E4 : ANALYSE ET CALCUL DES STRUCTURES

Durée : 8 heures **Coefficient : 6**

Sous-épreuve : MECANIQUE

(unité U41)

Durée : 4 heures **Coefficient : 3**

Le dossier technique d'étude est commun aux épreuves E4 et E5.

AUCUN DOCUMENT AUTORISÉ

CALCULATRICE AUTORISÉE

CONTENU DU DOSSIER :

- Sujet : 6 pages
- Annexe : Tableau des intégrales de MOHR 1 page

BAREME :

- PARTIE 1 : 7 points
- PARTIE 2 : 6 points
- PARTIE 3 : 7 points

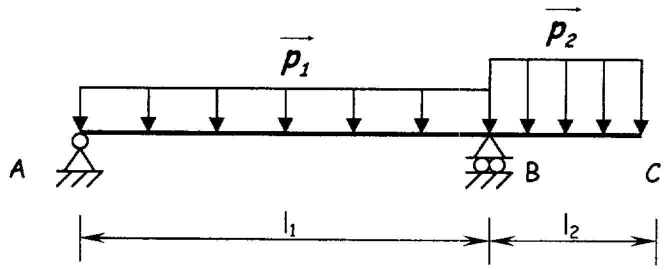
TOUTES LES PARTIES PEUVENT ÊTRE TRAITÉES SÉPARÉMENT

Hypothèses :

Les déplacements sont infiniment petits et n'influent pas sur la distribution des efforts.
Les matériaux ont un comportement élastique linéaire.
Le poids propre est négligé devant les charges appliquées.
Les matériaux ont un module de Young E=210000MPa.

PARTIE 1 : Potelet sur pignon

On étudie dans cette partie un potelet de pignon constitué d'un IPE 160 (module élastique par rapport à l'axe fort $W_{el,y}$=108,66cm^3 et moment quadratique par rapport à l'axe fort Iyy=869,29cm^4), défini sur la figure ci-dessous.



1.1) Déterminez le degré d'hyperstaticité de la structure.

1.2) Montrez que les inconnues de liaisons en A et B ont pour expressions

$$R_A = \frac{p_1 l_1}{2} - \frac{p_2 l_2^2}{2 l_1}$$

$$R_B = \frac{p_1 l_1}{2} + p_2 l_2 \left(1 + \frac{l_2}{2 l_1} \right)$$

1.3) Pour les valeurs de l_1, l_2, p_1 et p_2, définies ci-après, calculez R_A et R_B.

l_1 = 7,70m
l_2 = 1,30m
p_1 = 240 daN/ml (charge pondérée)
p_2 = 285 daN/ml (charge pondérée)

1.4) Pour les valeurs précédentes, tracez les diagrammes V_y et M_z en précisant les valeurs particulières.

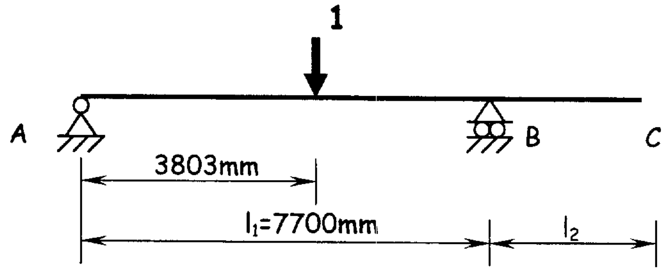
1.5) Déterminez la contrainte normale de flexion maximale pour **x = 3720mm**.

1.6) En appliquant le principe de la charge unité, calculez la flèche maximale. Vous vous aiderez du système (S*) ci-après.
On vous donne les charges non pondérées :

p_1 = 160 daN/ml (charge non pondérée)
p_2 = 190 daN/ml (charge non pondérée)

