

# BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

## ARTISANAT ET MÉTIERS D'ART

### OPTION ARTISANAT ET MÉTIERS D'ART — OPTIONS « VERRERIE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE » ET « MÉTIERS DE L'ENSEIGNE ET DE LA SIGNALÉTIQUE »

SESSION 2008

**E1 : ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE**

**SOUS-ÉPREUVE B1 - UNITÉ 12**

**MATHÉMATIQUES & SCIENCES PHYSIQUES**

*Ce sujet comporte 10 pages dont une page de garde et une page "formulaire de mathématiques".  
Les documents à rendre avec la copie seront agrafés par le surveillant sans indication d'identité  
du candidat.*

*Les exercices de mathématiques et de sciences physiques seront rédigés sur la même copie.*

Tous les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre différent, à condition  
de respecter la numérotation.

**Barème :**

- Mathématiques : 12 points
- Sciences physiques : 8 points

*L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les  
calculatrices de poche (format maximal 21 cm × 15 cm), y compris les calculatrices  
programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit  
autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.*

*L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit (circulaire n°99-  
186 du 16 novembre 1999 BOEN n°42).*

SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
0806-AMA SM S B	2 heures	2	1/10

**FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL**

**Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique**

( Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995 )

Fonction f

$f(x)$   
 $ax + b$   
 $x^2$   
 $x^3$   
 $\frac{1}{x}$   
 $u(x) + v(x)$   
 $a u(x)$

Dérivée f'

$f'(x)$   
 $a$   
 $2x$   
 $3x^2$   
 $-\frac{1}{x^2}$   
 $u'(x) + v'(x)$   
 $a u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$        $\ln(a^n) = n \ln a$   
 $\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré  $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si  $\Delta > 0$ , deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$  et  $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si  $\Delta = 0$ , une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si  $\Delta < 0$ , aucune solution réelle

Si  $\Delta \geq 0$ ,  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 :  $u_1$  et raison  $r$

Terme de rang  $n$  :  $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des  $k$  premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 :  $u_1$  et raison  $q$

Terme de rang  $n$  :  $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des  $k$  premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$= 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total  $N = \sum_{i=1}^p n_i$

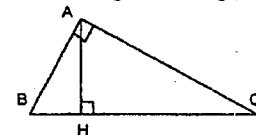
Moyenne  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$

Variance  $V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type  $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$ ;  $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$ ;  $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$

$R$  : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle :  $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapeze :  $\frac{1}{2} (B+b)h$

Disque :  $\pi R^2$

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base  $B$  et de hauteur  $h$  : Volume  $Bh$

Sphère de rayon  $R$  :

Aire :  $4\pi R^2$       Volume :  $\frac{4}{3} \pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base  $B$  et de hauteur  $h$  : Volume  $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$        $\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$   
 $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$        $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si  $\vec{v} \neq \vec{0}$  et  $\vec{v}' \neq \vec{0}$  :

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0$  si et seulement si  $\vec{v} \perp \vec{v}'$

**SUJET**

SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
0806-AMA SM S B	2 heures	2	2/10

# MATHÉMATIQUES (12 points)

## Exercice 1 (8,5 points)

*Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.*

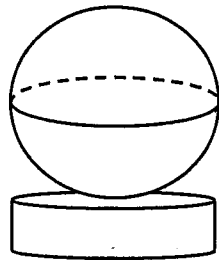
Dans cet exercice, l'unité de volume est le centimètre cube ( $\text{cm}^3$ ) et l'unité de masse est le gramme (g), la valeur de  $\pi$  sera celle donnée par la calculatrice.

Une chaîne de télévision d'information décide de commander à un atelier de verrerie un presse-papier rappelant son logo.

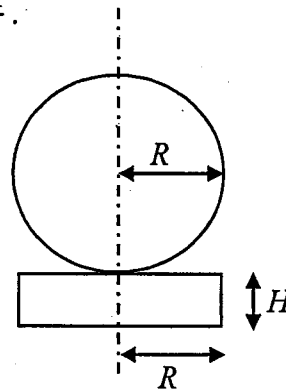
Ce presse-papier est fait avec un verre au plomb.

Il est formé d'un cylindre de révolution de rayon  $R$ , de hauteur  $H$ , surmonté d'une boule de même rayon  $R$ .

