

**MEMRMAT1**

# **TEXTE DU SUJET**

TEXTE DU SUJET
----------------

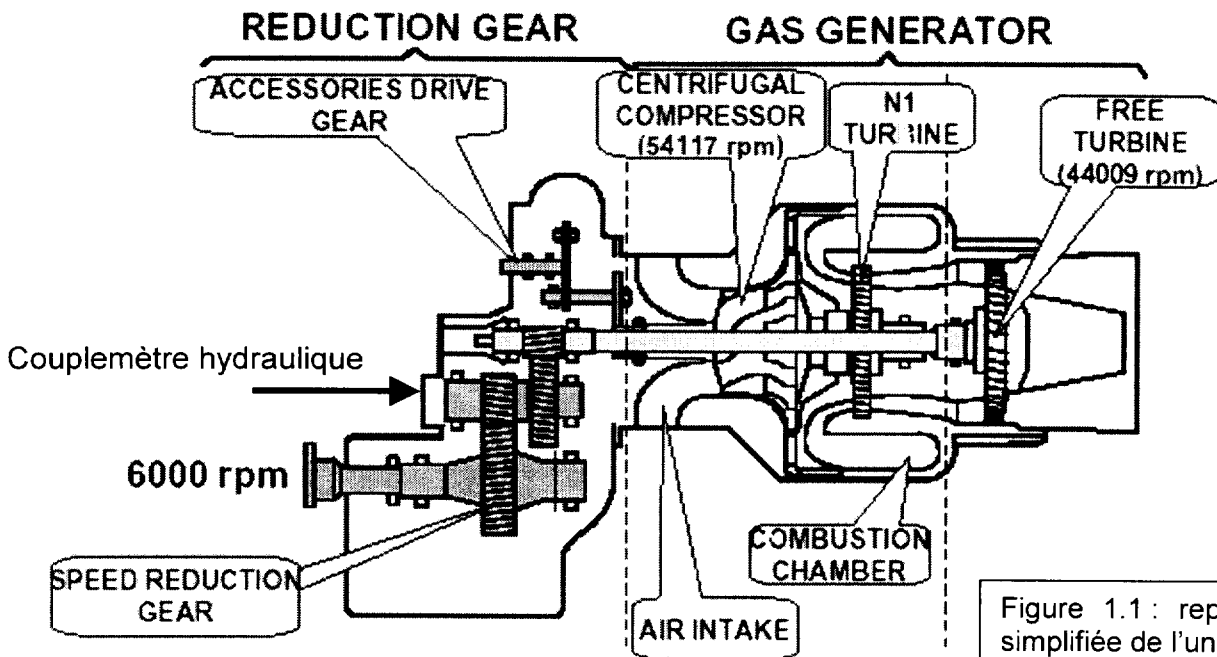
**PARTIE 1 : ETUDE MECANIQUE DU COUPLE-METRE HYDRAULIQUE** (sur 6 points)


Figure 1.1 : représentation simplifiée de l'unité motrice

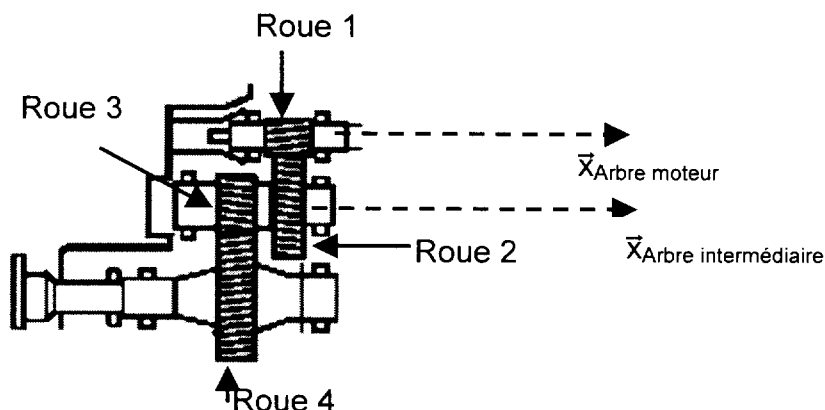


Figure 1.2 : désignation des roues dentées et axes des arbres

**Thèmes clés :**

Poussée axiale dans les engrenages droits hélicoïdaux, pression, frottement.

**Résumé de l'étude :**

Connaissant l'angle d'inclinaison de la denture et la puissance transmissible, déterminer la pression relevée dans le cas d'un contact arbre palier parfait.

**INTRODUCTION**

Dans la version des turbines ARRIUS actuelles, l'arbre intermédiaire du réducteur est liaison pivot glissant par rapport au carter. Cet arbre est soumis à l'action de pignons à denture hélicoïdale qui imposent des efforts axiaux opposés mais d'intensité différente : il y a, par conséquent, déplacement axial de l'arbre. En mesurant ce déplacement qui est proportionnel à la différence des efforts, on obtient donc la valeur du couple sur l'arbre.

La solution pour mesurer ce déplacement consiste à mettre en bout d'arbre un piston et une chambre hydraulique : la pression mesurée est directement proportionnelle au couple turbine ramenée sur l'arbre intermédiaire.

