BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

PILOTAGE DES SYSTÈMES DE PRODUCTION AUTOMATISÉE

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUES E 1

SOUS-ÉPREUVE B 1 – UNITÉ 12

MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 8 pages.
Les pages 7 et 8 sont à rendre avec la copie d'examen.

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 x 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit.

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance – Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 – BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1.q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

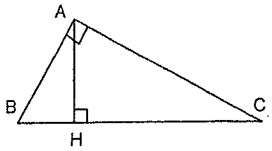
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin\widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos\widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan\widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin\widehat{A}} = \frac{b}{\sin\widehat{B}} = \frac{c}{\sin\widehat{C}} =$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v},\vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

MATHEMATIQUES (15 points)

La ligne AIRBAXT permet la fabrication et le conditionnement de doses unitaires pour collyres, gouttes auriculaires, gouttes nasales, etc... Par extrusion du polyuréthane on obtient des **paraisons** (plaque contenant 10 doses de 0,4 ml). On réalise également le contrôle qualité, l'étiquetage et la mise sous étui avec la notice d'utilisation.

EXERCICE 1 : Étude statistique (5 points)

Pour obtenir les mêmes paraisons on contrôle la qualité du réglage de la machine. Pour cela on prélève au hasard un échantillon de 70 paraisons et on effectue leur pesée. Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau ci-dessous :

Masse des paraisons (en g)	Centre de classe (x_i)	Nombre de paraisons (n_i)
[31,0 ; 31,2[	31,1	5
[31,2 ; 31,4[	31,3	20
[31,4 ; 31,6[	31,5	32
[31,6 ; 31,8[	31,7	10
[31,8 ; 32,0[	31,9	3

On fait l'hypothèse que, dans chaque classe, les masses sont réparties uniformément.

1) Calculer la masse moyenne $\bar{x}$ d'une paraison. Aucun calcul intermédiaire n'est exigé.
Arrondir le résultat au centième.

2) Calculer l'écart type σ. Aucun calcul intermédiaire n'est exigé. Arrondir le résultat au centième.

3) Compléter le tableau **de l'annexe 1 (à rendre avec la copie)**.

4) A l'aide du polygone des effectifs cumulés croissants donné en **annexe 1**, déterminer le nombre de paraisons ayant une masse comprise dans l'intervalle [31,10 ; 31,84]. **On laissera apparents les traits permettant les lectures graphiques.**

5) La machine est bien réglée si au moins 90 % des paraisons ont une masse appartenant à l'intervalle [31,10 ; 31,84]. La machine est-elle bien réglée ?

EXERCICE 2 : Étude d'une fonction (10 points)

La trémie située sur l'extrudeuse qui accueille les granulés de polyuréthane est composée d'un cylindre et d'un tronc de cône à bases parallèles.

Partie A : Étude géométrique de la trémie

Le schéma ci-dessous représente une coupe de la trémie :

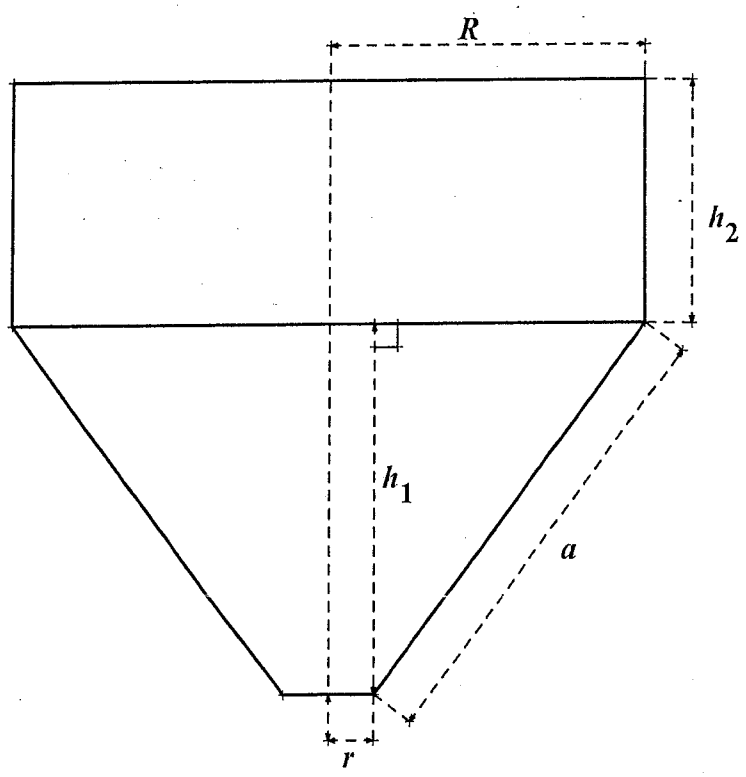
Les dimensions sont les suivantes :

