SESSION 2008

Baccalauréats Professionnels
ÉTUDE ET DÉFINITION
DE PRODUITS INDUSTRIELS

Épreuve E1 - Scientifique et Technique

Sous-Épreuve U12 - Mathématiques et Sciences physiques

Durée : 2 Heures **Coefficient : 2**

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Les documents à rendre seront agrafés à la copie sans indication d'identité du candidat.

Les exercices de Mathématiques et de Sciences physiques ne seront pas rédigés sur des copies séparées.

Le sujet comporte 7 pages dont :
- 1 page de garde
- 1 page annexe **à rendre avec la copie**
- 1 formulaire

Barème :

Mathématiques : (15 points)

Exercice 1 : 12 points

Exercice 2 : 3 points

Sciences Physiques : (5 points)

Exercice 1 : 2,5 points

Exercice 2 : 2,5 points

MATHÉMATIQUES – 15 points

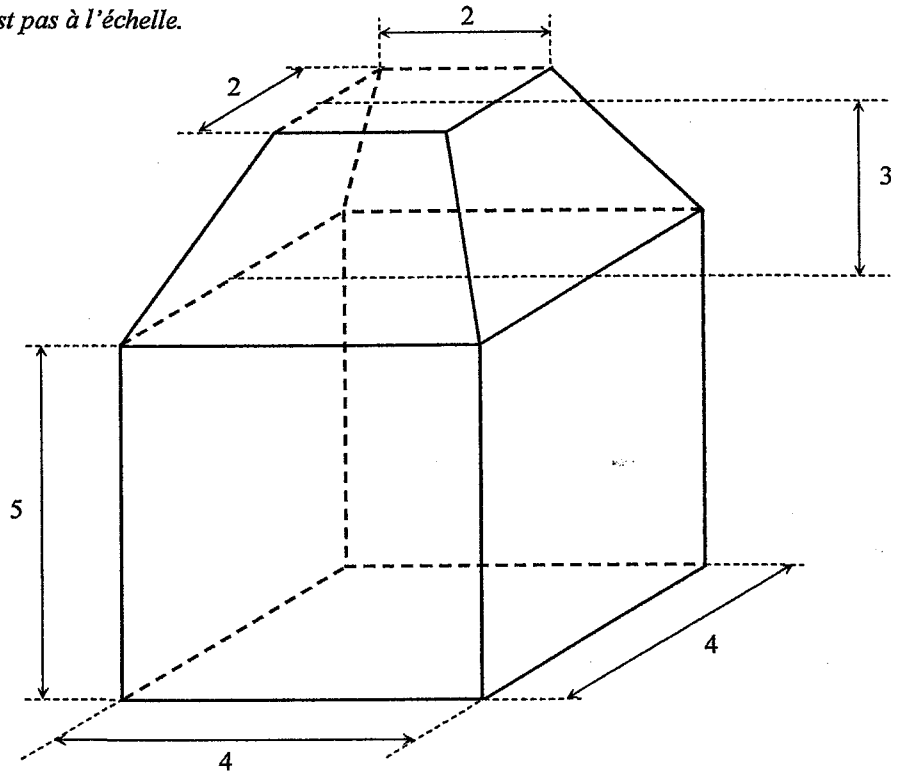
EXERCICE 1 : (12 points)

Les parties A, B et C peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A : (2,5 points) *Calcul du volume d'un silo à grains*

Un silo à grain est constitué d'un parallélépipède rectangle à base carrée surmonté d'un tronc de pyramide. Dans le schéma ci-dessous de ce silo, les cotes sont en mètre.

Le schéma n'est pas à l'échelle.



