

## **BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR**

### **TECHNIQUES PHYSIQUES POUR L'INDUSTRIE ET LE LABORATOIRE**

#### **SCIENCES PHYSIQUES**

##### **L'usage de la calculatrice est autorisé.**

*Le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.*

- *Le candidat n'utilise qu'une seule machine sur la table. Toutefois, si celle-ci vient à connaître une défaillance, il peut la remplacer par une autre.*
- *Afin de prévenir les risques de fraude, sont interdits les échanges de machines entre les candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices.*

**PARTIE ÉLECTRICITÉ (durée conseillée 1 h 15)**

**ÉTUDE D'UN VÉLOCIMÈTRE**

**Cet exercice est constitué de cinq parties indépendantes.**

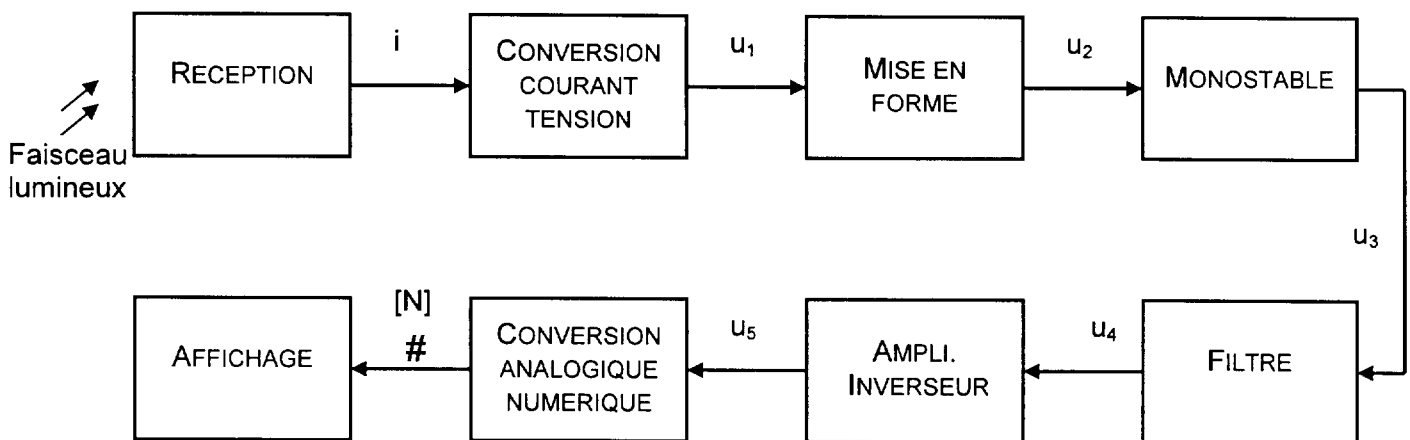
**Il est cependant conseillé au candidat de les traiter dans l'ordre.**

**Le document-réponse (même vierge) doit être joint impérativement à la copie de la partie électricité.**

Le système optique d'un vélocimètre laser permet la génération d'un signal lumineux dont la fréquence  $f$ , comprise entre 50 Hz et 12 kHz, est proportionnelle à la vitesse d'écoulement.

L'étude porte sur la réception du faisceau lumineux par la photodiode et la mise en forme du signal afin d'afficher la vitesse d'écoulement du fluide.

Le synoptique du montage est donné ci-dessous :



**AVERTISSEMENT :**

Les amplificateurs opérationnels (A.O.) sont considérés comme idéaux :

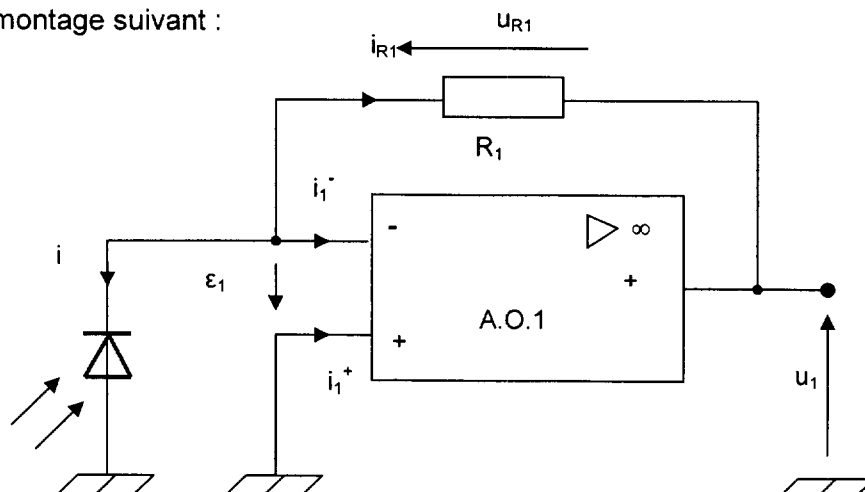
- les courants d'entrées  $i^+$  et  $i^-$  sont nuls,
- en régime linéaire, la tension différentielle  $\varepsilon$  est nulle.

Les amplificateurs opérationnels sont alimentés par une tension symétrique  $\pm V_{cc} = \pm 15$  V.

Les diodes sont également considérées comme idéales (tension de seuil nulle).

**Partie 1 : Conversion Courant Tension**

On considère le montage suivant :



1.1 - Exprimer la tension  $u_1$  en fonction de  $\varepsilon_1$ ,  $i_{R_1}$  et  $R_1$ .

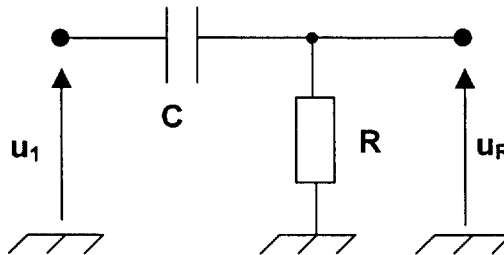
1.2 - En déduire l'expression de  $u_1$  en fonction de  $i$  et  $R_1$ .

Le **graphe 1** du **document-réponse** représente l'allure du courant  $i$  traversant la photodiode.

1.3 - Sachant que  $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$ , représenter sur le **graphe 2** du **document-réponse** la tension  $u_1$  en précisant sur le **document-réponse** la valeur de la tension  $u_1$  qui correspond à une intensité  $i$  égale à  $150 \mu\text{A}$ .