## CAHIER DES CHARGES

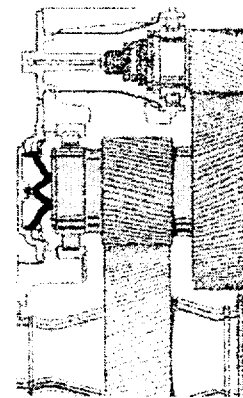
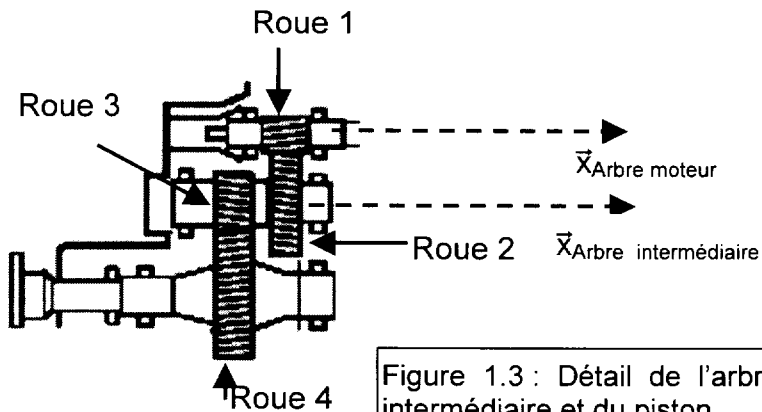
- Couple maximal sortie de turbine = 82 Nm appelé couple moteur  $C_m$  porté sur l'axe  $\vec{x}_{\text{Arbre moteur}}$
- Caractéristiques du réducteur

Le réducteur est composé de deux étages :

Etages	Nombre de dents	Hélice	Angle de pression
<b>1<sup>er</sup> étage</b> Module $m_n = 1,25$	Z1 = 28	8° à droite	20°
	Z2 = 93	8° à gauche	
<b>2<sup>ème</sup> étage</b> Module $m_n = 2.5$	Z3 = 24	12° à gauche	25°
	Z4 = 53	12° à droite	

Le rapport de transmission est donc :  $R = \frac{28}{93} \times \frac{24}{53} = 0.136$

- Caractéristiques du piston et de la mesure



Déplacement axial de l'arbre

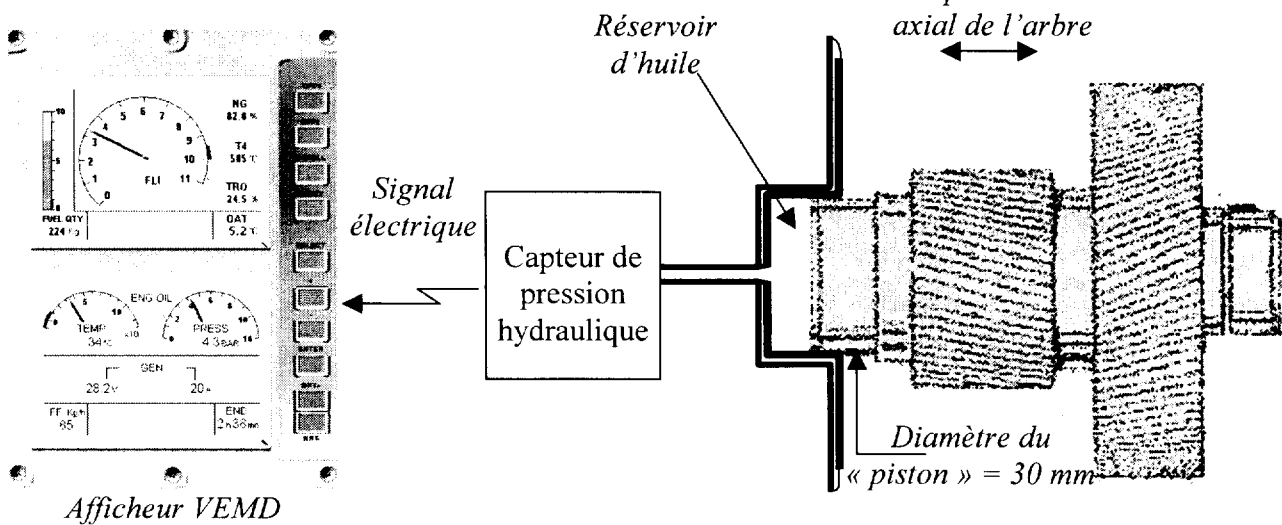


Figure 1.4 : représentation simplifiée du piston

La variation de pression est mesurée par un capteur, transmise sous forme de signal analogique au calculateur puis aux instruments d'affichage du poste de pilotage (VEMD).

## 1 ETUDE DES EFFORTS DU COUPLE MOTEUR SUR L'ARBRE INTERMEDIAIRE

### Hypothèses :

Dans cette étude, par soucis de simplification, les efforts du pignon 4 sur 3 sont négligés (le pignon est en roue libre). On supposera le rendement égal à 1, les frottements sont négligés.

Les pignons 2 et 3 sont usinés dans la masse et solidaire du même arbre.