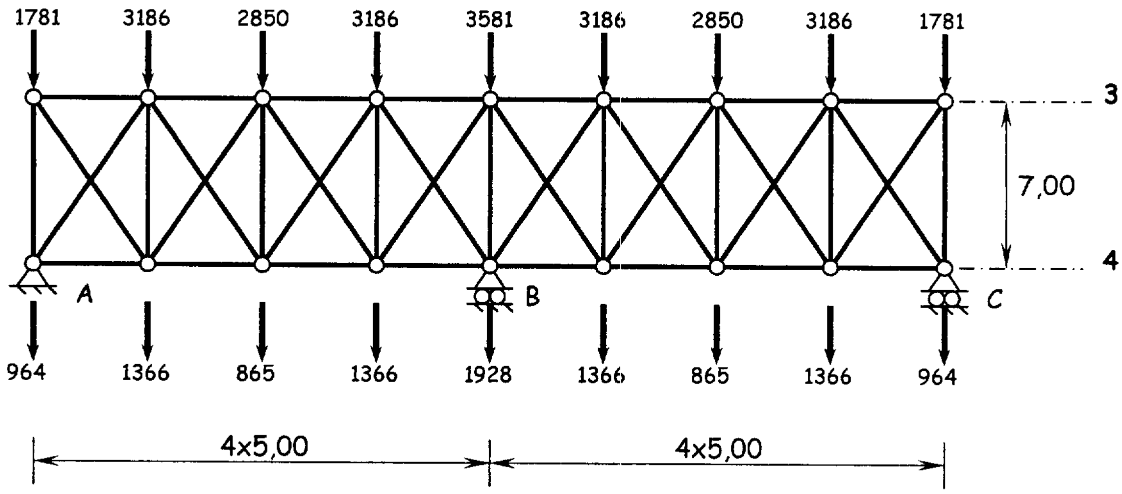
Vérifiez que la flèche est bien inférieure au $200^{\text{ième}}$ de la portée.

(S*)



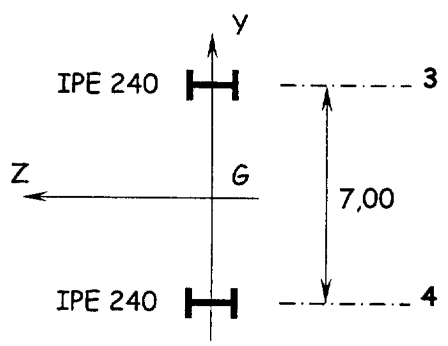
PARTIE 2 : Poutre au vent

On étudie dans cette partie la poutre au vent située sur les axes 3 et4.
Les membrures supérieures et inférieures sont réalisées en IPE 240, les pannes sont des IPN 120 et les diagonales sont des tubes 50x50x5.
La modélisation est donnée ci-dessous. Les efforts sont donnés en daN.

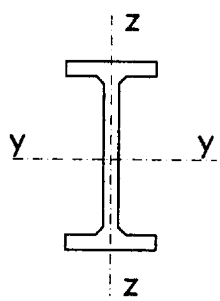


2.1) Déterminez le degré d'hyperstaticité de la structure.

2.2) Calculez le moment quadratique I_{GZ} de la poutre au vent. Pour cela, on vous donne la section de la poutre au vent représentée ci-dessous.



Caractéristiques d'un IPE 240

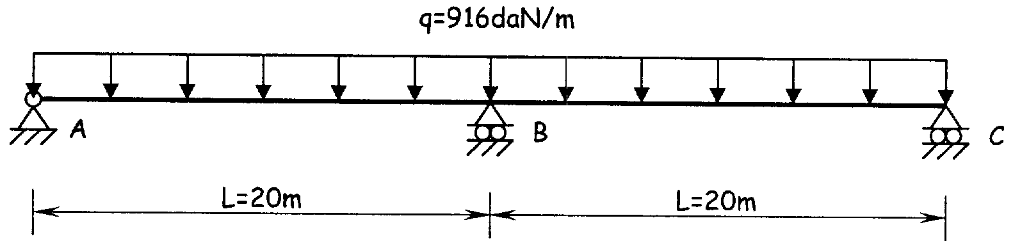


$I_{yy} = 3891{,}6cm^4$

$I_{zz} = 283{,}6cm^4$

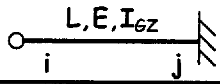
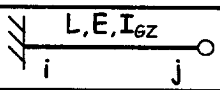
$A = 39{,}1cm^2$

2.3) Le chargement de la poutre au vent peut être ramené à une charge uniformément répartie de 916 daN/ml.
On modélise la poutre par la structure suivante.