Rayon supérieur de la trémie : $R = 2{,}8$ dm

Rayon inférieur de la trémie : $r = 0{,}4$ dm

Hauteur du cylindre : $h_2 = 1{,}6$ dm

Apothème : $a = 4$ dm



1) En utilisant la propriété de Pythagore, montrer que la hauteur h_1 du tronc de cône est égale à 3,2 dm.

2) Les volumes respectifs V_1 et V_2 du tronc de cône à bases parallèles et du cylindre sont donnés par les relations suivantes :

$$V_1 = \frac{\pi h_1}{3}\left(R^2 + Rr + r^2\right) \qquad V_2 = \pi R^2 h_2$$

où h_1 désigne la hauteur du tronc de cône et h_2 la hauteur du cylindre.

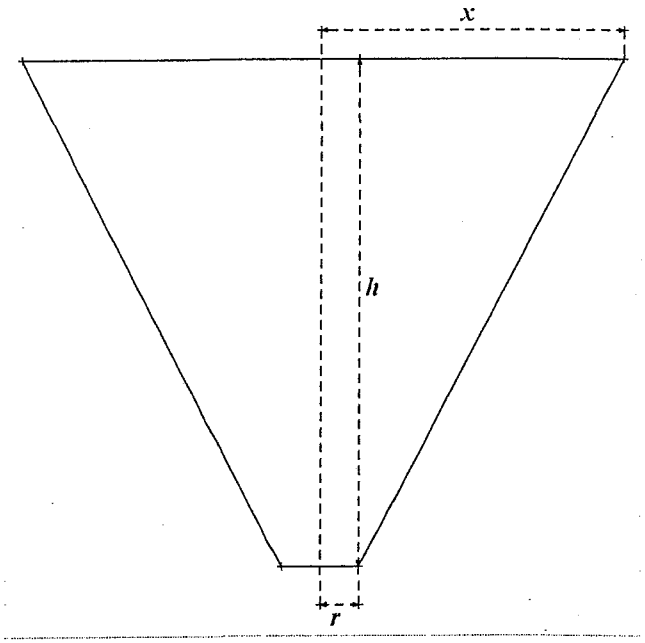
Calculer les volumes V_1 et V_2, en dm^3. Arrondir les résultats au dixième.

3) En déduire le volume total de la trémie.

Partie B : Étude d'une fonction

Pour des raisons de commodité, on souhaite remplacer la trémie existante par une autre qui a la forme d'un tronc de cône ayant la même hauteur et le même rayon inférieur.

Le but de l'étude est de déterminer le rayon supérieur x du tronc de cône tel que la nouvelle trémie ait un volume égal à 71 dm^3.



Rayon supérieur du tronc de cône : x en dm

Rayon inférieur du tronc de cône : $r = 0{,}4$ dm

Hauteur du tronc de cône : $h = 4{,}8$ dm

1) Calculer la valeur de $\frac{\pi h}{3}$ arrondie à l'unité.

En déduire que le volume de la nouvelle trémie s'exprime en fonction de x par $V(x) = 5x^2 + 2x + 0{,}8$.

2) Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[1\ ;\ 4{,}5]$ par :

$$f(x) = 5x^2 + 2x + 0{,}8.$$

a. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1\ ;\ 4{,}5]$.

3) Compléter le tableau de variation de f sur **l'annexe 2.**

4) Compléter le tableau de valeurs de f sur **l'annexe 2.** Arrondir les valeurs de $f(x)$ à l'unité.

5) Tracer, dans le repère de **l'annexe 2,** la courbe représentative C_f de la fonction f.

6) Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle $f(x) = 71$.
Laisser apparents les traits permettant la lecture graphique.

7) Résoudre par calcul l'équation $5x^2 + 2x + 0{,}8 = 71$. Arrondir les solutions au dixième.

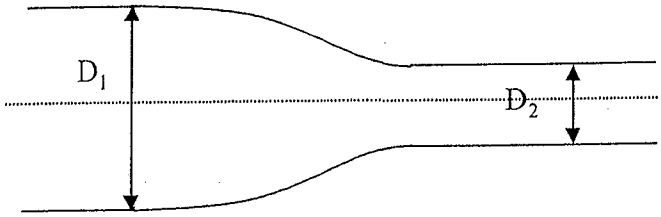
Partie C : Application

On souhaite déterminer le rayon supérieur x de la nouvelle trémie pour qu'elle ait un volume égal à 71 dm^3. Utiliser les résultats précédents pour déterminer la valeur de ce rayon.

SCIENCES PHYSIQUES (5 POINTS)

EXERCICE 1 : Dynamique des fluides (3 points)

Pour remplir une dose, on utilise une remplisseuse dont la buse est représentée ci-dessous.



Donnée : $\rho_{collyre} = 1\ 030\ kg/m^3$

On considère que le collyre est un fluide parfait dont l'écoulement est permanent.

Entrée de la buse : Partie cylindrique de diamètre $D_1 = 4$ mm
Vitesse du collyre : $v_1 = 2$ m/s
Pression du collyre : $p_1 = 2$ bar

Sortie de la buse : Partie cylindrique de diamètre $D_2 = 2$ mm.
Vitesse du collyre v_2.
Pression du collyre p_2.

1) Calculer le débit volumique **Q**, en m^3/s, du liquide dans la buse. ($\pi = 3,14$)

2) Calculer la vitesse v_2, en m/s, du liquide à la sortie de la buse.
Arrondir votre résultat au dixième.

3) Calculer la pression p_2, en Pascal, du liquide à la sortie de la buse.
Donner par la suite la pression p_2 en bar arrondie au dixième.

On rappelle les formules:

Débit volumique : $Q = Sv$

Equation de Bernoulli entre deux états dans le cas d'une conduite horizontale : $\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2$

1 bar = 10^5 Pa

EXERCICE 2 : Electricité (2 points)

La pompe alimentant la remplisseuse en collyre est actionnée par un moteur électrique dont les caractéristiques sont données ci-dessous :

Tension : 230 V
Puissance utile : 1 500 W
Facteur de puissance : 0,8
Rendement : 0,85

1) Calculer la puissance électrique P_a absorbée par le moteur. Arrondir à l'unité.

