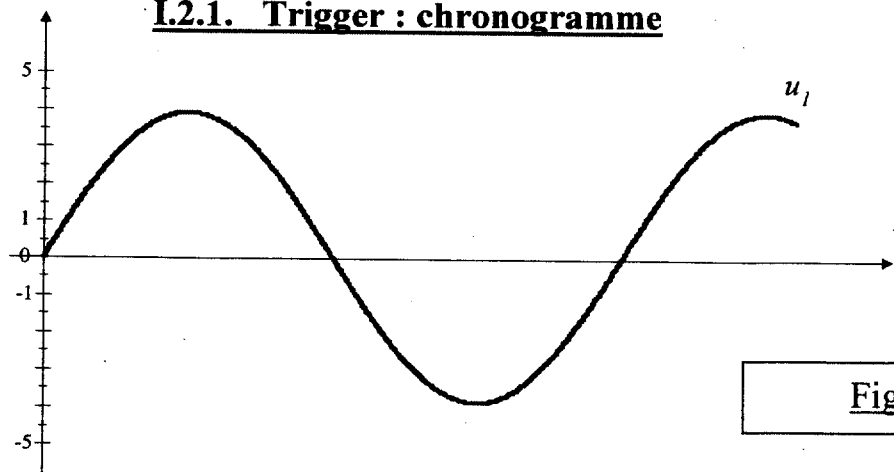


Figure 3

**II.1.3.a Liaison 4-20 mA : spectre de  $u_3$**

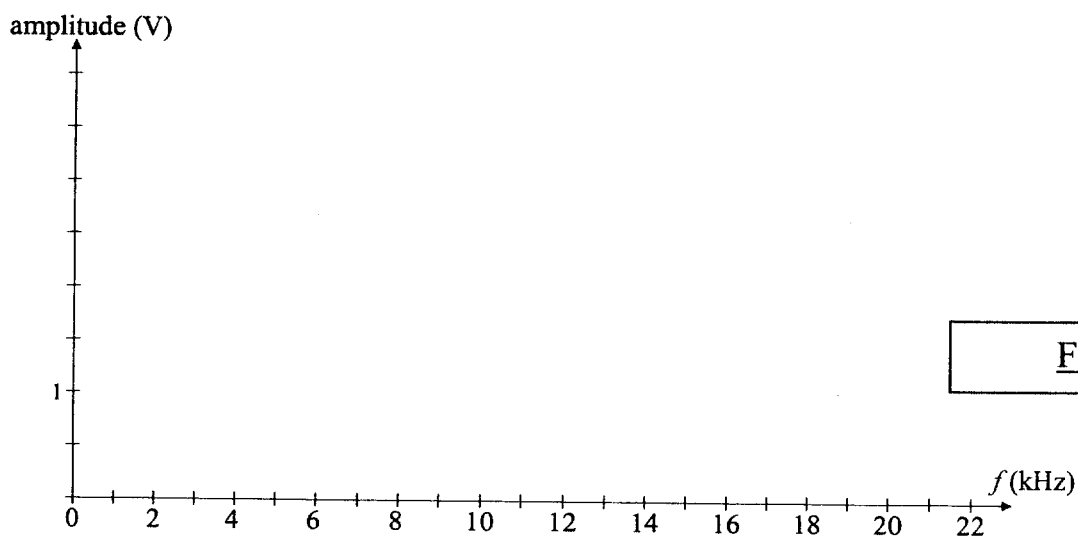
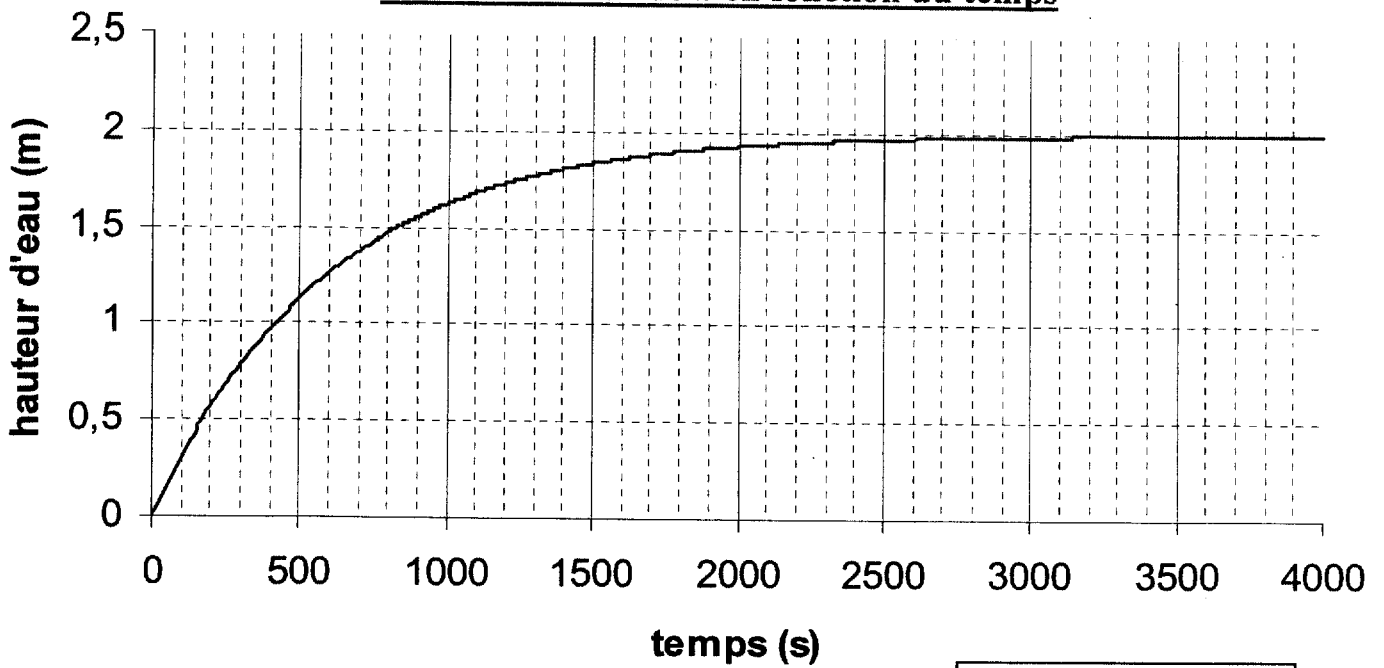