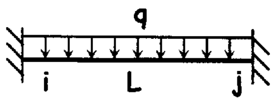
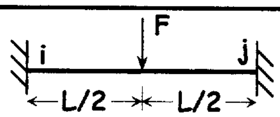
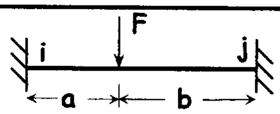
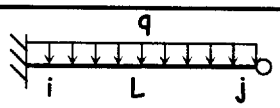
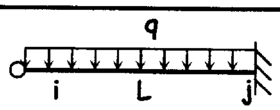


Avec la méthode des rotations, justifier la valeur $\omega_B = 0$ et déterminer la valeur du moment fléchissant en B.

Equations intrinsèques

$M_{ij} = m_{ij}° + (4EI_{GZ}/L).\omega_i + (2EI_{GZ}/L).\omega_j$ $M_{ji} = m_{ji}° + (2EI_{GZ}/L).\omega_i + (4EI_{GZ}/L).\omega_j$	
$M_{ij} = 0$ $M_{ji} = m_{ji}° + (3EI_{GZ}/L).\omega_j$	
$M_{ij} = m_{ij}° + (3EI_{GZ}/L).\omega_i$ $M_{ji} =$	

Formulaire

	$m_{ij}° = qL^2/12$	$m_{ji}° = -qL^2/12$
	$m_{ij}° = FL/8$	$m_{ji}° = -FL/8$
	$m_{ij}° = Fab^2/L$	$m_{ji}° = -Fba^2/L$
	$m_{ij}° = qL^2/8$	$m_{ji}° = 0$
	$m_{ij}° = 0$	$m_{ji}° = -qL^2/8$

Avec :

Mij : moment du nœud i sur la barre (ij)
Mji : moments du nœud j sur la barre (ij)
$m_{ij}°$, $m_{ji}°$: moments des nœuds i et j sur la barre (ij) chargée et isolée.
ωi :rotation d'extrémité de la barre en i
ωj :rotation d'extrémité de la barre en j

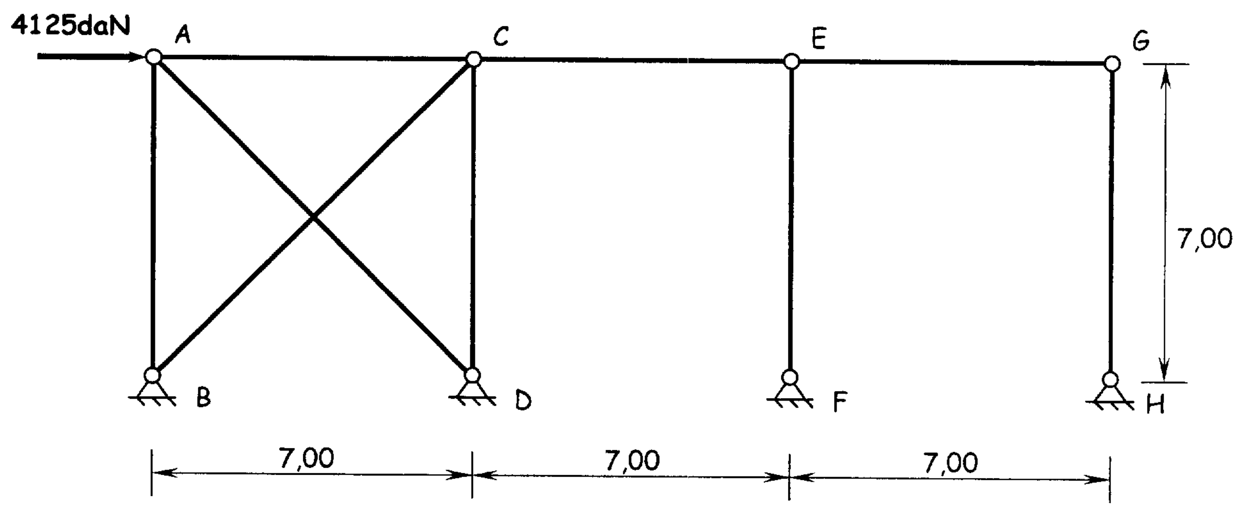
2.4) Rechercher les valeurs des réactions aux appuis.