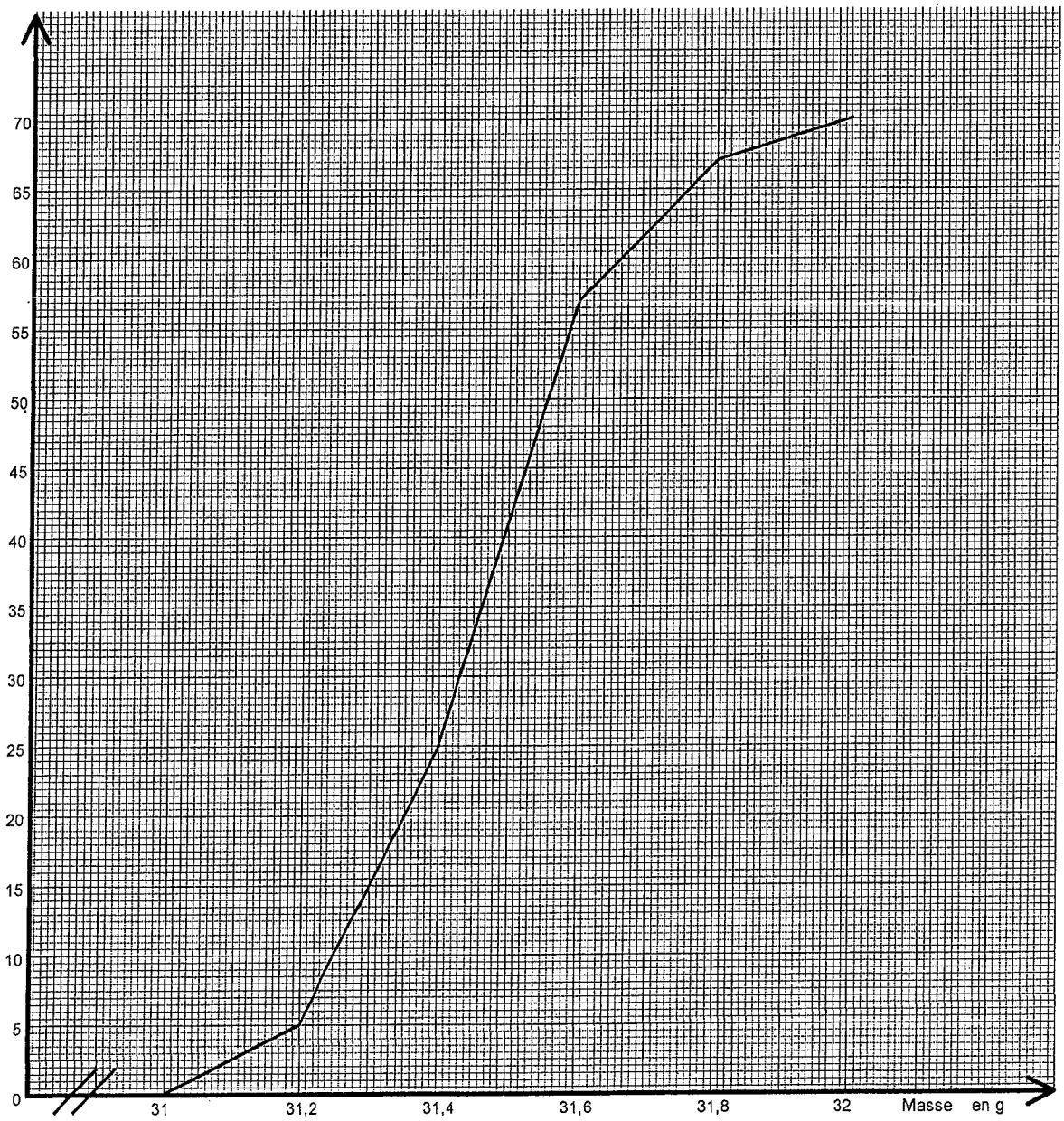
2) Pour la suite du problème, on prendra $P_a = 1\ 765$ W.
Calculer l'intensité du courant traversant le moteur. Arrondir au dixième.

ANNEXE 1
(à rendre avec la copie)

Exercice 1:3)

Masse des paraisons (en g)	Nombre de paraisons (n_i)	Effectifs Cumulés Croissants
[31,0 ; 31,2[	5	
[31,2 ; 31,4[	20	
[31,4 ; 31,6[	32	
[31,6 ; 31,8[	10	
[31,8 ; 32,0[	3	
	N = 70	