1.1 Exprimer le couple **C** appliqué sur l'arbre intermédiaire en fonction du couple moteur **C<sub>m</sub>**.  
(Donner le résultat sous la forme  $C = \kappa \times C_m$  avec  $\kappa$  exprimé numériquement)

1.2 Calculer les efforts du pignon 1 sur le pignon 2 en fonction de **C<sub>m</sub>**.  
(Donner les résultats sous la forme  $F = \kappa' \times C_m$  avec  $\kappa'$  exprimé numériquement)

1.3 Donner la valeur de l'effort appliqué sur le piston en fonction de **C<sub>m</sub>**.

1.4 Calculer la pression mesurée en fonction de **C<sub>m</sub>**.

1.5 Application numérique

Calculer la pression mesurée pour la valeur maximale de **C<sub>m</sub>**.

1.6 Vérifier la conformité de la pression trouvée avec les valeurs caractéristiques fournies en annexe.

**Nota** : on lèvera l'hypothèse simplificatrice dans la troisième partie où les efforts de 3 sur 4 seront abordés.

## 2 ETUDE DE LA TORSION

### Hypothèses :

On assimilera l'arbre intermédiaire à un arbre plein de section constante. Il sera réalisé en acier standard de caractéristiques :  $G = 80 \cdot 10^3$  MPa et  $E = 200 \cdot 10^3$  MPa

2.1 Calculer l'angle unitaire de torsion de l'arbre intermédiaire en fonction de **C<sub>m</sub>**.  
On prendra un diamètre d'arbre de 40 mm.

2.2 Application numérique

Calculer l'angle unitaire de torsion pour la valeur maximale de **C<sub>m</sub>**. Conclure sur la valeur obtenue du point de vue mesure.