## Partie 2 : Mise en forme

Afin de mettre en forme le signal  $u_1$ , on utilise le montage dérivateur ci-dessous :



La constante de temps  $\tau = RC$  du circuit est telle que  $\tau \ll T/2$ .

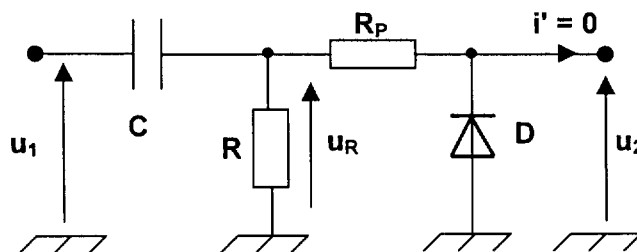
La tension  $u_R$  est représentée sur le **graphe 3** du **document-réponse**.

2.1 - On fixe  $C$  à  $10 \text{ nF}$ . Quelle valeur approximative peut-on donner au maximum à  $R$  pour avoir un fonctionnement correct du montage ?

On rappelle que la fréquence  $f$  évolue entre  $50 \text{ Hz}$  et  $12 \text{ kHz}$ .

2.2 - On complète le montage précédent selon le schéma ci-dessous.

On suppose que la diode  $D$  est idéale, ainsi la tension  $u_2$  est nulle lorsque  $D$  est passante.



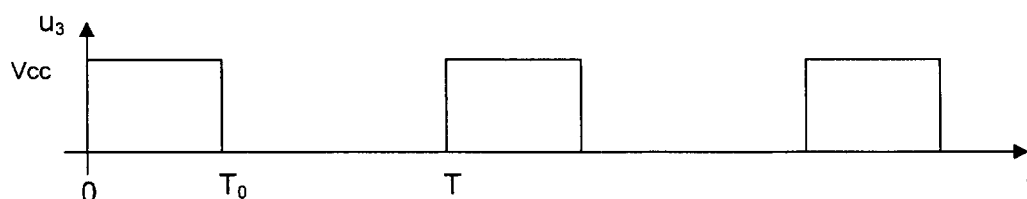
2.2.1 - Quel est l'état de  $D$  lorsque la tension  $u_R$  est positive ? Que vaut la tension  $u_2$  ?

2.2.2 - Quel est l'état de  $D$  lorsque la tension  $u_R$  est négative ?

2.2.3 - Représenter l'allure de la tension  $u_2$  en fonction du temps sur le **graphe 4** du **document-réponse**.

## Partie 3 : Monostable

Le signal  $u_2$  est utilisé pour déclencher un montage monostable. L'allure de la tension  $u_3$ , de période  $T$ , est donnée ci-dessous :



On précise que la durée propre du monostable est  $T_0 = 33,3 \mu\text{s}$ .

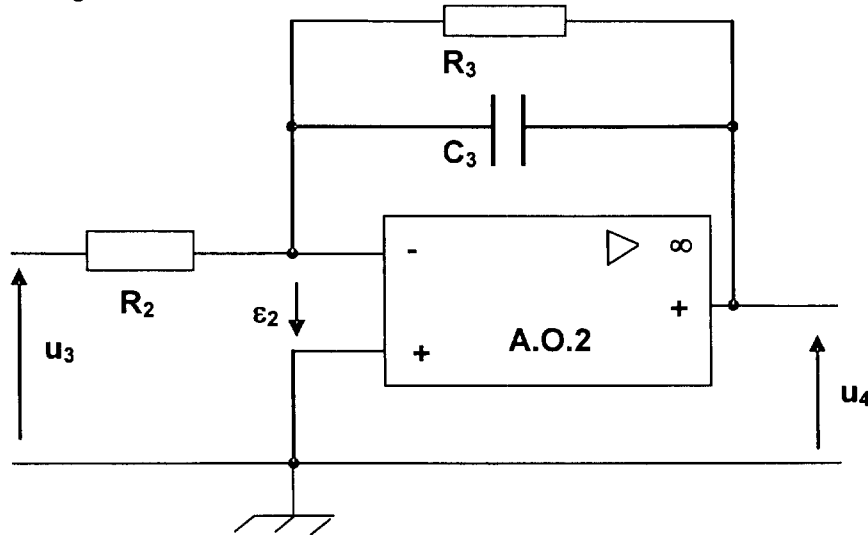
3.1 - Déterminer l'expression de la valeur moyenne  $\langle u_3 \rangle$  de la tension  $u_3$  en fonction de  $T$ ,  $T_0$  et  $V_{CC}$ .

3.2 - Montrer que  $\langle u_3 \rangle = k.f$  où  $f$  est la fréquence de  $u_3$ .

3.3 - Sachant que  $V_{CC}$  vaut 15 V, calculer numériquement  $k$  et préciser son unité.

### Partie 4 : Filtrage

On considère le montage suivant :



L'étude de cette partie se fera en régime sinusoïdal à la pulsation  $\omega = 2\pi f$ .

4.1 - Établir, en écriture complexe, la fonction de transfert  $\underline{A}_v = \frac{U_4}{U_3}$  en fonction de  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $\omega$  et  $C_3$ , puis

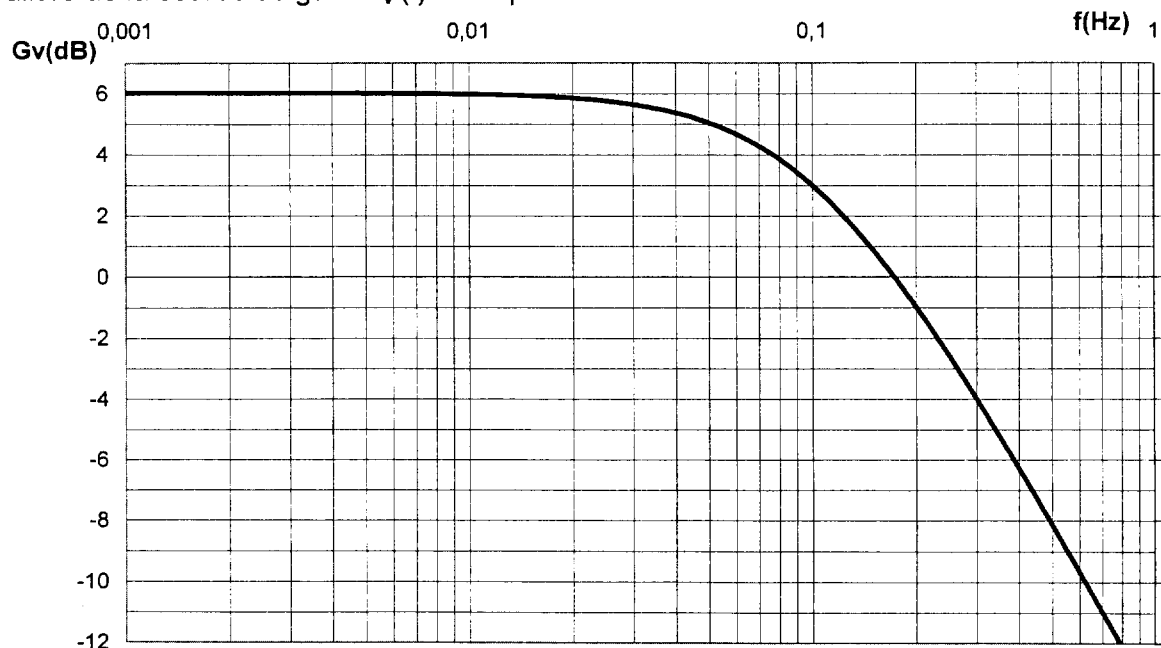
la mettre sous la forme :  $\underline{A}_v = \frac{-A_{v,max}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$  en explicitant  $A_{v,max}$  et  $\omega_c$ .