2.5) Calculez la flèche de la poutre au vent pour x=L/2, pour la charge uniformément répartie q = 916daN/m2, sachant que la flèche à pour expression :

$$y(\frac{L}{2}) = -\frac{qL^4}{192EI_{GZ}}$$

PARTIE 3 : Stabilité de long pan

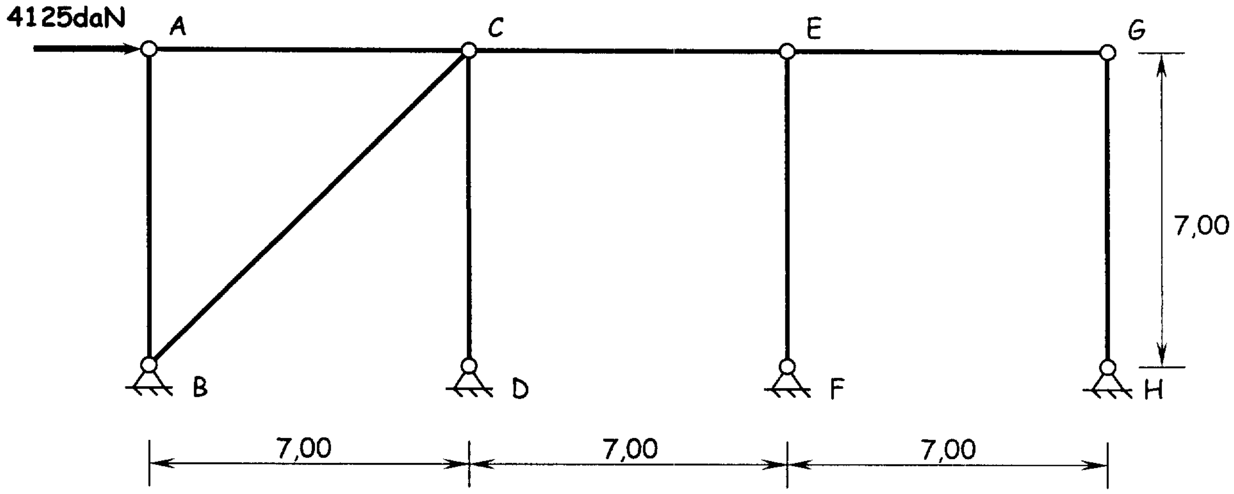
On étudie dans cette partie la stabilité du long pan sur la file I.
Les poteaux (AB, CD, EF et GH) sont constitués de IPE 270 de section 45,9cm^2, les butons (AC, CE et EG) sont constitués de IPN 120 de section 14,2cm^2, et la croix de Saint-André (AD et BD) est composée de cornière 50x50x5 de section 4,8cm^2.



3.1) Déterminez le degré d'hyperstaticité de la structure.

3.2) En appliquant la méthode des forces, déterminez les sollicitations dans toutes les barres de la structure.

3.3) La barre AD étant soumise à de la compression est instable, on décide de ne pas en tenir compte dans le calcul des sollicitations de la structure. Déterminez par la méthode de votre choix, les sollicitations dans toutes les barres. Tracez alors le diagramme de N(x) dans la nouvelle structure définie ci-dessous.



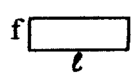
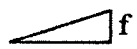
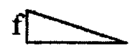
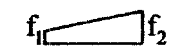
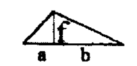
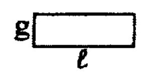
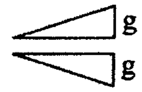
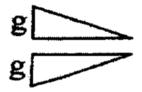
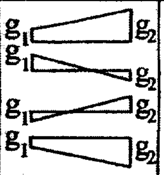
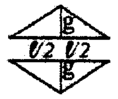
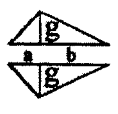
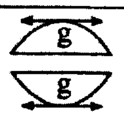
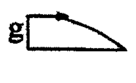
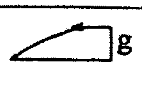
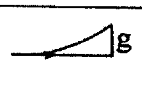
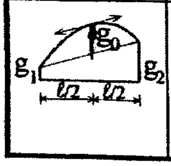
3.4) Calculer la composante horizontale du déplacement de A par le théorème de la charge unité.