## PARTIE 2 : ETUDE MECANIQUE DU COUPLE-METRE A TORSION (sur 7 points)

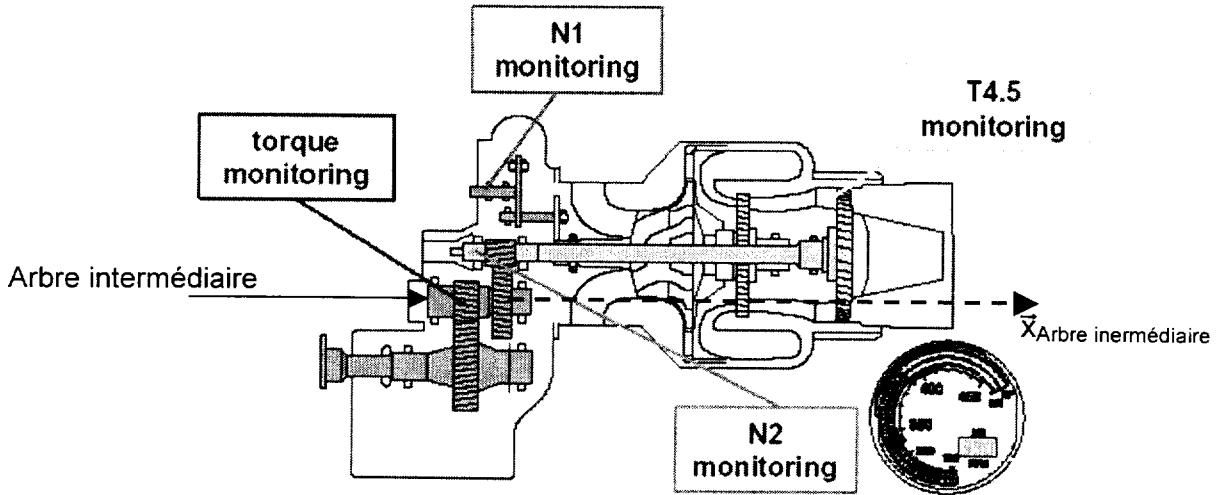


Figure 2.1 : représentation simplifiée des contrôles

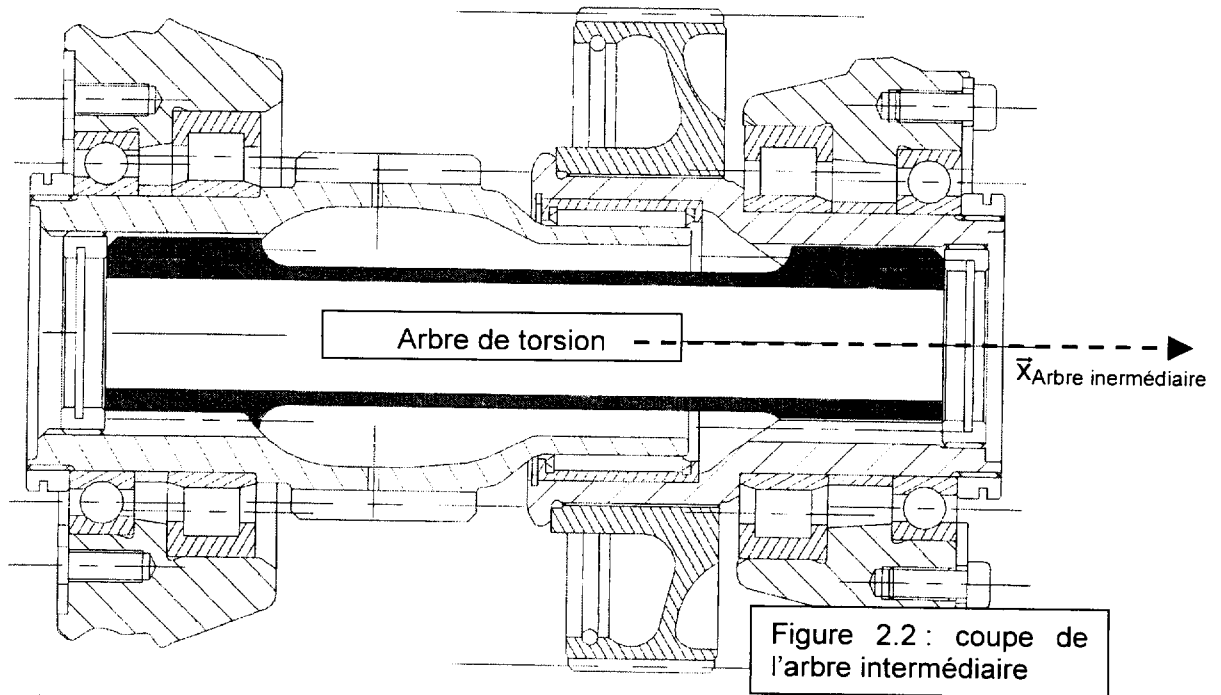


Figure 2.2 : coupe de l'arbre intermédiaire

### Thèmes clés :

Contraintes, module d'Young, matage, pression de contact.

### Résumé de l'étude :

Vérifier la torsion de l'arbre en fonction des matériaux imposés. Vérifier la résistance des cannelures.

### INTRODUCTION

L'amélioration du système passe par l'adaptation d'un couple-mètre à torsion. Ce mécanisme devant permettre une diminution des travaux de maintenance (plus de joint, plus d'hydraulique) et apporter une mesure plus fiable par maîtrise de la déformation de la barre de torsion.

## CAHIER DES CHARGES

- Couple maximal sur l'arbre de torsion = 272 Nm
- Déformation maximale de  $2,5^\circ$
- Encombrement :
  - Diamètre maximal de l'arbre = 30 mm
  - Longueur maximale de l'arbre < 150 mm

Le constructeur, après études préliminaires, a déterminé :

**diamètre extérieur  $D = 20$  mm et diamètre intérieur  $d = 15$  mm**

- Matériau : 32 CDV 13 (acier allié comprenant 0,32% de carbone, 3,25% de chrome ainsi que des traces de vanadium et molybdène)

On définit les trois zones suivantes :

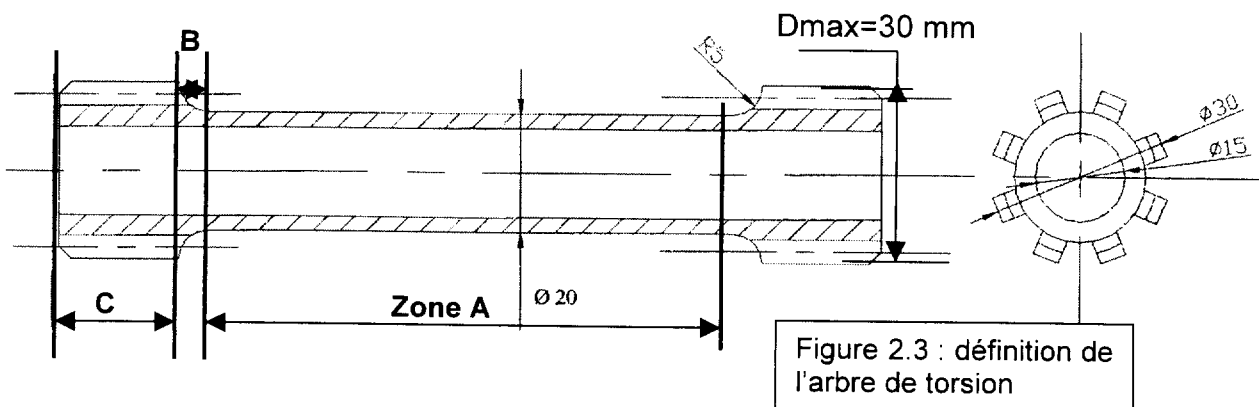


Figure 2.3 : définition de l'arbre de torsion

### 1 ETUDE DE LA ZONE A

#### Vérification de la résistance à la déformation pour la zone A (tube)

1.1 Calculer l'inertie quadratique de l'arbre en l'assimilant à un cylindre creux et en déduire la longueur de la **zone A** du tube telle que la déformation maximale soit de  $2,5^\circ$  pour un couple de **272 N.m**

1.2 Calculer la contrainte maximale.

1.3 Vérifier que l'arbre résiste (voir tableau des matériaux en annexe).

Remarque :  $R_{pg} = k \times R_e$  avec  $k$  : coefficient fonction du matériau.

Afin d'optimiser les dimensions de l'arbre, on pose :  **$D = 1.2 \times d$**

1.4 En déduire, en fonction de la limite élastique admissible, les diamètres minimaux  $D_{\text{mini}}$  et  $d_{\text{mini}}$ .