4.2 - Que devient l'expression de  $\underline{A}_v$  en régime continu ( $\omega = 0$ ) ?

4.3 - On donne  $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$  et  $R_3 = 10 \text{ k}\Omega$ .

Calculer les valeurs numériques de  $A_{v,max}$  et du gain en tension  $G_{v,max}$  correspondant.

L'allure de la courbe de gain  $G_v(f)$  est représentée ci-dessous :



- 4.4 - Quel type de filtre est réalisé par ce montage ? Quel est son ordre ?
- 4.5 - Déterminer graphiquement la fréquence de coupure à - 3 dB. En déduire la valeur de la pulsation de coupure  $\omega_c$  correspondante.
- 4.6 - La tension de sortie  $u_3$  est maintenant appliquée à l'entrée du filtre :  $u_e = u_3$ .  
On appelle  $u_4$  la tension de sortie du filtre actif étudié ci-dessus.  
La décomposition harmonique de  $u_3(t)$  peut s'écrire :
- $$u_3(t) = U_0 + \hat{U}_1 \cdot \sin(\omega t + \phi_1) + \hat{U}_2 \cdot \sin(2\omega t + \phi_2) + \hat{U}_3 \cdot \sin(3\omega t + \phi_3) + \dots$$
- Quelle relation existe-t-il entre  $U_0$  et  $\langle u_3 \rangle$  ?
- 4.7 - Sachant que  $\omega \gg \omega_c$  dans le domaine des pulsations envisagées, indiquer la composante de la décomposition précédente de  $u_3(t)$  qui subsistera en sortie du filtre.
- 4.8 - En tenant compte des résultats des **questions 3.2. et 4.2.**, donner l'expression de  $u_4$  en fonction de  $R_2, R_3, k$  et  $f$ .
- 4.9 - Déterminer la plage de variation de  $u_4$ .  
On rappelle que la fréquence  $f$  du signal est comprise entre 50 Hz et 12 kHz.

### Partie 5 : Convertisseur Analogique Numérique

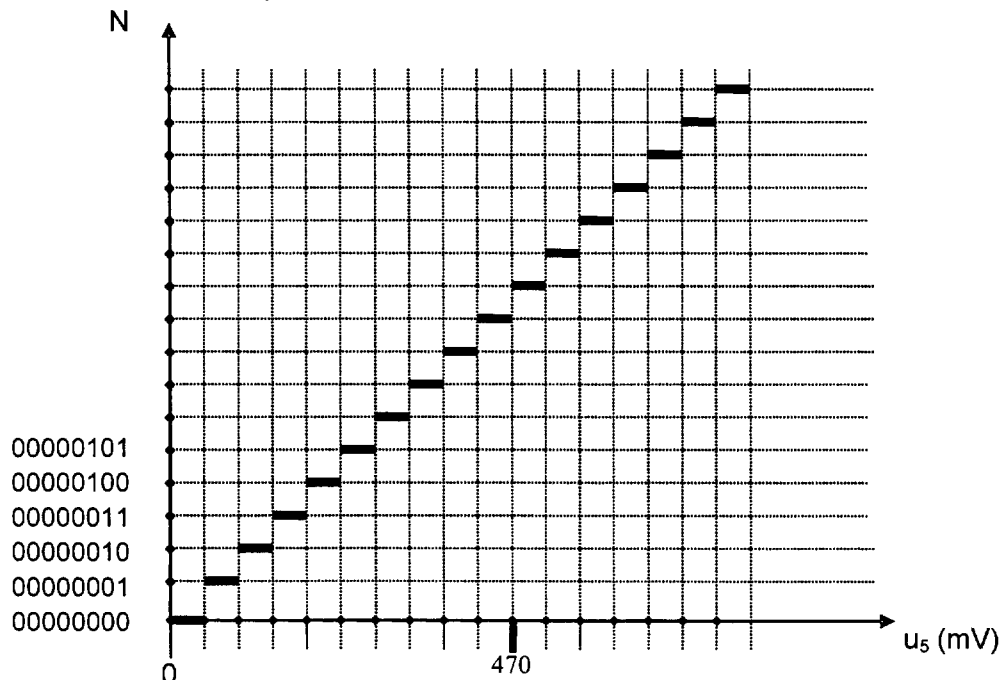
Afin d'obtenir une tension analogique positive, la tension  $u_4$  est appliquée à l'entrée d'un amplificateur inverseur d'amplification en tension égale à -1. Par conséquent  $u_5 = -u_4$ .

Pour afficher la vitesse d'écoulement, il est nécessaire de numériser la tension  $u_5$ .

La partie affichage ne sera pas étudiée.

La tension  $u_5$  est appliquée à l'entrée d'un convertisseur analogique-numérique (C.A.N.) à 8 bits.

Une partie de la caractéristique de transfert de ce convertisseur est donnée ci-dessous :



- 5.1 - Quel est le nombre de valeurs distinctes pouvant être prises par la sortie N de ce convertisseur ?
- 5.2 - Donner la définition du quantum (pas)  $q$  et déterminer graphiquement sa valeur.
- 5.3 - Quel intervalle de tension  $u_5$  correspond au mot binaire 00101000 ?