1. Calculer, en m^3, le volume V_1 du parallélépipède formant la base du silo.

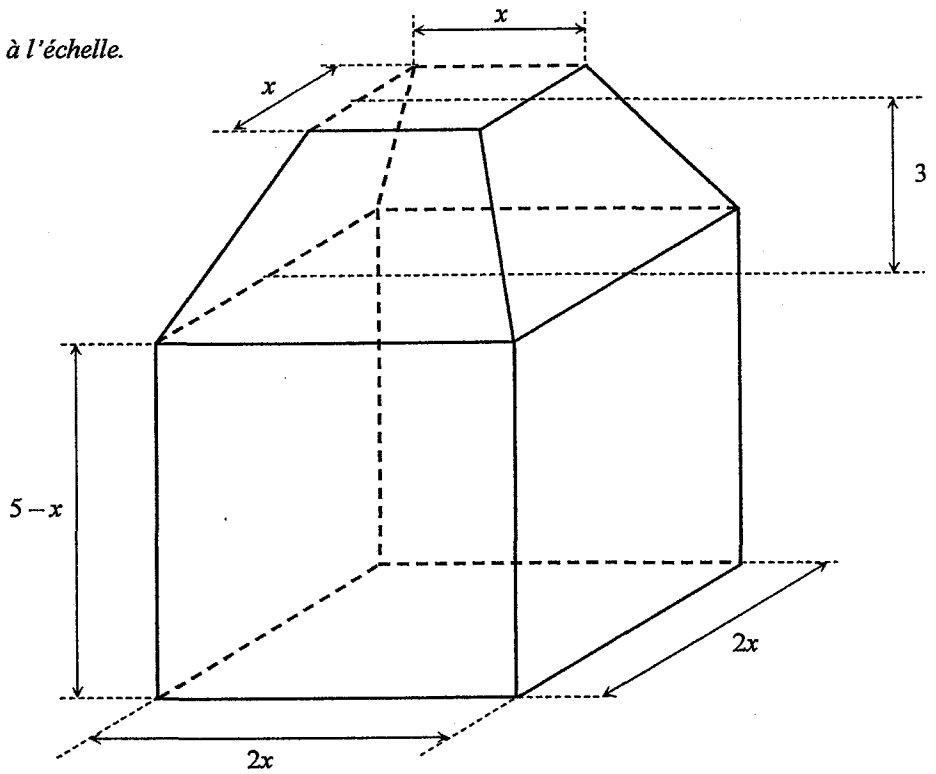
2. Calculer, en m^3, le volume V_2 du tronc de pyramide à base carrée dont la hauteur mesure 3 m.
   Rappel : Le volume d'un tronc de pyramide à base carrée est donné par
   $$V = \frac{1}{3} \times h \times (a^2 + ab + b^2)$$
   où a et b sont les mesures des côtés des deux bases carrées et h la hauteur du tronc de pyramide.

3. Montrer que le volume V total du silo est : $V = 108\ m^3$.

Partie B : (2,5 points) *Calcul du volume du silo à grains en fonction d'une variable x*

Pour des raisons techniques, on doit diminuer la hauteur du parallélépipède d'une longueur x, en m, tout en gardant un volume minimum d'au moins 100 m^3.
Les nouvelles cotes sont définies sur la figure ci-dessous :

Le schéma n'est pas à l'échelle.



1. Exprimer, en fonction de x, le volume V_1 du parallélépipède.
2. Exprimer, en fonction de x, le volume V_2 du tronc de pyramide.
3. Montrer que le volume V du silo, en fonction de x, est donné par $V = -\ 4x^3 + 27x^2$.

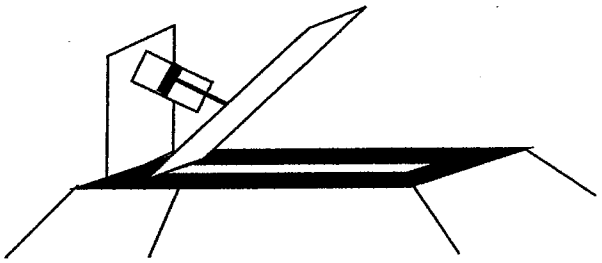
Partie C : (7 points) *Étude de fonction*

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [2 ; 5] par : $f(x) = -\ 4x^3 + 27x^2$.
Ainsi, $V = f(x)$.

