BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

« Traitements de surfaces »

SESSION 2008

Épreuve E1B1-U12

SOUS-ÉPREUVE ÉCRITE

Sujet

Mathématiques et Sciences Physiques

Durée : 2 heures **Coefficient : 2**

Le sujet comporte 7 pages numérotées de 1/7 à 7/7 comprenant le formulaire numéroté 7/7.

Les feuilles annexe 1 (page 5/7) et annexe 2 (page 6/7) sont à rendre avec la copie.

Elles seront agrafées à celle-ci par le centre d'examen.

L'usage de la calculatrice est autorisé dans les conditions prévues par la réglementation
(circulaire n° 99-186 du 16/11/1999 - B.O.E.N. n° 42 du 25/11/1999). 0806-TDS ST12

MATHÉMATIQUES (13 points)

Thème : Sur un chantier archéologique, on a découvert une tête de lance métallique accompagnée des restes de son manche en bois. On se propose de déterminer l'âge de cette lance et d'étudier une protection de sa tête par un traitement électrolytique.

Exercice 1 : Principe de la datation (6 points)

En archéologie, on date les objets trouvés à l'aide du carbone 14 noté ^{14}C.
Tant qu'un organisme est vivant, la quantité de ^{14}C qu'il contient est constante.
Après la mort de l'organisme, la quantité de ^{14}C diminue au cours du temps.

Exemple : Pour un fossile de 10 000 ans, il reste $\frac{3}{10}$ de carbone ^{14}C.

On pose $r = \frac{3}{10}$. Ce rapport r permet de déterminer l'âge du fossile.

Partie 1 :

Pour calculer l'âge a d'un fossile, on utilise la formule suivante :

$$\boxed{a = -8\,310 \times \ln r}$$ (ln *désigne le logarithme népérien*).

1) S'il reste 20 % de carbone ^{14}C, alors $r = 0{,}2$.
   Calculer l'âge du fossile. Exprimer le résultat arrondi à la centaine.

2) Calculer le rapport de carbone ^{14}C restant pour un âge estimé à 5 800 ans.

Partie 2 :

On se propose d'étudier la modélisation mathématique de l'âge d'un fossile.
On note f la fonction définie pour tout x appartenant à l'intervalle [0,1 ; 1] par :

$$\boxed{f(x) = -8\,310 \times \ln x}$$

1) Compléter le tableau de variation de la fonction f sur l'annexe 1 page 5/7.

2) Compléter le tableau de valeurs de la fonction f (résultats arrondis à la centaine) sur l'annexe 1.

3) Compléter la représentation graphique de la fonction f sur l'annexe 1.

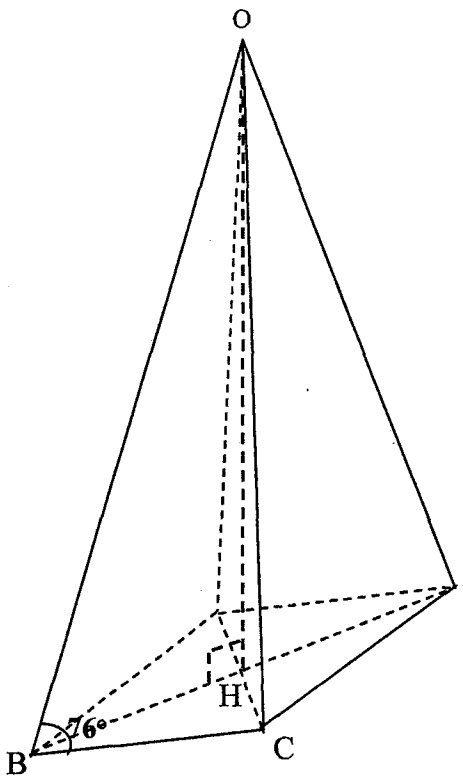
4) Déterminer à l'aide du graphique $f(0{,}43)$. Laisser apparents les traits utiles à la lecture.

Partie 3 :

Le résultat de l'analyse du manche en bois de la lance révèle un rapport de carbone ^{14}C de 0,43.
Proposer, à l'aide de l'étude précédente, une estimation de son âge.