DANS CE CADRE

Académie : \_\_\_\_\_ Session : \_\_\_\_\_

Examen ou Concours \_\_\_\_\_ Série\* : \_\_\_\_\_

Spécialité/option\* : \_\_\_\_\_ Repère de l'épreuve : \_\_\_\_\_

Épreuve/sous-épreuve : \_\_\_\_\_

NOM : \_\_\_\_\_

(en majuscules, suivi s'il y a lieu, du nom d'épouse)

Prénoms : \_\_\_\_\_ N° du candidat

Né(e) le : \_\_\_\_\_

(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

NE RIEN ÉCRIRE

\* Uniquement s'il s'agit d'

Repère : TPSP

Session : 2008

Durée : 4 H

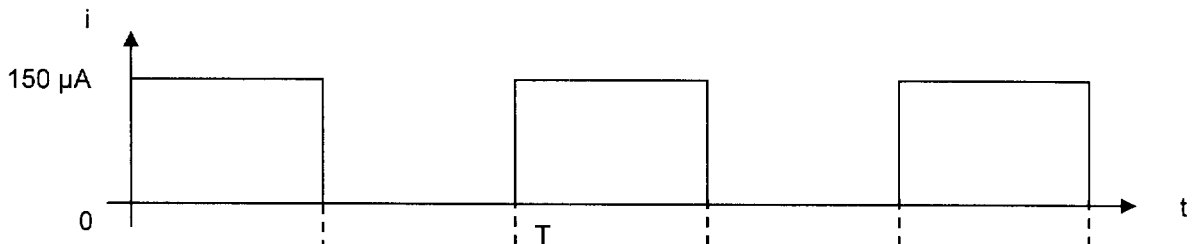
Page : 5/12

Coefficient : 4

## DOCUMENT RÉPONSE

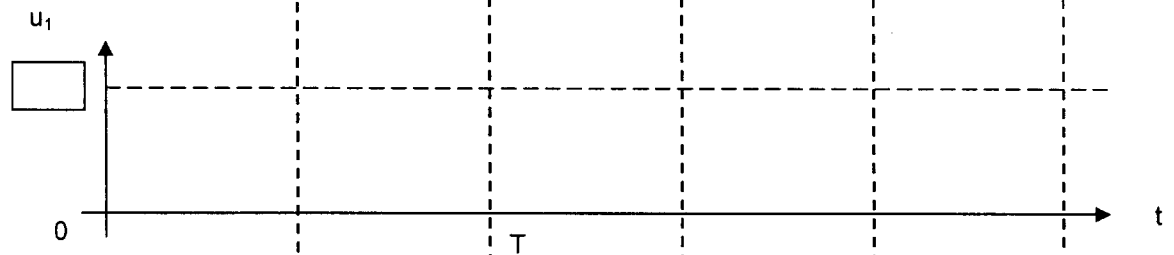
(à rendre obligatoirement avec la copie)

GRAPHE 1

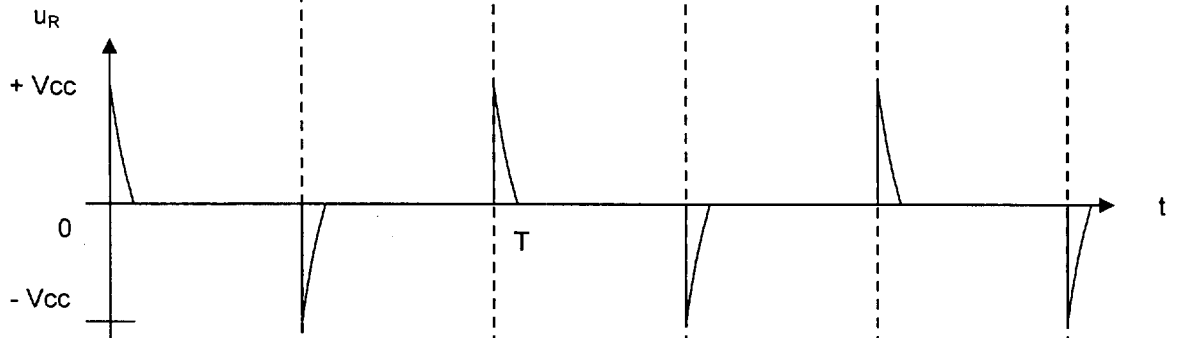


GRAPHE 2

A COMPLETER

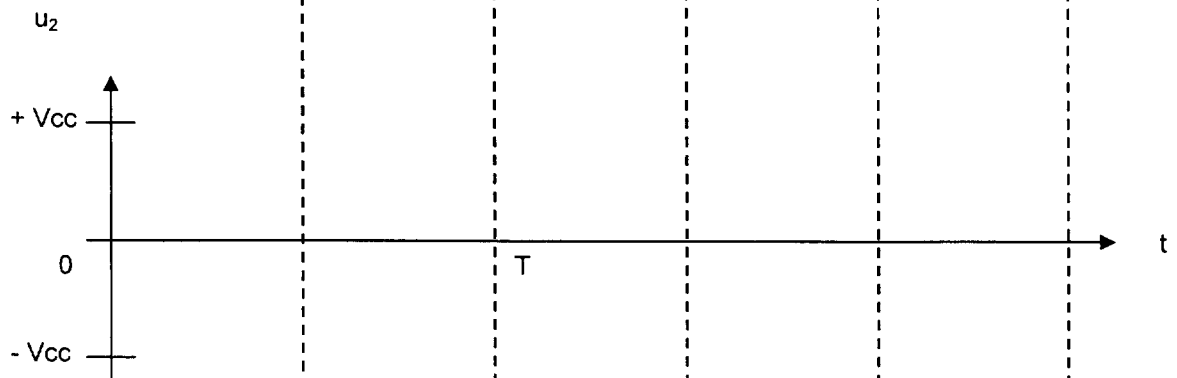


GRAPHE 3



GRAPHE 4

A COMPLETER



**PARTIE MÉCANIQUE, THERMODYNAMIQUE ET CHIMIE (durée conseillée 1 h 15)**

## ÉTUDE D'UN ÉCOULEMENT À TRAVERS UN RÉSERVOIR ET UNE CANALISATION

### Partie 1 : Préliminaires

En effectuant un bilan d'énergie volumique pour un fluide incompressible de masse volumique  $\rho$  constante, en régime permanent entre deux sections  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  d'une conduite, la loi de conservation de l'énergie s'écrit de la manière suivante :

$$e_1 - J_{12} = e_2,$$

avec  $e_1 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 + \rho g z_1$  (énergie volumique au niveau de la section  $\Sigma_1$ ),