La hauteur  $H$  du cylindre et le rayon  $R$  sont tels que  $H = \frac{R}{3}$ .



Vue en perspective



Vue en coupe

### PARTIE A : Calcul de volumes et de masses

$V_1$  représente le volume du cylindre.

$V_2$  représente le volume de la boule.

$V$  représente le volume total.

$m$  représente la masse du presse-papier.

1) Étude d'un cas particulier : on prend  $R = 5$  cm.

a) Calculer  $V_1$  et  $V_2$ . Arrondir les résultats au dixième.  
En déduire le volume total  $V$ .

b) La masse d'un centimètre cube de ce verre au plomb constituant le presse-papier est 3 g.  
Calculer la masse  $m$  du presse-papier dont le volume est  $654,5 \text{ cm}^3$ .

SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
0806-AMA SM S B	2 heures	2	3/10

2) Étude du cas général

a) Exprimer le volume  $V_1$  du cylindre en fonction du rayon  $R$ .

b) Exprimer le volume  $V_2$  de la boule en fonction du rayon  $R$ .

c) Justifier que l'expression du volume total  $V$ , en fonction du rayon  $R$  de ce presse-papier, est donnée par  $V = \frac{5}{3} \pi R^3$ .

d) Justifier que l'expression de la masse  $m$  du presse papier, en fonction du rayon  $R$ , est donnée par  $m = 5\pi R^3$ . On rappelle que la masse d'un centimètre cube de ce verre au plomb constituant le presse-papier est 3 g.

**PARTIE B : Étude d'une fonction numérique**

Soit la fonction  $f$  de la variable  $x$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 5]$  par  $f(x) = 5\pi x^3$ .

1) a) Calculer  $f'(x)$ , où  $f'$  est la fonction dérivée de la fonction  $f$ .

b) Donner le signe de  $f'(x)$  ; justifier la réponse.

c) Compléter le tableau de variation de la fonction  $f$  figurant sur l'**annexe 1** (à rendre avec la copie).

2) Compléter le tableau de valeurs figurant sur l'**annexe 1**. Arrondir les résultats à l'unité.

3) Dans le plan rapporté au repère orthogonal figurant sur l'**annexe 2** (à rendre avec la copie), tracer la représentation graphique de la fonction  $f$ .

**PARTIE C : Exploitation**

Dans cette partie,  $x$  représente la mesure du rayon  $R$  en centimètre et  $f(x)$  représente la mesure de la masse  $m$  en gramme.

1) Utiliser la représentation graphique précédente pour estimer la valeur de la masse  $m$  pour un rayon égal à 2,5 cm. *Laisser apparents sur l'annexe 2 les traits permettant de répondre à la question.*

2) On désire fabriquer un presse-papier dont la masse soit comprise entre 500 g et 1000 g. Utiliser la représentation graphique précédente pour estimer l'intervalle dans lequel se situe la valeur du rayon  $R$ . *Laisser apparents sur l'annexe 2 les traits permettant de répondre à la question.*

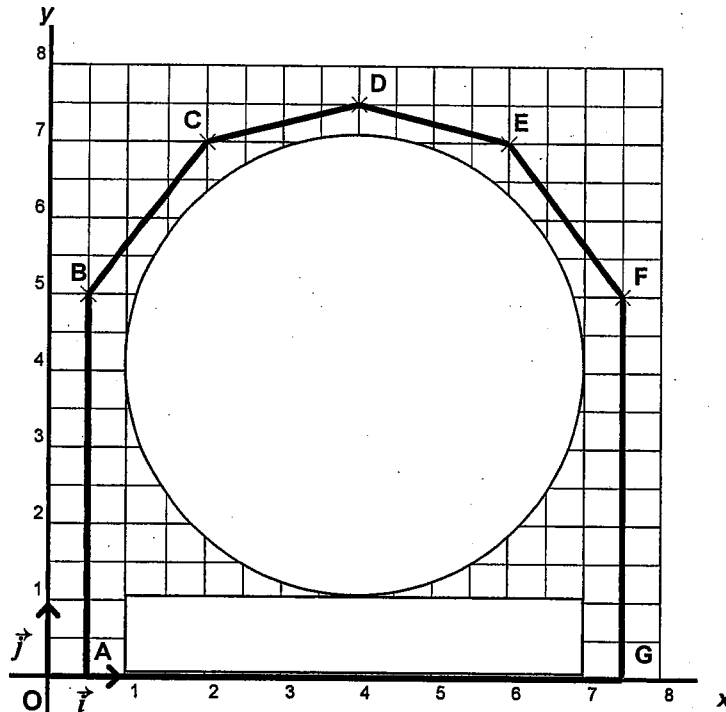
SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
0806-AMA SM S B	2 heures	2	4/10