ANNEXE

Intégrales de MOHR : $\frac{1}{\ell}\int_0^{\ell} f(x)g(x)dx$

à multiplier par $\frac{\ell}{EI}$ pour M_f, $\frac{\ell}{EA}$ pour N, $\frac{\ell}{GA_r}$ pour V ou $\frac{\ell}{GJ}$ pour M_t

avec : ℓ = longueur du tronçon d'intégration
$\alpha = a/\ell$ et $\beta = b/\ell$

g(x) \ f(x)						
	fg	$\frac{1}{2}fg$	$\frac{1}{2}fg$	$\frac{1}{2}(f_1+f_2)g$	$\frac{1}{2}fg$	$\frac{1}{2}fg$
	$\frac{1}{2}fg$	$\frac{1}{3}fg$	$\frac{1}{6}fg$	$\frac{1}{6}(f_1+2f_2)g$	$\frac{1}{4}fg$	$\frac{1}{6}fg(1+\alpha)$
	$\frac{1}{2}fg$	$\frac{1}{6}fg$	$\frac{1}{3}fg$	$\frac{1}{6}(2f_1+f_2)g$	$\frac{1}{4}fg$	$\frac{1}{6}fg(1+\beta)$
	$\frac{1}{2}f(g_1+g_2)$	$\frac{1}{6}f(g_1+2g_2)$	$\frac{1}{6}f(2g_1+g_2)$	$\frac{1}{6}(2f_1g_1+2f_2g_2+f_1g_2+f_2g_1)$	$\frac{1}{4}f(g_1+g_2)$	$\frac{1}{6}f[g_1(1+\beta)+g_2(1+\alpha)]$
	$\frac{1}{2}fg$	$\frac{1}{4}fg$	$\frac{1}{4}fg$	$\frac{1}{4}(f_1+f_2)g$	$\frac{1}{3}fg$	$\frac{1}{12}fg(3-4\alpha^2)/\beta$
	$\frac{1}{2}fg$	$\frac{1}{6}fg(1+\alpha)$	$\frac{1}{6}fg(1+\beta)$	$\frac{1}{6}[f_1(1+\beta)+f_2(1+\alpha)]g$	$\frac{1}{12}fg(3-4\alpha^2)/\beta$	$\frac{1}{3}fg$
	$\frac{2}{3}fg$	$\frac{1}{3}fg$	$\frac{1}{3}fg$	$\frac{1}{3}(f_1+f_2)g$	$\frac{5}{12}fg$	$\frac{1}{3}fg(1+\alpha\beta)$
	$\frac{2}{3}fg$	$\frac{1}{4}fg$	$\frac{5}{12}fg$	$\frac{1}{12}(5f_1+3f_2)g$	$\frac{17}{48}fg$	$\frac{1}{12}fg(5-\alpha-\alpha^2)$
	$\frac{2}{3}fg$	$\frac{5}{12}fg$	$\frac{1}{4}fg$	$\frac{1}{12}(3f_1+5f_2)g$	$\frac{17}{48}fg$	$\frac{1}{12}fg(5-\beta-\beta^2)$
	$\frac{1}{3}fg$	$\frac{1}{12}fg$	$\frac{1}{4}fg$	$\frac{1}{12}(3f_1+f_2)g$	$\frac{7}{48}fg$	$\frac{1}{12}fg(1+\beta+\beta^2)$
	$\frac{1}{3}fg$	$\frac{1}{4}fg$	$\frac{5}{12}fg$	$\frac{1}{12}(f_1+3f_2)g$	$\frac{7}{48}fg$	$\frac{1}{12}fg(1+\alpha+\alpha^2)$
	$\frac{1}{6}f(3g_1+3g_2+4g_0)$	$\frac{1}{6}f(g_1+2g_2+2g_0)$	$\frac{1}{6}f(2g_1+g_2+2g_0)$	$\frac{f_1}{6}(2g_1+g_2+2g_0)+\frac{f_2}{6}(g_1+2g_2+2g_0)$	$\frac{1}{4}f(g_1+g_2+\frac{5}{3}g_0)$	$\frac{1}{6}f[g_1(1+\beta)+g_2(1+\alpha)+2g_0(1+\alpha\beta)]$

Nota : f, f_1, f_2, g, g_0, g_1 et g_2 sont à prendre en valeur algébrique.