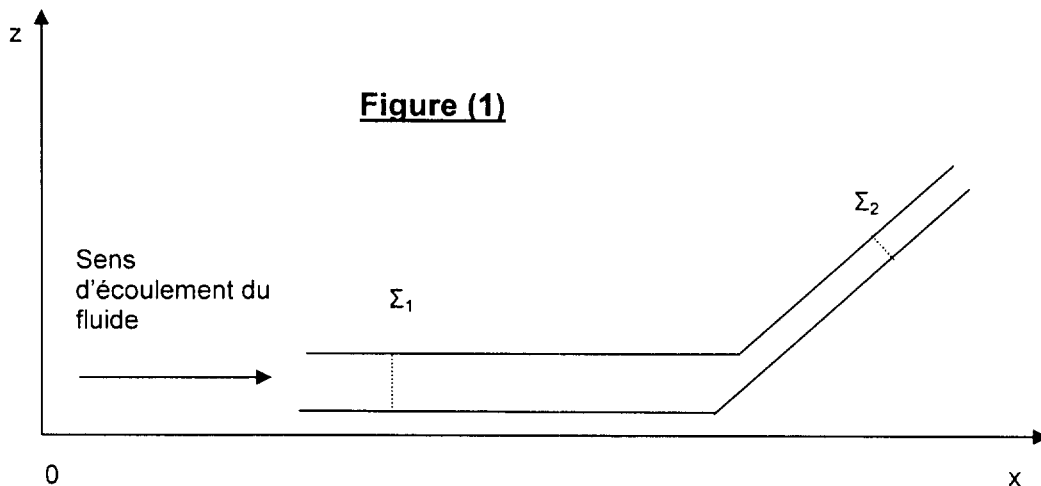
$$e_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 + \rho g z_2 \text{ (énergie volumique au niveau de la section } \Sigma_2)$$

et  $J_{12}$  : perte de charge entre les sections  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$ .  $J_{12}$  étant une grandeur positive.

Dans l'expression de  $e_1$ , pour la section  $\Sigma_1$  :

$p_1$  et  $z_1$  représentent respectivement la pression et l'altitude ;

$v_1$  représente la vitesse moyenne, et est liée au débit de volume  $D_{v1}$  par la relation :  $D_{v1} = v_1 S_1$ , avec  $S_1$  surface de la section  $\Sigma_1$  ;



1.1 - Quelle est l'unité de chaque terme de l'expression de  $e_1$ , dans le Système International ?

1.2 - Justifier pourquoi il y a conservation du débit de volume ( $D_{v1} = D_{v2}$ ).

1.3 - Dans le cas où  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  sont deux sections circulaires de diamètres  $d_1$  et  $d_2$ , exprimer  $v_2$  en fonction de  $v_1$ ,  $d_1$  et  $d_2$ .

### Partie 2 : Étude d'un écoulement

Le dispositif étudié est constitué d'un réservoir cylindrique vertical de diamètre  $d_{cuve}$  et de hauteur  $H$  et d'une canalisation cylindrique horizontale de diamètre  $d$  et de longueur  $L$ . Le dispositif est schématisé figure (2). Sur ce schéma, les échelles ne sont pas respectées.

On définit 4 sections  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$ ,  $\Sigma_3$  et  $\Sigma_4$ .

L'eau s'écoule à travers l'ensemble. En  $\Sigma_1$ , l'eau est à la pression atmosphérique notée  $p_0$ . En sortie, le jet est à l'air libre et la pression en  $\Sigma_4$  est aussi à la pression atmosphérique. On fera l'hypothèse d'un régime permanent.

Le débit de volume est noté  $D_v$ .

**Données :**  $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$   $H = 10 \text{ m}$   $d_{\text{cuve}} = 10 \text{ m}$   $L = 75 \text{ m}$   $d = 4,0 \text{ cm}$ ,  
viscosité de l'eau :  $\eta = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$ ,  
masse volumique de l'eau  $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  
intensité du champ de pesanteur :  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ .

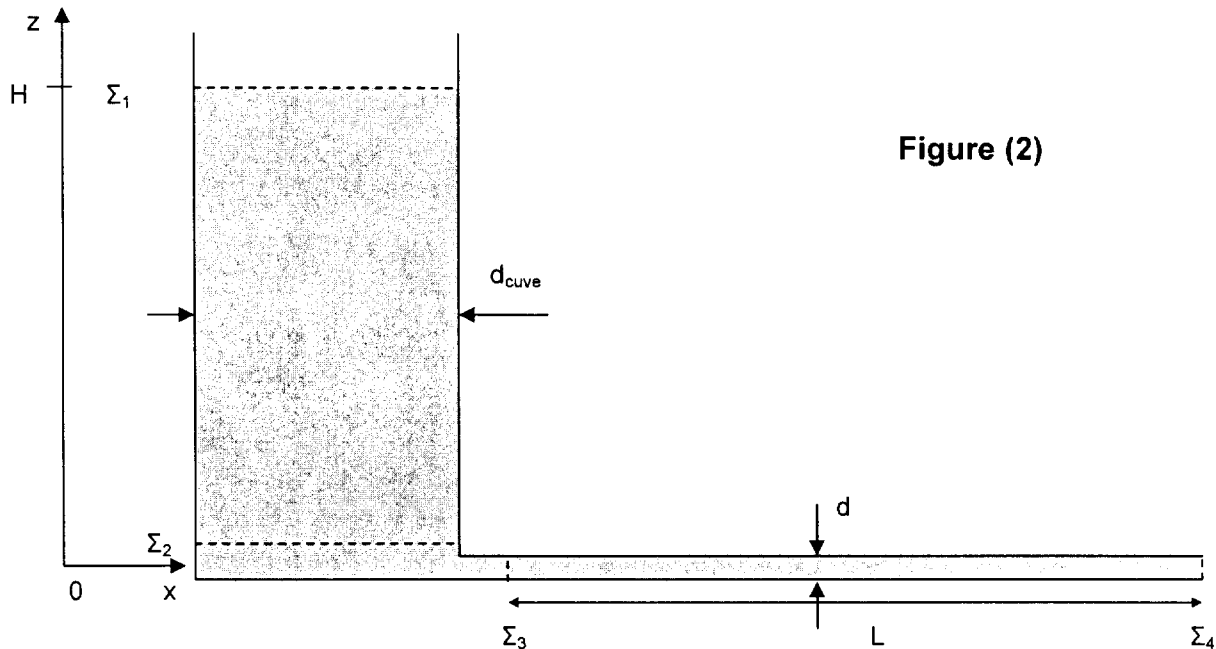


Figure (2)

- 2.1 - En utilisant la conservation du débit de volume entre les sections  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_4$ , exprimer la vitesse  $v_1$  en fonction de la vitesse  $v_4$  et des diamètres  $d_{\text{cuve}}$  et  $d$  de ces sections.
- 2.2 - En déduire que  $v_1$  est négligeable devant  $v_4$ .