**Exercice 2 (3,5 points)**

Pour emballer un presse-papier, on utilise une boîte. Une coupe de cette boîte est représentée dans le plan rapporté au repère orthonormé ci-dessous par le polygone ABCDEFG.

On se propose de déterminer la mesure en degré de l'angle  $\widehat{BCD}$ .

On donne les coordonnées des points : B (0,5 ; 5) C (2 ; 7) D (4 ; 7,5).



- 1) Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{CB}$  et  $\overrightarrow{CD}$ .
- 2) En utilisant les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{CB}$  et  $\overrightarrow{CD}$ , montrer que le produit scalaire  $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} = -4$ .
- 3) Calculer les normes des vecteurs  $\overrightarrow{CB}$  et  $\overrightarrow{CD}$ . Arrondir les résultats au dixième.
- 4) Exprimer le produit scalaire  $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD}$  en fonction du cosinus de l'angle  $\widehat{BCD}$ .
- 5) Dédire, à l'aide des réponses aux questions 2) et 4), la mesure en degré de l'angle  $\widehat{BCD}$ . Arrondir le résultat à l'unité.

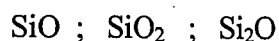
SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
0806-AMA SM S B	2 heures	2	5/10

# SCIENCES (8 points)

## Exercice 1 - Chimie (4 points)

### 1) La silice

La matière première principale pour la fabrication du verre est le sable qui apporte la silice. L'une des trois propositions ci-dessous correspond à la formule chimique de la silice :



Recopier sur la copie la proposition exacte.

### 2) Le méthane

Pour faire fondre le verre, on utilise un chalumeau au méthane  $\text{CH}_4$ . Le méthane brûle dans le dioxygène  $\text{O}_2$ . Cette combustion produit du dioxyde de carbone  $\text{CO}_2$  et de l'eau  $\text{H}_2\text{O}$ .

- Écrire et équilibrer l'équation de combustion complète du méthane dans le dioxygène.
- Calculer la masse molaire moléculaire du méthane.
- Calculer la masse molaire moléculaire du dioxygène.
- Calculer la quantité de matière contenue dans 8000 g de méthane.
- Calculer la masse de dioxygène nécessaire à la combustion complète de 8000 g de méthane.

### Symboles des atomes d'oxygène et de silicium :



### Masses molaires :

$$M(\text{C}) = 12 \text{ g/mol.}$$

$$M(\text{H}) = 1 \text{ g/mol.}$$

$$M(\text{O}) = 16 \text{ g/mol.}$$

### Formulaire :

$$n = \frac{m}{M}$$

*n est la quantité de matière en mole*

*M est la masse molaire moléculaire en g/mol*

### SUJET

Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
0806-AMA SM S B	2 heures	2	6/10

## Exercice 2 - Optique (4 points)

Soit une lentille convergente L de vergence  $C = 25$  dioptries.

- 1) Calculer la valeur de sa distance focale  $f$  en mètre.
- 2) Sur le schéma de l'annexe 3 à rendre avec la copie :
  - a) Placer les foyers  $F$  et  $F'$ , tels que  $OF' = 4$  cm.
  - b) Placer perpendiculairement à l'axe optique de la lentille, à 9 cm devant celle-ci, un objet  $AB$  de hauteur 4 cm, tel que  $A$  appartienne à l'axe optique.
  - c) En traçant les rayons caractéristiques, construire l'image  $A'B'$  de cet objet.
- 3) En utilisant la formule de conjugaison, calculer la position  $OA'$  de l'image  $A'B'$ .
- 4) Sachant que  $\gamma = -0,8$ , déterminer la hauteur de l'image  $A'B'$ .