1.5 Donner le rapport entre le  $D_{\text{maxi}}$  calculé par le constructeur dans la zone A, spécifié sur le dessin et  $D_{\text{mini}}$  calculé.

Conclure sur le rapport.

#### Etude de l'implantation de jauges de contraintes pour mesurer la torsion

Calcul de l'allongement de la fibre extérieure.

1.6 Calculer le % d'allongement maximal de la fibre extérieure de l'arbre de torsion dans la zone A. (On considérera un tube de longueur 150 mm et diamètre extérieur 20 mm)

On monte la jauge de déformation comme définie sur la figure suivante :

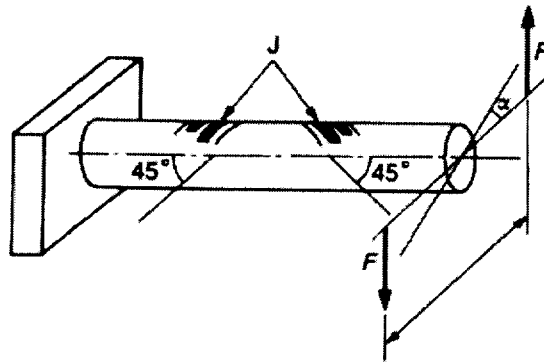


Figure 2.4 : position des jauges pour un arbre en torsion

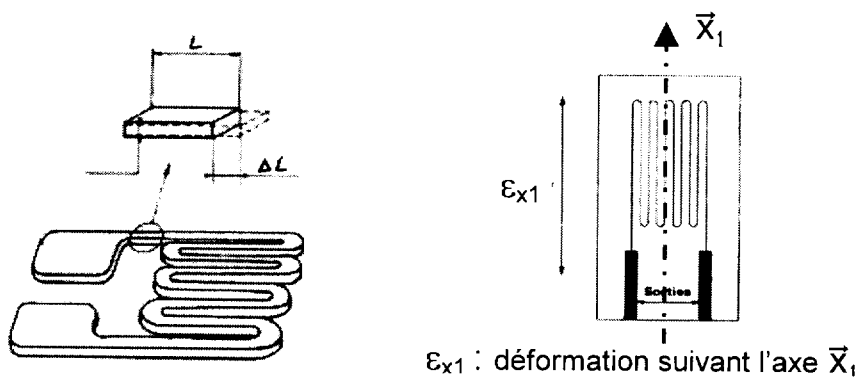


Figure 2.5 : Détail d'une jauge

Deux jauges sont utilisées ; l'une dite active, l'autre de compensation pour la mesure. Elles ne sont pas montées suivant l'axe principal de déformation (sauf dans le cas de la traction simple). On s'intéresse ici uniquement à la jauge active.

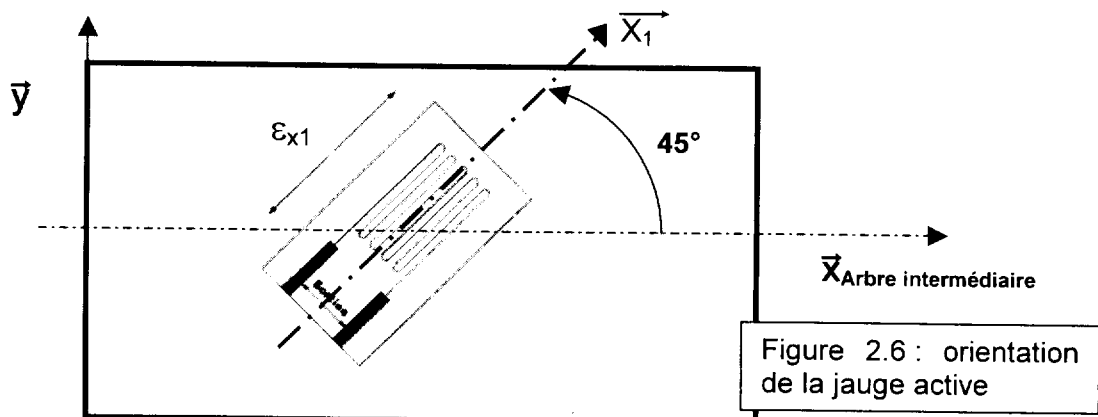


Figure 2.6 : orientation de la jauge active

1.7 Exprimer la variation de l'allongement  $\epsilon_{x1}$  de la jauge en projection sur  $\bar{x}_{\text{Arbre intermédiaire}}$  et  $\bar{y}$ .

On suppose que la variation d'allongement de la fibre extérieure du tube de torsion est portée par l'axe  $\bar{x}_{\text{Arbre intermédiaire}}$ .