### Partie 3 : Étude de l'écoulement en considérant l'eau comme un fluide parfait

La conservation de l'énergie volumique entre les sections 1 et 4 s'écrit :

$$\left( \frac{1}{2} \rho v_1^2 + p_1 + \rho g z_1 \right) - J_{12} - J_{23} - J_{34} = \left( \frac{1}{2} \rho v_4^2 + p_4 + \rho g z_4 \right)$$

$J_{12}$  : perte de charge entre les sections  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$ ,

$J_{23}$  : perte de charge entre les sections  $\Sigma_2$  et  $\Sigma_3$ ,

$J_{34}$  : perte de charge entre les sections  $\Sigma_3$  et  $\Sigma_4$ .

- 3.1 - Que deviennent les trois termes de perte de charge dans le cas d'un fluide parfait ?
- 3.2 - Déterminer l'expression de la vitesse  $v_4$  en sortie de la canalisation en fonction de  $g$  et  $H$ . Calculer  $v_4$ .
- 3.3 - Exprimer  $D_v$  en fonction de  $v_4$  et de  $d$ . Calculer  $D_v$  en  $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  puis en  $\text{m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ .
- 3.4 - Le débit de volume  $D_v$  dépend-il de la longueur  $L$  de la canalisation ?



### Partie 4 : Étude de l'écoulement en considérant l'eau comme un fluide visqueux

Pour un écoulement turbulent, la perte de charge  $J_{34}$  étant prépondérante devant  $J_{12}$  et  $J_{23}$ , on montre que :

$$v_4 = \left( \frac{2gH}{0,316 \times L} \left( \frac{\rho}{\eta} \right)^{0,25} \times d^{1,25} \right)^{\frac{1}{1,75}}$$

4.1 – Montrer que la valeur de  $v_4$  est proche de  $2,4 \text{ m.s}^{-1}$ .

Dans la suite, on prendra  $v_4 = 2,4 \text{ m.s}^{-1}$

4.2 - Calculer  $D_v$  en  $\text{m}^3.\text{s}^{-1}$  et en  $\text{m}^3.\text{h}^{-1}$ .

4.3 - Calculer le nombre de Reynolds  $Re$  ( $Re = \frac{\rho v_4 d}{\eta}$ ) dans la canalisation horizontale et vérifier que l'écoulement est bien turbulent.

4.4 - Le débit de volume  $D_v$  dépendant de la longueur  $L$  de la canalisation, préciser si  $D_v$  augmente ou diminue avec  $L$ . Justifier.

4.5 - À la vue des résultats obtenus dans les questions précédentes, est-il nécessaire de prendre en compte la viscosité de l'eau ? Justifier votre réponse.

## PARTIE OPTIQUE (durée conseillée 1 h 15)

**Le sujet comporte 3 parties indépendantes.**

**Rappel** :  $\cos(90^\circ - x) = \sin x$        $\sin(90^\circ - x) = \cos x$ .

**Partie 1 : Dioptré plan, réflexion totale, éclairage d'un réservoir**

Soit  $c_0$  la célérité de la lumière dans le vide et  $c$  la célérité de la lumière dans un milieu réfringent : il est rappelé que l'indice de réfraction absolu de ce milieu est le rapport  $n = c_0 / c$ .

**1.1** - Un dioptré plan est composé de deux milieux réfringents (1) et (2) séparés par une surface plane (P) (**figure 1** ci-dessous).

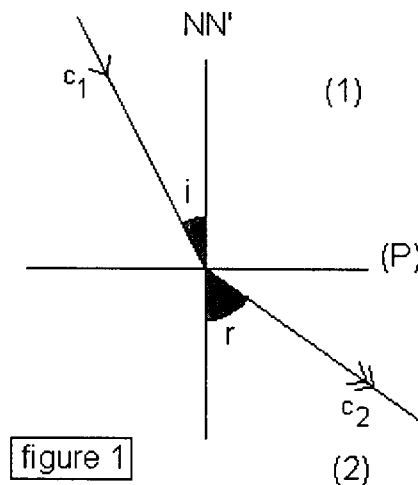


figure 1

Un rayon de lumière incident se propage à la célérité  $c_1$  du milieu 1 vers le milieu 2 en traversant (P) et donne naissance à un rayon réfracté de célérité  $c_2$  situé dans le plan d'incidence.

NN' est la normale (perpendiculaire) à (P),  $i$  est l'angle d'incidence,  $r$  est l'angle de réfraction.

On rappelle la relation entre les grandeurs  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $i$  et  $r$ , connue sous le nom de "loi de Descartes" :  $n_1 \sin i = n_2 \sin r$ .

Exprimer  $\sin r$  en fonction de  $c_1$ ,  $c_2$ , et  $\sin i$ .

**1.2** - On considère la situation :  $c_1 < c_2$ .

**1.2.1** - Montrer qu'il existe une valeur limite maximale  $i_{\max}$  de  $i$  au-delà de laquelle le rayon réfracté n'existe plus. Donner l'expression littérale permettant de calculer  $i_{\max}$ .