### Formulaire :

$$C = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{OA'} = \frac{1}{OA} + \frac{1}{OF'}$$

$$\gamma = \frac{A'B'}{AB}$$

SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
0806-AMA SM S B	2 heures	2	7/10

## Annexe 1 (à rendre avec la copie)

### PARTIE B : question 1)c)

$x$	0	5
Signe de $f'(x)$		
Variation de $f$		

### PARTIE B : question 2

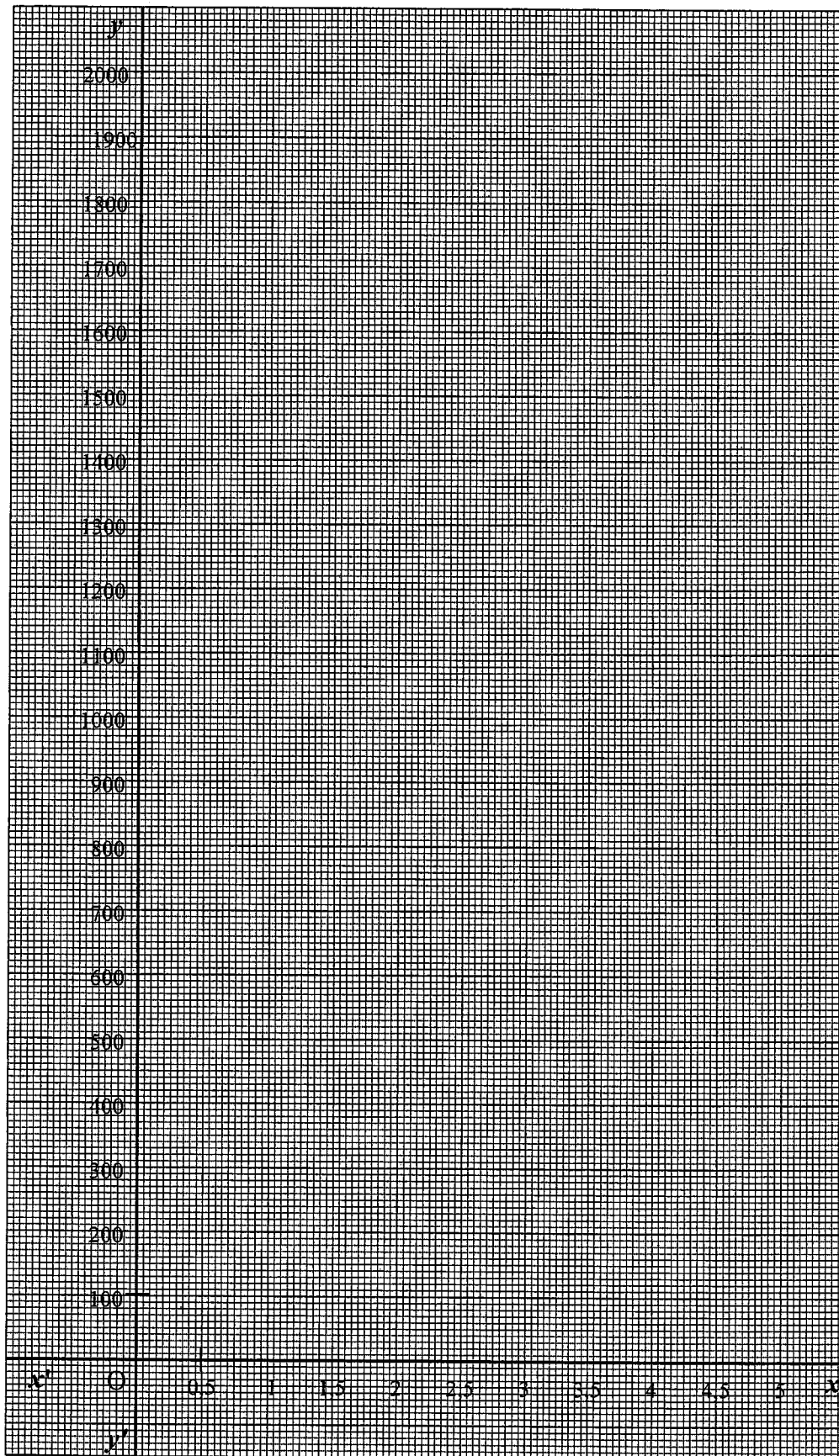
$x$	0	1	2	3	4	5
$f(x)$						1963

SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
0806-AMA SM S B	2 heures	2	8/10