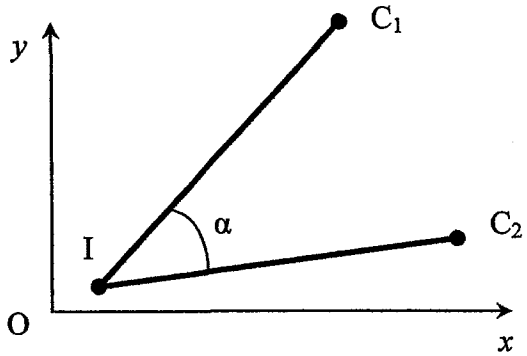
1. Déterminer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.
2. Montrer que cette dérivée s'annule pour $x = 4{,}5$.
3. Compléter le tableau de variations de la fonction f situé en annexe.
4. Compléter le tableau de valeurs figurant en annexe.
5. Représenter graphiquement la fonction f dans le repère situé en annexe.
6. Déterminer graphiquement à quel intervalle doit appartenir x pour que le volume du silo soit supérieur à 100 m^3. Les traits de construction devront figurer sur le schéma.
   Conclure par une phrase et donner la réponse à l'aide d'un intervalle.

EXERCICE 2 : (3 points)

La fermeture et l'ouverture du clapet du silo à grains sont assurées par un vérin double effet.



Le plan est rapporté au repère orthonormal ci contre.
Le clapet est en rotation autour du point I.
Il passe de la position C_1 à la position C_2.



On donne I(3 ; 2), C_1 (14 ; 15), C_2 (20 ; 3).

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{IC_1}$ et $\overrightarrow{IC_2}$.

2. Calculer $\|\overrightarrow{IC_1}\|$ et $\|\overrightarrow{IC_2}\|$, normes des vecteurs $\overrightarrow{IC_1}$ et $\overrightarrow{IC_2}$. Les résultats seront arrondis à l'unité.

3. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{IC_1}.\overrightarrow{IC_2}$.

4. Exprimer le produit scalaire $\overrightarrow{IC_1}.\overrightarrow{IC_2}$ en fonction du cosinus de l'angle α.

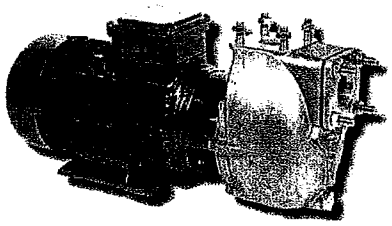
5. En déduire la mesure, arrondie au degré, de l'angle d'ouverture α du clapet.

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

Le vérin qui permet l'ouverture et la fermeture du clapet est un vérin double effet alimenté par un groupe hydroélectrique.

Partie A: Le groupe hydroélectrique (2 points)

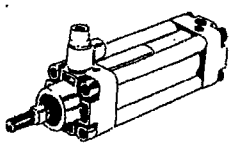
Sur la plaque signalétique du moteur monophasé, on lit :



220V ; 2,2 kW
$\eta = 0{,}80$
$\cos\varphi = 0{,}88$

1. Calculer la puissance électrique absorbée par le moteur.
2. Calculer l'intensité, arrondie à l'ampère, du courant I absorbé par le moteur.

Partie B : Le vérin (3 points)



Les caractéristiques du vérin sont :
- section du vérin $S = 120\ \text{cm}^2$
- pression $p = 80$ bars
- rendement du vérin $\eta = 0{,}85$
- la vitesse de déplacement de la tige est $v = 6{,}25$ cm /s

1. Calculer la force de poussée F exercée par le fluide sur la surface S du piston.
2. Calculer la puissance absorbée par le déplacement du vérin.
3. En déduire la puissance mécanique utile.