Le milieu incident est l'eau pour laquelle  $c_1 = 2,249 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

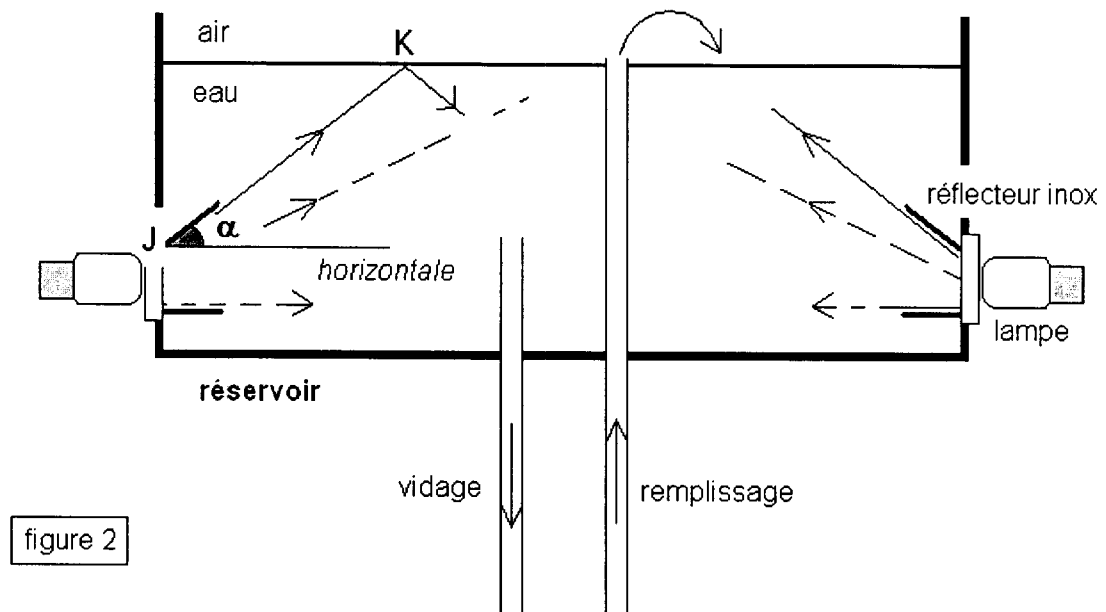
Le milieu réfringent est l'air pour lequel  $c_2 = 2,977 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

Pour le vide on admet avec précision la valeur suivante :  $c_0 = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

**1.2.2** - Calculer la valeur numérique de  $i_{\max}$  à  $\Delta i = 1'$  d'arc près ( $3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$ ).

**1.2.3** - Que subit le rayon incident lorsque  $i > i_{\max}$ ? Justifier l'expression « réflexion totale ».

1.3 - Le phénomène de réflexion totale est mis en application pour éclairer de l'intérieur le réservoir d'un château d'eau, ouvert à l'air libre (**figure 2** ci-dessous).



Deux lampes munies chacune de deux volets réflecteurs de lumière en acier inoxydable sont disposées face à face sur la paroi de ce réservoir.

Le volet inférieur est horizontal et fixe, le volet supérieur est orientable avec l'angle  $\alpha$  figurant sur le schéma, de façon à renvoyer un rayon extrême JK vers la surface libre de l'eau.

1.3.1 - Montrer que, si le rayon JK est placé à la limite de la réflexion totale, l'angle  $\alpha$  peut se calculer par la relation  $\cos \alpha = c_1 / c_2 = n_2 / n_1$ .

Le technicien installateur du dispositif dispose des deux données simplifiées :  $n_{\text{air}} = 1$  et  $n_{\text{eau}} = 1,33$ .

1.3.2 - Calculer à  $1^\circ$  près la valeur numérique de cet angle  $\alpha$  que le technicien devra régler.

1.3.3 - Cet angle  $\alpha$  dépend-il du niveau de la surface libre ? Justifier la réponse.

## Partie 2 : Polarisation par réflexion vitreuse

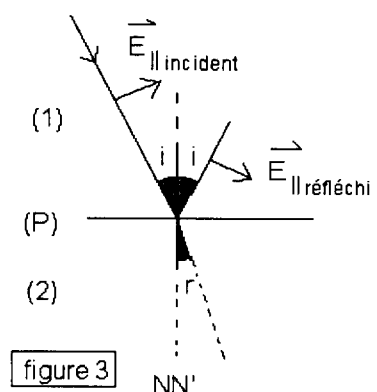
Pour traiter cette partie, aucune connaissance initiale sur la réflexion vitreuse n'est nécessaire.

Lorsque l'on considère une onde de lumière, on l'assimile à la superposition de deux ondes orthogonales entre elles, d'amplitudes  $E_{\parallel}$  et  $E_{\perp}$ , de même fréquence et de même axe de propagation.

2.1 - Dans la liste suivante, choisir le composant optique dont la fonction première est de sélectionner l'une de ces composantes : filtre interférentiel, prisme équilatéral, polariseur, lame à faces parallèles.

À l'aide de ce composant, on sélectionne la vibration parallèle au plan d'incidence d'un dioptre plan, suivant la **figure 3** ci-contre, et l'on procède par les moyens appropriés à la mesure du coefficient de réflexion défini par  $R_{\parallel} = (E_{\parallel})_{\text{réfléchi}} / (E_{\parallel})_{\text{incident}}$ .

Cette mesure valide le calcul théorique suivant :  $R_{\parallel} = -\tan(i - r) / \tan(i + r)$ , où  $i$  est l'angle d'incidence et  $r$  l'angle de réfraction.



2.2 - Dans la situation où  $n_1 < n_2$ ,  $i$  peut-il être égal à  $r$  ? Justifier la réponse.

On introduit l'angle d'incidence de Brewster  $i_B$  par la condition :  $i_B + r = 90^\circ$ .

2.3 – Montrer, que dans ce cas,  $R_{II} = 0$ .

2.4 - Montrer que  $\tan i_B = n_2 / n_1$ .

Une mesure de  $i_B$  pour le passage air-eau a donné  $i_B = 53^\circ \pm 0,5^\circ$  ; l'indice de l'air  $n_{air}$  vaut 1,00.

2.5 - Utiliser cette valeur de  $i_B$  pour fournir un encadrement de la valeur numérique de l'indice de réfraction  $n_{eau}$ .

**Partie 3 : Interférences entre deux faisceaux lasers, vélocimétrie**

**3.1 - Étude de la figure d'interférence**

Deux faisceaux F1 et F2 issus d'un même LASER passent par les points A et B et font entre eux un angle  $AOB = \beta$  (figure 4 ci-dessous).

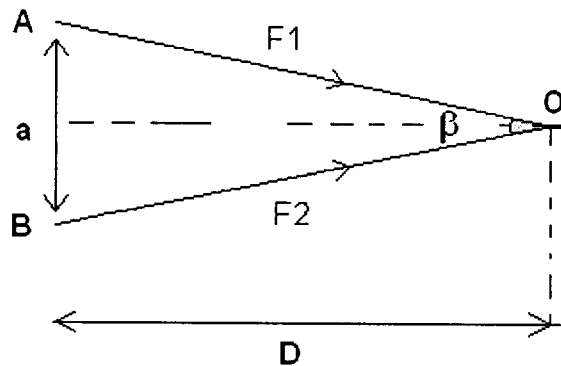


figure 4

Le point O est équidistant de A et de B et appartient à la zone de recouvrement des deux faisceaux.