4) Effectifs cumulés croissants



ANNEXE 2

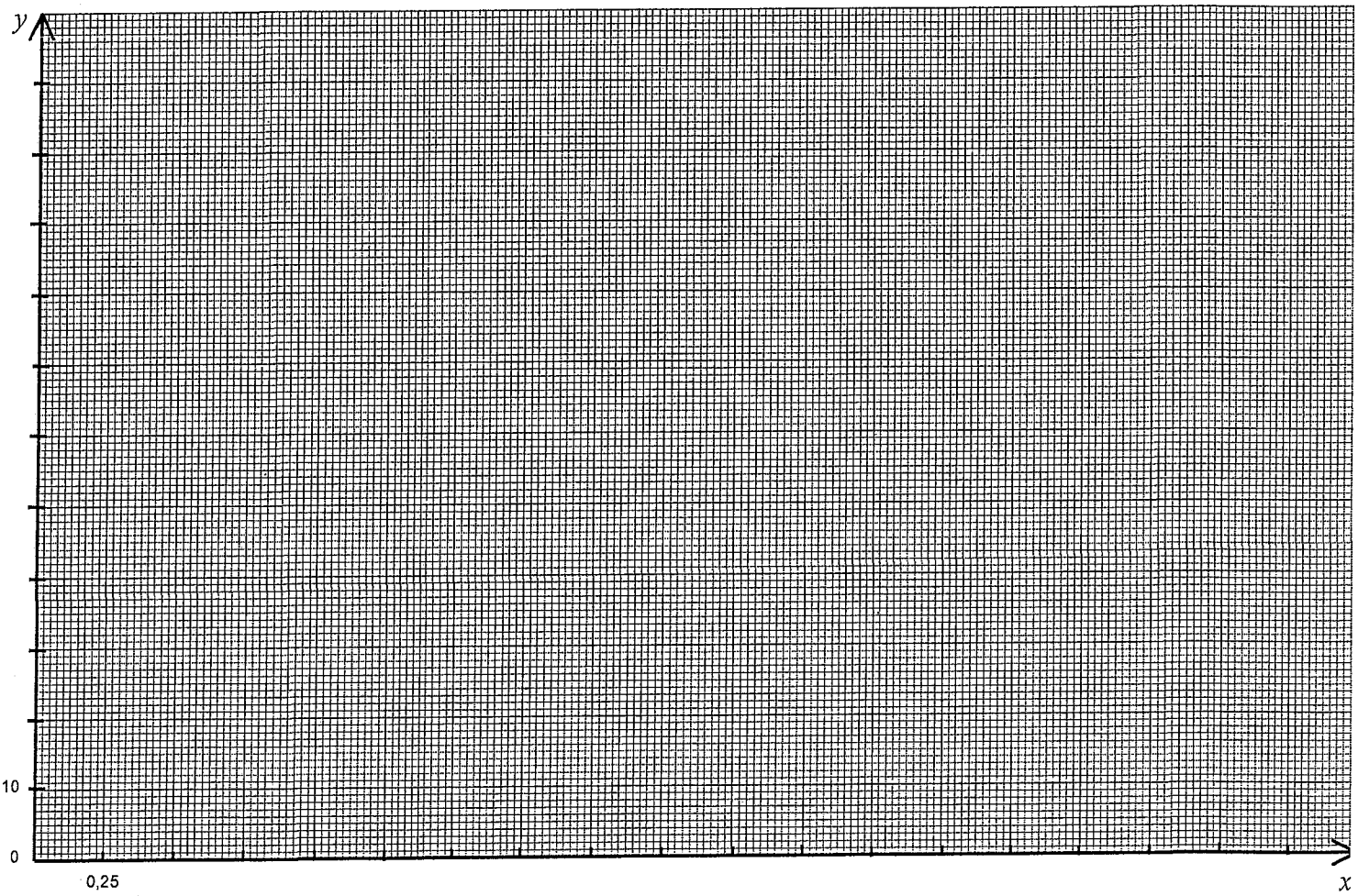
(à rendre avec la copie)

Exercice 2: Partie B

3) Tableau de variation de f

x	1	4,5
signe de $f'(x)$		
variation de f		

4) Tableau de valeurs

x	1	1,5	2	2,5	3	3,25	4	4,5
$f(x)$	8	15		37				111

4) Représentation Graphique de f, 6) Lecture graphique