## 2 ETUDE DE LA ZONE B

Vérification de la résistance de l'arbre en torsion au niveau du **congé de raccordement**

2.1 Déterminer (*impérativement*) à l'aide des abaques donnés en annexe le coefficient de concentration de contrainte.

2.2 Calculer la contrainte maximale dans la zone du congé.

2.3 Conclure sur la résistance de l'arbre au niveau du congé.

## 3 ETUDE DE LA ZONE C

Vérification de la résistance des **cannelures**

**On dimensionne la cannelure selon une étude de cisaillement.**

**Hypothèses :**

On se place dans le cas le plus défavorable : **une seule cannelure supporte la charge.**

Largeur de denture = 4 mm

Hauteur de denture = 3,5 mm

Longueur de denture = 20 mm

Diamètre au pied de la denture = 22 mm

3.1 Calculer la dimension de la surface soumise à l'effort de cisaillement.

3.2 Calculer l'effort de cisaillement maximal.

3.3 En déduire la contrainte de cisaillement.

3.4 Conclure sur la résistance de l'arbre au niveau des cannelures ?

**On dimensionne la cannelure selon une étude de pression de contact ou matage.**

3.5 Calculer la surface soumise au matage.

3.6 Calculer l'effort maximal appliqué sur la cannelure.

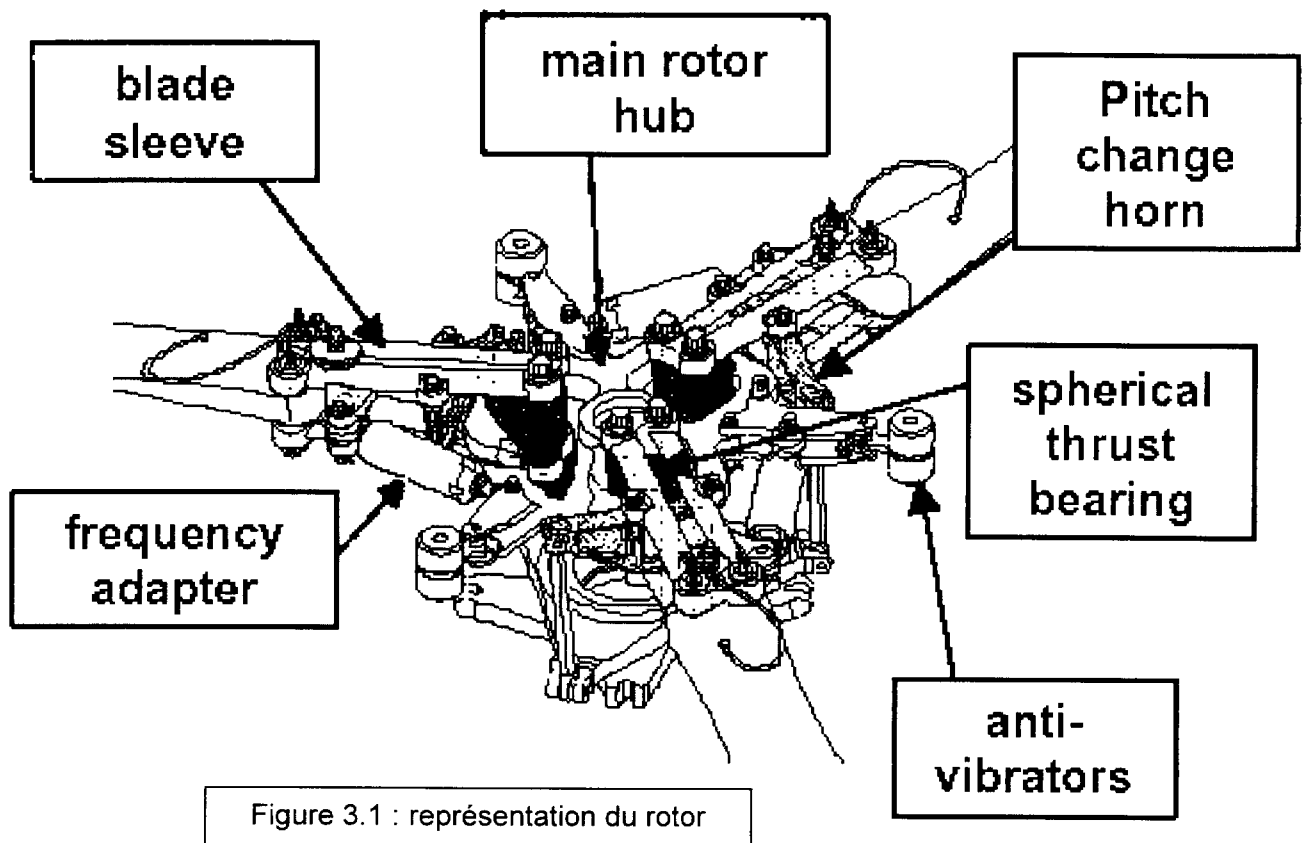
3.7 En déduire la pression de matage.

2.8 Conclure sur la résistance de l'arbre au niveau des cannelures ?  
(Voir tableau des pressions de matage en annexe)

2.9 Spécifier le traitement des matériaux possibles ou les critères d'usinage des cannelures afin de mieux résister à la contrainte de matage.