Exercice 2 : La tête de la lance (3,5 points)

Partie 1 :



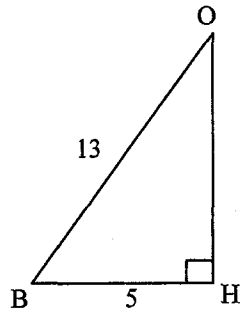
On souhaite évaluer l'aire de la tête de la lance. Pour cela, on assimile la tête de lance à une pyramide ayant pour base un losange.

On donne :

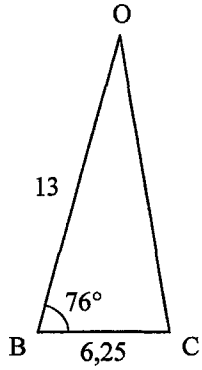
BH = 5 cm, OB = 13 cm, BC = 6,25 cm et $\widehat{OBC} = 76°$.

1) Calculer OH, la mesure, en cm, de la hauteur de la pyramide dans le triangle OBH.

Les dessins ne respectent pas les proportions.



2) En précisant la formule utilisée, calculer l'aire du triangle quelconque OBC en cm^2.
Donner le résultat arrondi au centième.
Ce triangle correspond à une face de la tête de la lance.



Partie 2 :

On estime l'aire totale des 4 faces de la lance à 15 770 mm^2.
On veut déposer une couche de cuivre de protection de 0,05 mm d'épaisseur par un procédé électrolytique.
Calculer le volume du dépôt de cuivre. Exprimer le résultat en cm^3 arrondi au centième.

Exercice 3 : Traitement électrolytique. (3,5 points)

On se propose de déterminer la durée t (en seconde) nécessaire pour obtenir un dépôt de cuivre sur la tête de la lance.

1) Le volume du dépôt est de 0,8 cm^3. Sachant que la masse volumique du cuivre est $\rho_{Cu} = 8{,}9\ g/cm^3$, calculer la masse m de cuivre à déposer.

2) La masse m, en gramme, de métal déposé est liée à la durée t, en seconde, de l'électrolyse par la relation :

$$\boxed{\frac{I\,t}{e\,N_A} = \frac{m}{M}}$$

dans laquelle
- l'intensité I du courant électrique est réglée à 15 A
- la valeur absolue de la charge e d'un électron est $1{,}6.10^{-19}$ C
- le nombre d'Avogadro N_A a pour valeur $6{,}02.10^{23}$
- la masse molaire atomique M du cuivre vaut 63,5 g/mol.

Calculer la durée t nécessaire à l'opération si la masse de cuivre est égale à 7,12 g. Le résultat sera d'abord exprimé en seconde puis en minute. Donner les résultats arrondis à l'unité.

SCIENCES (7 points)

Exercice 1 : Nettoyage de l'extrémité métallique de la lance (4,5 points)

Pour nettoyer la tête de lance qui présente des traces verdâtres traduisant la présence de cuivre, on dispose de deux acides. On possède les informations suivantes :

	COUPLES REDOX MIS EN JEU	POTENTIELS NORMAUX D'OXYDOREDUCTION
Acide nitrique H^+, NO_3^-	NO_3^- / NO (gaz)	+ 0,96 V
Acide sulfurique $2H^+$, SO_4^{2-}	SO_4^{2-} / SO_2 (gaz)	+ 0,17 V
Cuivre	Cu^{2+} / Cu	+ 0,34 V

1) Placer chaque couple redox sur l'échelle des potentiels normaux d'oxydation fournie en annexe 2 page 6/7.

2) Indiquer l'acide que l'on va utiliser pour qu'une réaction ait lieu avec le cuivre Cu. Nommer la règle utilisée.

3) La réaction chimique.

   3.1) Équilibrer sur l'annexe 2 les demi-équations électroniques.
   3.2) Cocher le type de réaction correspondant aux demi-équations électroniques (1) et (2) équilibrées précédemment sur l'annexe 2.
   3.3) Écrire et équilibrer l'équation bilan des deux équations électroniques précédentes.