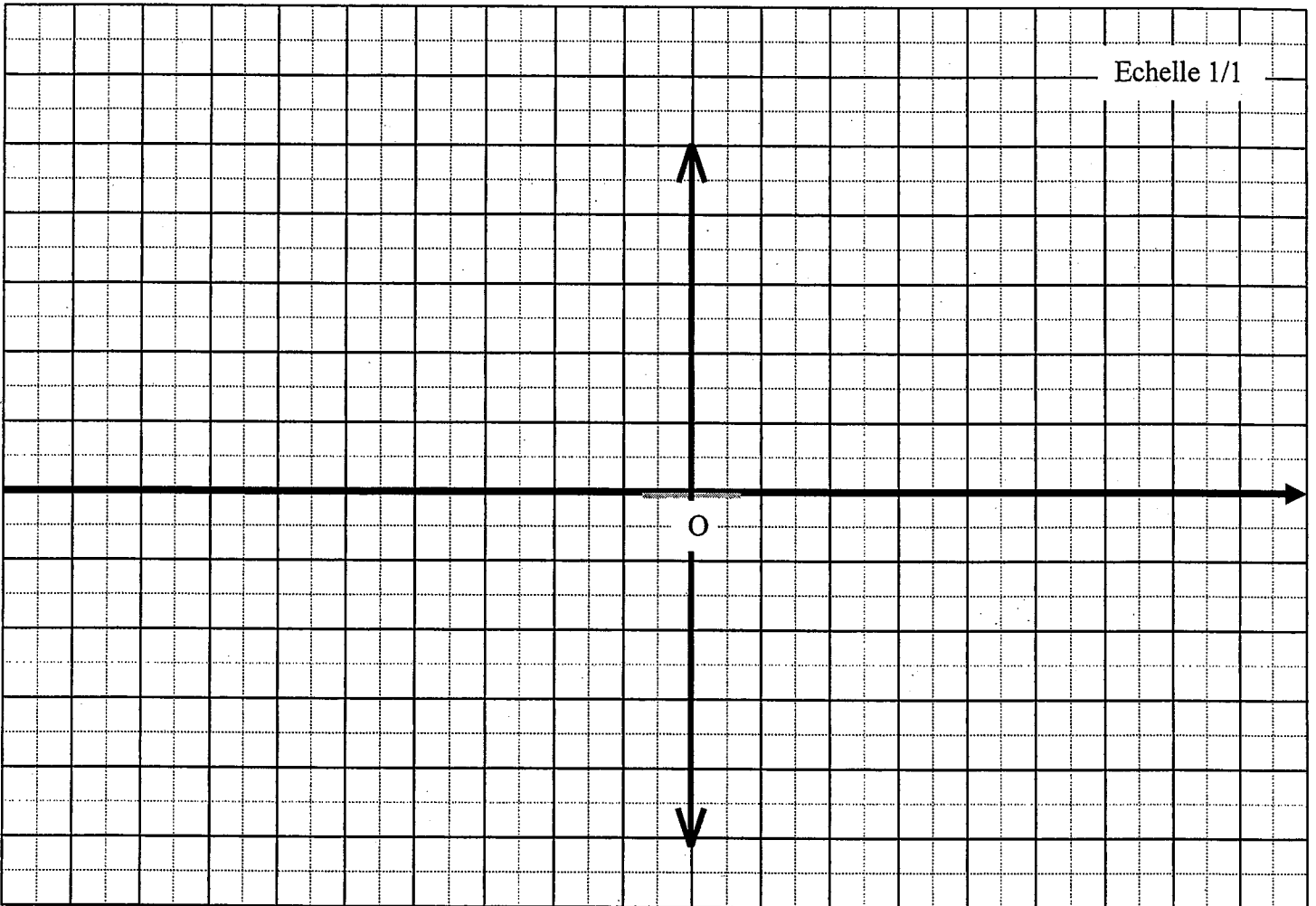
## Annexe 2 (à rendre avec la copie)

### PARTIE B : question 3



SUJET			
Repère de l'épreuve	Durée	Coefficient	Page
0806-AMA SM S B	2 heures	2	9/10

**Annexe 3 (à rendre avec la copie)**



<b>SUJET</b>			
<b>Repère de l'épreuve</b>	<b>Durée</b>	<b>Coefficient</b>	<b>Page</b>
0806-AMA SM S B	2 heures	2	10/10