## PARTIE 3 : ETUDE MECANIQUE DE LA CHAINE DE PUISSANCE (sur 7 points)

**Thèmes clés :**

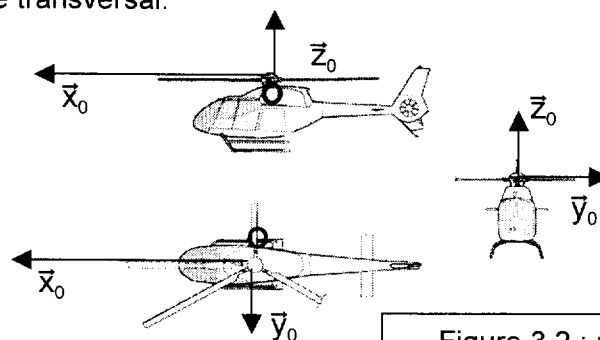
Cinématique, dynamique,  $C_x$ ,  $C_z$  et inertie.

**Résumé de l'étude :**

En vol stationnaire, déterminer en fonction des caractéristiques aérodynamiques des pales le couple moteur à fournir. Etudier la variation du couple en fonction des coefficients de traînée et portance.

Le fuselage de l'hélicoptère est repéré par 0 et on lui associe le repère  $R_0 (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  défini de la manière suivante (figure 1) :

- $(O, \vec{z}_0)$  correspond à l'axe de rotation du rotor principal ;
- $(O, \vec{x}_0)$  définit l'axe longitudinal de l'appareil et est orienté de l'arrière vers l'avant ;
- $(O, \vec{y}_0)$  définit l'axe transversal.



## Structure du rotor principal

Ce rotor est constitué par (voir figure en annexe) :

- un moyeu central (1), en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{Z}_0)$  avec le fuselage (0). Ce moyeu est entraîné en rotation par la turbine.
- trois pales (3), (4) et (5) considérées comme indéformables ;
- trois pieds de pales identiques considérés comme indéformables, reliant les pales au moyeu.

### Paramétrage

Au moyeu (1) est associé le repère  $R_1 (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1 = \vec{z}_0)$

Au pied de pale (2) est associé le repère  $R_2 (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$

A la pale (3) est associé le repère  $R_3 (A, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$

L'angle de rotation du moyeu :  $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$

Le pied de pale (2) est en liaison pivot d'axe  $(A, \vec{y}_2)$  avec le moyeu (1). L'angle  $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$  est appelé angle de battement.

La liaison de la pale (3) avec (2) est une pivot d'axe  $(A, \vec{x}_2)$ . L'angle  $\alpha = (\vec{y}_2, \vec{y}_3)$  est appelé angle de pas de la pale (3).

Le point A est tel que :  $\vec{OA} = R \vec{x}_1$ .

Les deux autres pales sont reliées de manière identique au moyeu en B et C.

***Il est vivement conseillé d'utiliser les figures planes associées données en annexe.***

## 1 ETUDE CINEMATIQUE D'UNE PALE

### Hypothèses :

Dans cette étude sont supposés rester constants :

- l'angle de pas  $\alpha$  ;
- la vitesse angulaire de rotation  $\omega$  du rotor ;
- l'angle de battement  $\beta = \beta_0$  .
- la longueur L

G est le centre de gravité de la pale 3 tel que  $\vec{AG} = L \vec{x}_2$ .

1.1 Donner l'expression de  $\vec{OG}$  exprimé dans la base du repère  $R_1$ .

1.2 Donner l'expression de  $\vec{V}_{G,3/0}$  en fonction de  $\omega$ ,  $\beta_0$ , R et L. Ce résultat sera exprimé dans la base du repère  $R_1$ .

1.3 Donner l'expression de l'accélération de G dans son mouvement par rapport à 0 :  $\vec{a}_{G,3/0}$ , en fonction de  $\omega$ ,  $\beta_0$ , R et L. Ce résultat sera exprimé dans la base du repère  $R_1$ .

## 2 ETUDE EN VOL STATIONNAIRE

### Hypothèses :

Le vol stationnaire correspond à la situation où l'hélicoptère reste en l'air, à la verticale d'un point et à altitude constante. L'axe  $(O, \vec{z}_1)$  est alors vertical.

Dans cette étude sont supposés :

- le repère  $R_0$  est supposé galiléen,
- toutes les pales ont même angle de pas  $\alpha$  qui reste constant,
- $\omega$  reste constant,
- l'angle de battement  $\beta = \beta_0$  est constant et identique pour toutes les pales,
- on note  $g$  l'accélération de la pesanteur.