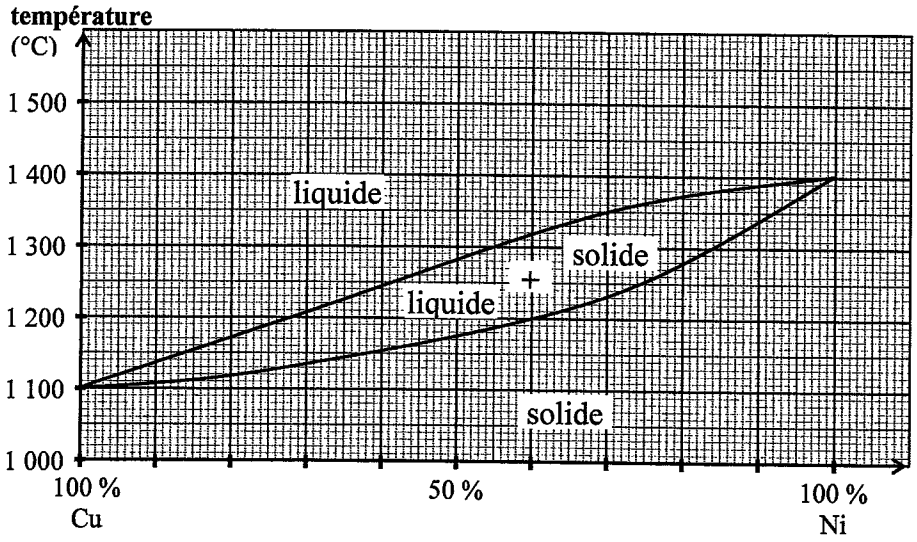
Exercice 2 : Recherche du type d'alliage ou de métal (2,5 points)

1) On fait fondre un échantillon de métal prélevé sur la pointe de lance.
La fusion a lieu en deux étapes :
   - un début de fusion a lieu à la température de 1 130 °C. On observe alors un mélange solide-liquide.
   - à 1 200 °C tout le métal est à l'état liquide.

   Expliquer quel raisonnement peut amener à penser qu'il s'agit d'un alliage.

2) On déduit de ces renseignements que la tête de lance est faite d'un alliage de cuivre et de nickel dont voici le diagramme binaire de référence :

Courbe de refroidissement de l'alliage Cuivre - Nickel



Déterminer le pourcentage des constituants de cet alliage à l'aide du diagramme binaire ci-dessus.

ANNEXE 1 à rendre avec la copie

$f(x) = -8\,310 \ln x$

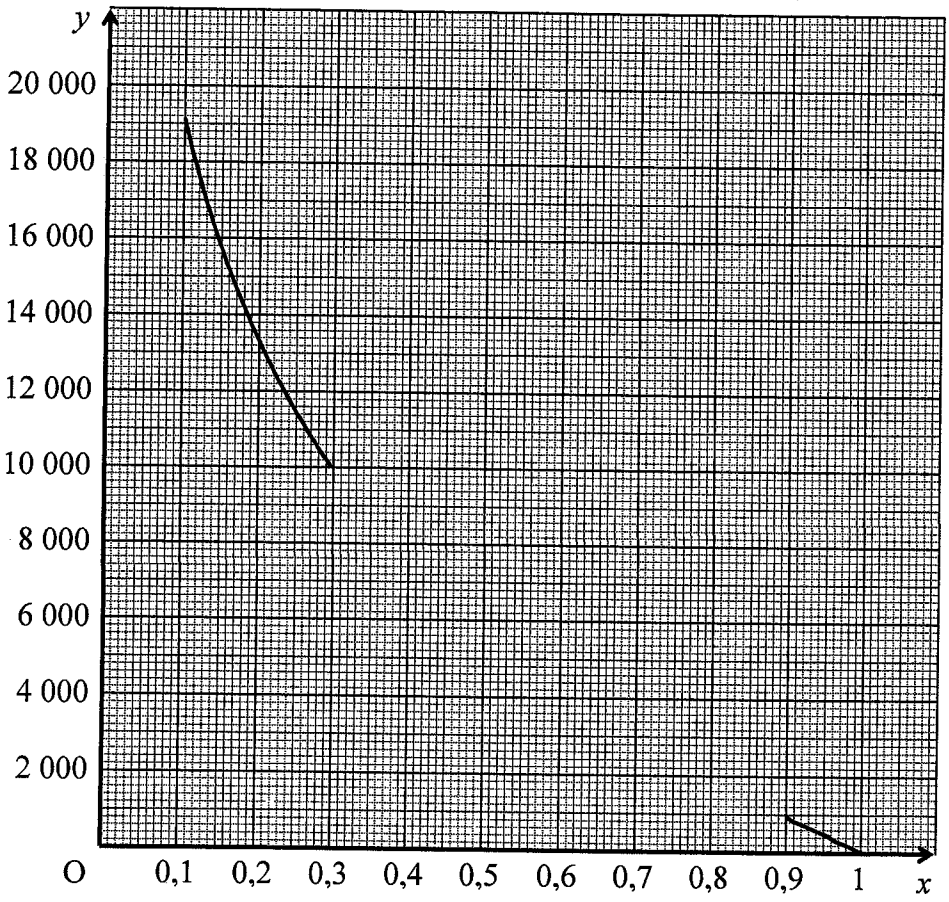
Tableau de variation de la fonction f :

