



SERVICES CULTURE ÉDITIONS
RESSOURCES POUR
L'ÉDUCATION NATIONALE

**Ce document a été numérisé par le CRDP de Bordeaux pour la
Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel**

Campagne 2009

Ce fichier numérique ne peut être reproduit, représenté, adapté ou traduit sans autorisation.

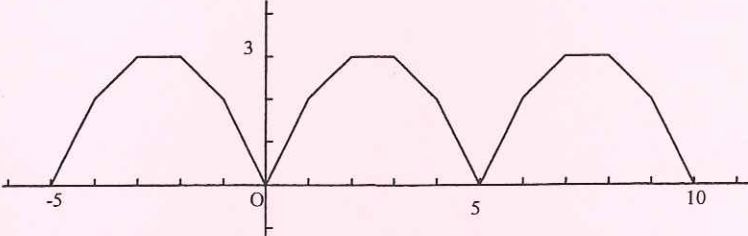
CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

Exercice 1

N° de la question	Éléments de réponse	Points																																				
1. a)	$E(p) = \frac{1}{p} \text{ donc } S(p) = \frac{1}{p(1+2p)}.$	1,5																																				
1. b)	<p>On peut procéder par identification :</p> $\frac{\alpha}{p} + \frac{\beta}{p + \frac{1}{2}} = \frac{\alpha p + \beta p + \frac{\alpha}{2}}{p\left(p + \frac{1}{2}\right)} = \frac{p(2\alpha + 2\beta) + \alpha}{p(2p + 1)}.$ <p>On en déduit que $\alpha = 1$ et $\beta = -1$.</p>	2																																				
1. c)	<p>Par lecture inverse de la table des transformées de Laplace, on déduit de ce qui précède que :</p> $s(t) = U(t) - U(t)e^{-\frac{t}{2}}.$ <p>On acceptera un résultat cohérent avec les valeurs de α et de β obtenues par le candidat à la question précédente.</p>	2																																				
2. a)	$F(z) = H\left(\frac{10z-10}{z+1}\right) = \frac{1}{1 + \frac{20z-20}{z+1}} = \frac{z+1}{21z-19}.$	1																																				
2. b)	<p>Pour tout entier naturel n, on a $x(n) = U(0,2n) = 1$.</p> <p>La suite x est la suite échelon unité et, par conséquent, $X(z) = \frac{z}{z-1}$.</p>	0,5 0,5																																				
2. c)	<p>En calculant $Y(z)$, on obtient $Y(z) = H(z) \times X(z) = \frac{z^2 + z}{(21z-19)(z-1)}$.</p> <p>Or $\frac{z}{z-1} - \frac{20}{21} \frac{z}{z-\frac{19}{21}} = \frac{z^2 + z}{(z-1)(21z-19)}$ et l'égalité proposée est vérifiée.</p> <p>On en déduit, par lecture inverse de la table des transformées en Z, que, pour tout entier naturel n :</p> $y(n) = 1 - \frac{20}{21} \left(\frac{19}{21}\right)^n.$	1 1,5																																				
3.	<table border="1" data-bbox="284 1482 1203 1832"> <thead> <tr> <th>n</th> <th>$y(n)$</th> <th>$t = 0,2n$</th> <th>$s(t)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0,048</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0,138</td><td>0,2</td><td>0,095</td></tr> <tr><td>5</td><td>0,423</td><td>1</td><td>0,393</td></tr> <tr><td>10</td><td>0,650</td><td>2</td><td>0,632</td></tr> <tr><td>15</td><td>0,788</td><td>3</td><td>0,777</td></tr> <tr><td>20</td><td>0,871</td><td>4</td><td>0,865</td></tr> <tr><td>25</td><td>0,922</td><td>5</td><td>0,918</td></tr> <tr><td>50</td><td>0,994</td><td>10</td><td>0,993</td></tr> </tbody> </table> <p>On notera la question en cohérence avec les résultats obtenus par le candidat.</p>	n	$y(n)$	$t = 0,2n$	$s(t)$	0	0,048	0	0	1	0,138	0,2	0,095	5	0,423	1	0,393	10	0,650	2	0,632	15	0,788	3	0,777	20	0,871	4	0,865	25	0,922	5	0,918	50	0,994	10	0,993	1
n	$y(n)$	$t = 0,2n$	$s(t)$																																			
0	0,048	0	0																																			
1	0,138	0,2	0,095																																			
5	0,423	1	0,393																																			
10	0,650	2	0,632																																			
15	0,788	3	0,777																																			
20	0,871	4	0,865																																			
25	0,922	5	0,918																																			
50	0,994	10	0,993																																			
TOTAL		11																																				

Exercice 2

N° de la question	Éléments de réponse	Points
A. 1.	$f(t) = \begin{cases} 2t & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ t+1 & \text{si } 1 \leq t < 2 \\ 3 & \text{si } 2 \leq t < \frac{5}{2} \end{cases}$	1,5
A. 2.	 <p>0,5 sur l'intervalle $\left[0; \frac{5}{2}\right]$, 0,5 pour la parité, 0,5 pour la périodicité</p>	1,5
B. 1.	$a_0 = \frac{1}{5} \int_{-\frac{5}{2}}^{\frac{5}{2}} f(t) dt = \frac{2}{5} \int_0^{\frac{5}{2}} f(t) dt = \frac{2}{5} \left(\left[E \frac{t^2}{2} \right]_0^1 + \left[(3-E) \frac{t^2}{2} + (2E-3)t \right]_1^2 + \left[3t \right]_2^{\frac{5}{2}} \right)$ $a_0 = \frac{2}{5}(E+3)$ <p>0,5 point pour poser le calcul 1 point pour l'obtention des intégrales par le calcul ou par des considérations graphiques 0,5 point pour réduire</p> <p style="text-align: center;"><i>On acceptera un calcul direct d'aires.</i></p>	2
B. 2.	Les b_n sont tous nuls car la fonction f est paire.	0,5
B. 3. a)	$\int_0^1 t \cos\left(\frac{2n\pi}{5}t\right) dt = \frac{5}{2n\pi} \sin\left(\frac{2n\pi}{5}\right) + \frac{25}{4n^2\pi^2} \left(\cos\left(\frac{2n\pi}{5}\right) - 1 \right)$ <p>0,5 point pour la méthode: amorcer l'intégration par parties</p> <p>1 point pour $\frac{5}{2n\pi} \left[t \sin\left(\frac{2n\pi}{5}t\right) \right]_0^1 - \frac{5}{2n\pi} \int_0^1 \sin\left(\frac{2n\pi}{5}t\right) dt$</p> <p><i>On ne s'attachera pas au calcul final, le résultat est donné dans l'énoncé.</i></p>	1,5
B. 3. b)	Dédution de a_n	0,5
B. 4. a)	$a_5 = \frac{5}{25\pi^2} [(2E-3)\cos(2\pi) + (3-E)\cos(4\pi) - E] = 0$	0,5
B. 4. b)	$\frac{5}{9\pi^2} \left[(2E-3)\cos\left(\frac{6\pi}{5}\right) + (3-E)\cos\left(\frac{12\pi}{5}\right) - E \right] = 0$ $E_0 = \frac{3\cos\left(\frac{6\pi}{5}\right) - 3\cos\left(\frac{12\pi}{5}\right)}{2\cos\left(\frac{6\pi}{5}\right) - \cos\left(\frac{12\pi}{5}\right) - 1}$ <p>$E_0 \approx 1,15$ à 10^{-2} près</p>	0,5
	TOTAL	9