On pose  $a =$  distance AB et  $D =$  distance orthogonale entre AB et le point O.

Soit  $\lambda$  la longueur d'onde du faisceau dans le milieu de propagation.

Dans le volume commun des deux faisceaux, on observe des interférences (figure 5 ci-dessous) dont l'interfrange X est calculée sur le modèle des franges de Young :  $X = \lambda D / a$ .

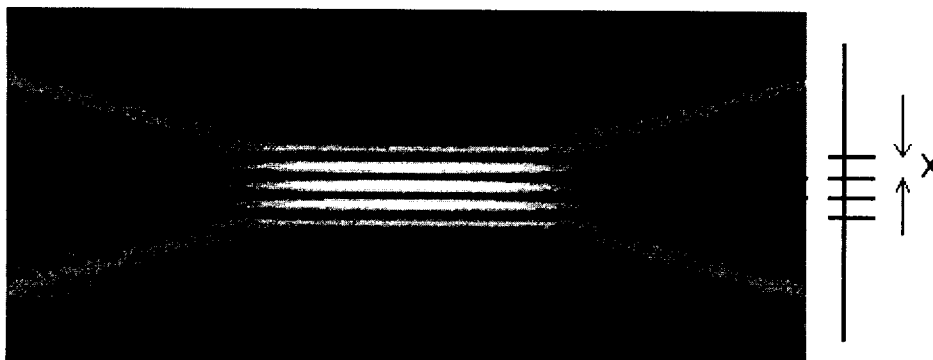


figure 5

3.1.1 - Les deux vibrations étant en phase lors de leurs passages en A et B, déterminer la nature de la frange présente au point O.

3.1.2 - En posant  $a \ll D$ , montrer qu'on peut écrire dans ces conditions :  $X \approx \lambda / \beta$  ( $\beta$  en rad).

Le laser utilisé a pour longueur d'onde  $\lambda = 633 \text{ nm}$  dans l'air et l'angle  $\beta$  est fixé à  $7,0^\circ$ .

3.1.3 - Calculer la valeur numérique de  $X$ .

### 3.2 - Construction et principe d'un vélocimètre à franges

On crée le dispositif suivant, destiné à la mesure de la vitesse au centre de l'écoulement cylindrique d'un liquide (eau) en régime d'écoulement laminaire.

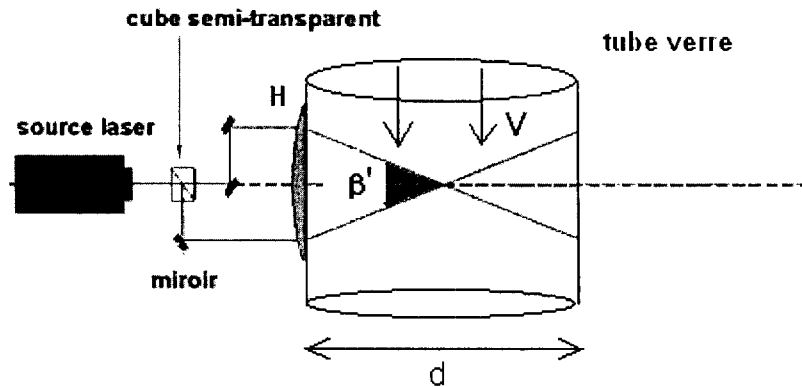


figure 6

L'eau circule le long de l'axe d'un tube de verre de diamètre  $d = 8 \text{ cm}$ .

Celui-ci est muni d'une lentille "hublot"  $H$  au travers de laquelle on fait passer les deux faisceaux qui se croisent au centre  $O$  de l'écoulement.

On posera : indice de réfraction de l'air  $n_{\text{air}} = 1$  et indice de l'eau  $n_{\text{eau}} = n = 1,33$ .

3.2.1 - Exprimer la longueur d'onde (dans l'eau)  $\lambda'$  du rayonnement laser en fonction de  $\lambda$  et de  $n_{\text{eau}}$ .

3.2.2 - La valeur de  $\beta'$  étant de  $10,0^\circ$  calculer l'interfrange  $X'$  observée en  $O$ .

On ensemence le liquide avec de fines particules réfléchissantes : celles-ci sont entraînées par l'écoulement à la vitesse  $V$  orthogonale aux franges (en régime laminaire  $V$  est lente  $< 1 \text{ cm/s}$ ).

Chaque particule, soumise à un éclairage variable au cours de la traversée des franges, diffuse un signal lumineux  $S$  représenté en **figure 7** ci-dessous.

Soit  $F$  la fréquence de ce signal.

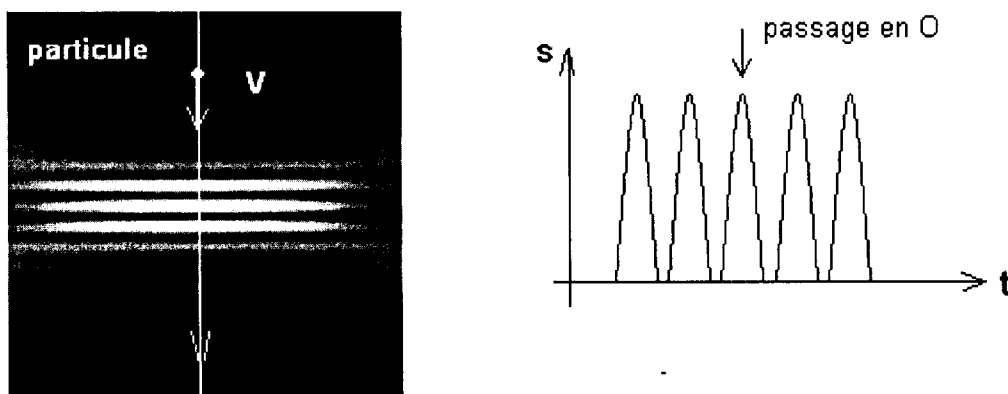


figure 7

3.2.3 - Exprimer une relation entre  $V$ ,  $F$  et  $X'$  et calculer  $V$  pour la mesure suivante :  $F = 1,4 \text{ kHz}$ .