x	0,1	1
Sens de variation de la fonction ln		
Sens de variation de f		

Tableau de valeurs de la fonction f :

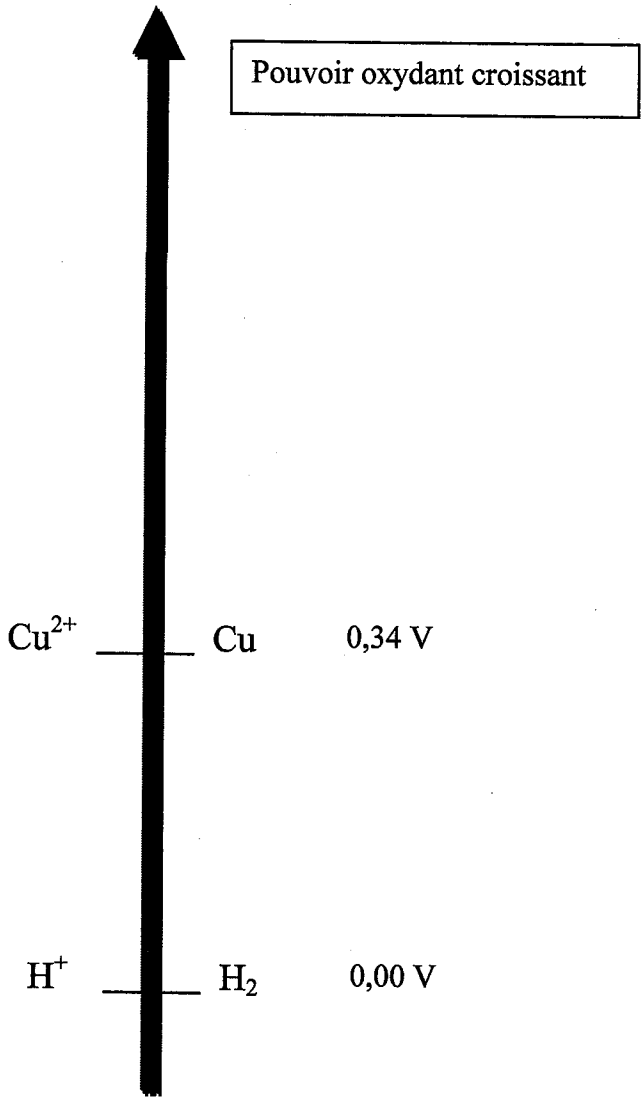
x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
Valeur de $f(x)$ arrondie à la centaine	19 100	13 400		7 600		4 200	3 000	1 900		0

Représentation graphique



ANNEXE 2 à rendre avec la copie

Potentiels normaux d'oxydo-réduction



3-1) (1) $Cu \longrightarrow Cu^{2+} + \ldots e^-$

(2) $NO_3^- + \ldots e^- + \ldots H^+ \longrightarrow NO + \ldots H_2O$

3-2) La demi-équation électronique (1) est une réaction
- ☐ d'oxydation
- ☐ de réduction
- ☐ de neutralisation

La demi-équation électronique (2) est une réaction
- ☐ d'oxydation
- ☐ de réduction
- ☐ de neutralisation

FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1.q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

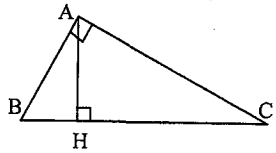
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\quad \cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\quad \tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$