### Etude des effets aérodynamiques sur une pale

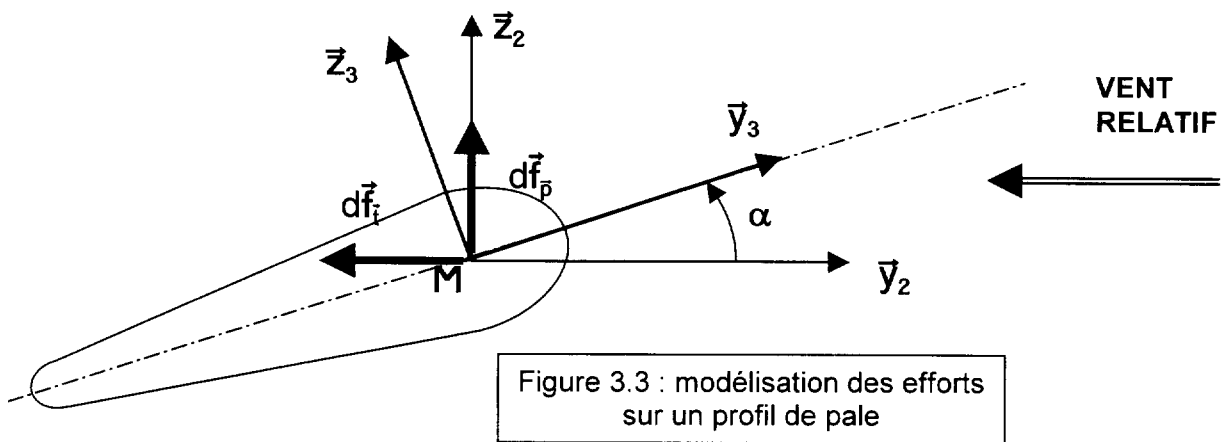


Figure 3.3 : modélisation des efforts sur un profil de pale

On donne à titre indicatif l'origine des efforts sur une pale.

$df_p$  est appelée la composante de portance du profil et  $df_t$  est appelée la composante de traînée.

### Expressions des deux composantes aérodynamiques

On suppose que le profil de pale est identique en tout point. Le profil de la pale est assimilable à un profil d'aile. Dans ce cas, les efforts aérodynamiques sur la pale sont données par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} df_p &= k \cdot C_z \cdot V^2 \cdot dX \cdot \vec{z}_2 \\ df_t &= -k \cdot C_x \cdot V^2 \cdot dX \cdot \vec{y}_2 \end{aligned}$$

Où

$$V = \|\vec{v}_{M,3/0}\|$$

$k$  : coefficient numérique dépendant de la masse volumique de l'air et de la forme du profil, supposé indépendant de  $V$  dans cette étude.

$C_z$  : coefficient de portance variant en fonction de l'angle de pas.

$C_x$  : coefficient de traînée variant en fonction de l'angle de pas.

$M$  : centre de poussée.

$$\text{On montre que } F_p = \int_0^{2L} k C_z V^2 dX \text{ et } F_t = \int_0^{2L} k C_x V^2 dX$$

$F_p$  et  $F_t$  peuvent s'écrire :  $F_p = \lambda.Cz$  et  $F_t = -\lambda.Cx$  avec  $\lambda = k\omega^2 \frac{(R+2L.\cos\beta_0)^3 - R^3}{3.\cos\beta_0}$

### Etude de l'ensemble des trois pales

On supposera pour la suite de l'exercice que  $\lambda = 320 \text{ k } \omega^2$  (la valeur de  $k$  est définie ultérieurement)

On supposera, par simplification, que le centre de poussée sur chaque pale est confondu avec son centre de gravité.

On remarquera que le système étudié (le rotor) est symétrique autour de l'axe  $\vec{z}_0$  et par conséquent, les repères des pales (4) et (5) se déduisent du repère de la pale (2) par une rotation de  $120^\circ$ .

Les écritures des forces et moments se simplifient et, dans ce cas, le torseur des actions aérodynamiques sur le rotor exprimé au point O, dans le repère R0, s'écrit :

$${}_0 \begin{bmatrix} \vec{F}_{aero} \\ \vec{M}_{Faero/1+2} \end{bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)} = \begin{bmatrix} \vec{F}_{aero} = 3F_p \cdot \cos\beta_0 \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{M}_{Faero/1+2} = 3F_t (R + L \cos\beta_0) \vec{z}_0 \end{bmatrix}$$

**Remarque :** il est intéressant de noter que la variation d'angle entre chaque pale (fluctuation élastique des attaches) modifie le torseur et donc l'équilibre du système.

$C_1$  désigne le moment du couple appliqué par la turbine au moyeu (1). Les effets de pesanteur sur les éléments de l'ensemble S (rotor) étant négligés devant les autres actions mécaniques, on veut exprimer  $C_1$ .

On appliquera alors le théorème du moment dynamique à un système en rotation à vitesse constante autour d'un axe fixe. Dans ce cas particulier  $\vec{\delta}_{O, \vec{F}_{aero}/S} = \sum \vec{M}_{O, \vec{F}_{aero}/S}$  et le moment dynamique  $\vec{\delta}_{O, \vec{F}_{aero}/S} = \vec{0}$

2.1 Faire le bilan des moments appliqués au système.

2.2 Donner l'expression de  $\sum \vec{M}_{O, \vec{F}_{exterieures}/S} = \vec{0}$  et projeter l'équation vectorielle obtenue sur l'axe  $\vec{z}_0$  (le couple  $C_1$  est porté par  $\vec{z}_0$ )

2.3 En déduire l'expression littérale de  $C_1$ .

2.4 En utilisant les courbes de Cx et Cz données en annexe, donner les valeurs de Cx et Cz pour  $\beta_0 = 10^\circ$ .

2.5 Calculer  $C_1$  pour  $L = 5\text{m}$ ,  $\beta_0 = 10^\circ$ ,  $\omega = 62.8 \text{ rad/s}$ ,  $k = 1,6$  et  $R = 0$ .

2.6 Connaissant la puissance maximale en fonctionnement continu de la turbine, en supposant que le rendement global des systèmes de transformation de mouvement est de 1, conclure sur la valeur de couple calculée.