Figure 4

**DOCUMENT RÉPONSE 2 : À RENDRE AVEC LA COPIE**

**III.2 : Evolution de  $h$  en fonction du temps**



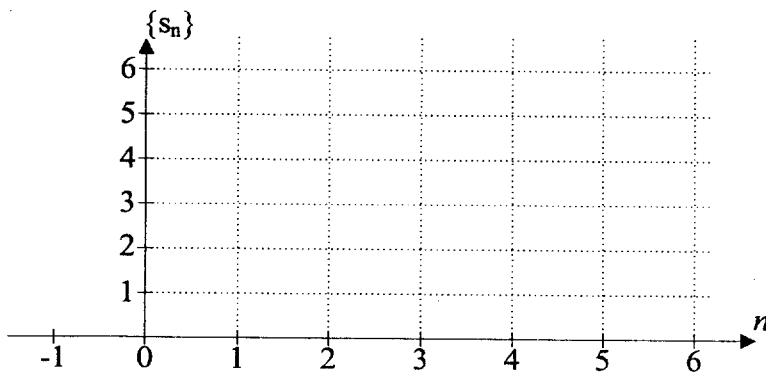
**Figure 5**

**IV.1.3 Correcteur numérique : réponse indicielle**

$n$	-1	0	1	2	3	4	5	6
$x_n$	0	1	1	1	1	1	1	1
$s_n$	0							

**Figure 6**

**IV.1.4 Correcteur numérique : représentation de  $s_n$**



**Figure 7**

# DOCUMENT RÉPONSE 3 : À RENDRE AVEC LA COPIE

## V.1 et V.2 Machine asynchrone : caractéristiques mécaniques $T = f(n)$

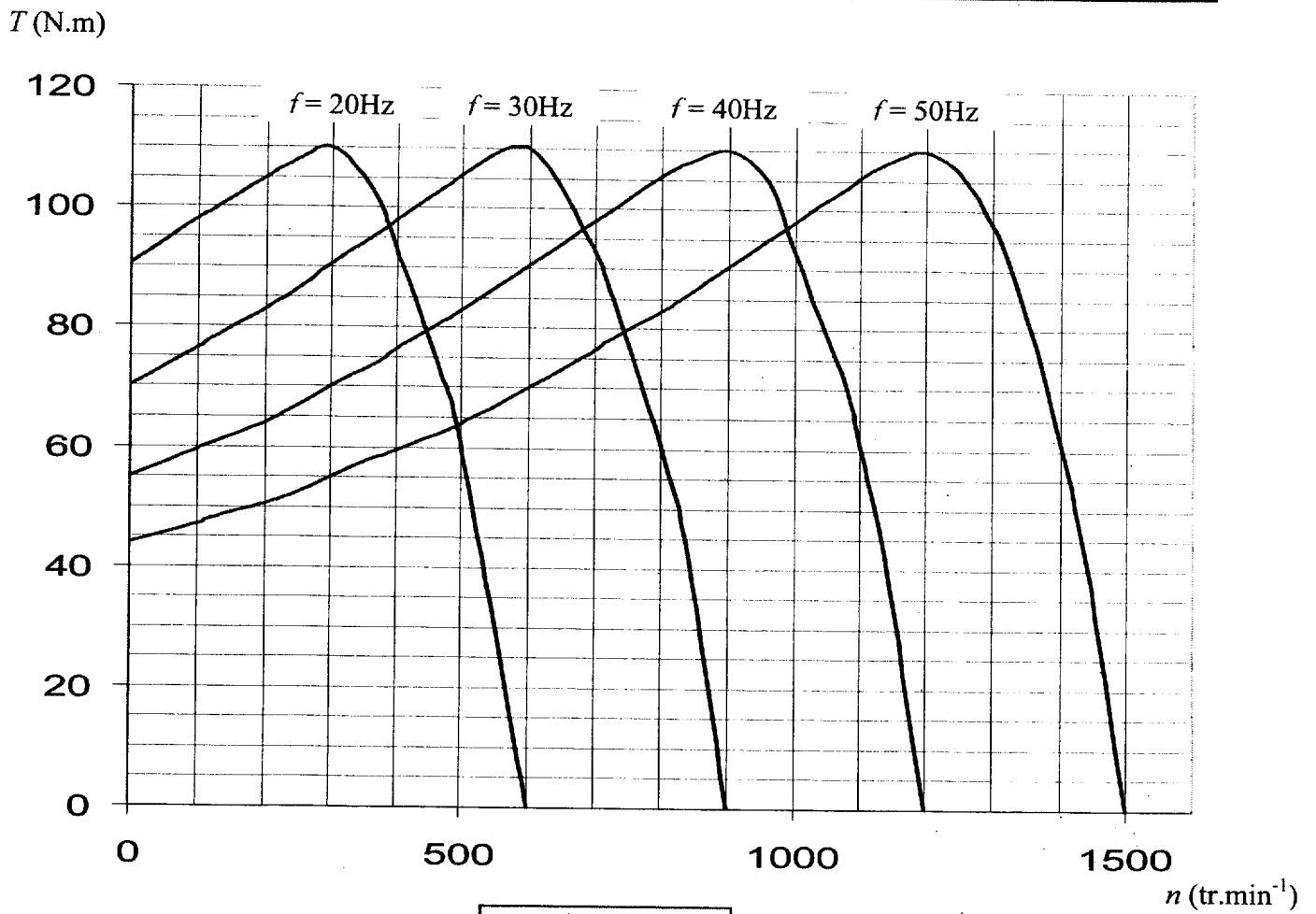


Figure 8

# Formulaire

Propriétés de la transformée de Laplace	
Théorème de la valeur initiale	$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{p \rightarrow +\infty} pF(p)$
Théorème de la valeur finale	$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pF(p)$
Table des transformées de Laplace	
f(t)	F(p)
Impulsion unité : $\delta(t)$	1
Echelon unité : $\Gamma(t)$	$\frac{1}{p}$
Rampe : at	$\frac{a}{p^2}$
$1 - e^{-t/\tau}$	$\frac{1}{p(1 + \tau p)}$
Dérivée : $\frac{d(f(t))}{dt}$	$pF(p) - f(0)$
Propriétés de la transformée en Z	
Théorème de la valeur initiale	$x_0 = \lim_{z \rightarrow 1} X(z)$
Théorème de la valeur finale	$\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1)X(z)$
Table des transformées en Z	
$\{x_n\}$	X(z)
Séquence impulsion unité : $\{\delta_n\}$	1
Séquence échelon unité : $\{\Gamma_n\}$	$\frac{z}{z-1} = \frac{1}{1-z^{-1}}$
Séquence rampe $\{a.n.T_e\}$	$a.T_e \frac{z}{(z-1)^2} = a.T_e \frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$