On donne : $P = F\,v$
P en watts
F en newtons
v en mètres par seconde

ANNEXE (à remettre avec la copie)

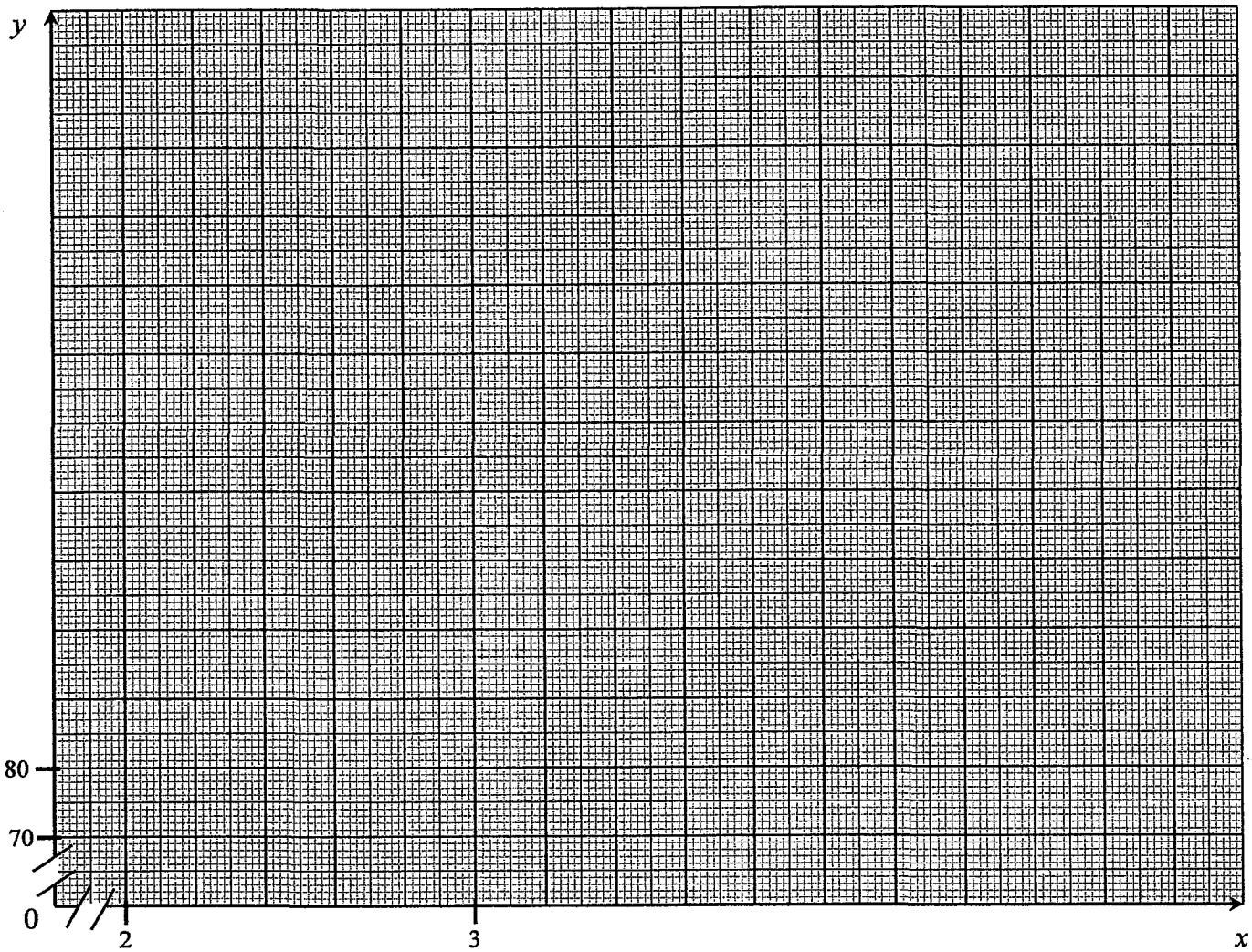
EXERCICE 1 : Partie C, 3. Tableau de variations de la fonction f

x	2 ... 5
Signe de $f'(x)$	0
Variations de f	

EXERCICE 1 : Partie C, 4. Tableau de valeurs de la fonction f

x	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$			135				

EXERCICE 1 : Partie B, 5. Représentation graphique de la fonction f



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln $\quad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

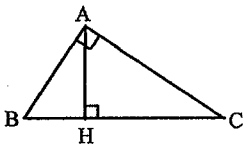
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v'} = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v'}\rVert \cos(\vec{v},\vec{v'})$

$\vec{v}.\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$