**BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL**
**TECHNICIEN EN INSTALLATION DES SYSTÈMES ÉNERGÉTIQUES ET CLIMATIQUES**

**BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL**
**TECHNICIEN EN MAINTENANCE DES SYSTÈMES ÉNERGÉTIQUES ET CLIMATIQUES**

Calculatrice à fonctionnement autonome autorisée
(circulaire 99-186 du 16.11.99)

**SESSION 2008**

***E12***

# *MATHÉMATIQUES - SCIENCES PHYSIQUES*

***Durée :** 2 heures*

***Coefficient** : 2*

# MATHÉMATIQUES
## *(15 points)*

**<u>EXERCICE 1 :</u> (10,5 points)**

La valeur de la température $T$ à l'intérieur d'un local de volume 100 m$^3$ chauffé par air chaud est donnée par la relation :

$$T = \frac{0{,}34DT_S + 100GT_e}{0{,}34D + 100G}$$

avec $D$ : débit d'air chaud soufflé en m$^3$/h,
$T_S$ : température de soufflage de l'air en °C,
$G$ : conductance thermique du local en W/°C,
$T_e$ : température extérieure en °C.

**1.** On donne $T_S = 30$ °C ; $G = 0{,}8$ W/°C ; $T_e = 0$ °C.
Exprimer $T$ en fonction de $D$.

**2.** On considère la fonction $f$ définie sur l'intervalle [0 ; 800] par $f(x) = \dfrac{10{,}2x}{0{,}34x + 80}$.

**a)** Déterminer $f'(x)$ où $f'$ désigne la dérivée de la fonction $f$.

*Rappel* : si $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx+d}$, la dérivée $f'$ de la fonction $f$ est définie par : $f'(x) = \dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

**b)** Calculer $f'(0)$.

**3.** Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [0 ; 800].

**4.** Compléter le tableau de variation de la fonction $f$ sur la feuille annexe.

**5.** Compléter le tableau de valeurs sur la feuille annexe en arrondissant les résultats au dixième.

**6.** On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction $f$ dans le repère donné en annexe.

**a)** Dans ce repère, tracer la tangente $\boldsymbol{T}$ à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $x = 0$.

**b)** Construire la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction $f$ dans ce même repère.

**7.** Déterminer graphiquement la valeur du débit pour obtenir une température de 22 °C. Les traits nécessaires à la lecture devront figurer sur le schéma.

**8.** Retrouver le résultat précédent par le calcul en résolvant l'équation $f(x) = 22$.
(On donnera le résultat arrondi au dixième).

**EXERCICE 2 : (4,5 points)**

À température constante, une mole de gaz parfait obéit à la loi de Mariotte selon la relation :

$$PV = k$$

dans laquelle : $P$ est la pression du gaz exprimée en pascal,
$V$ le volume du gaz exprimé en $m^3$,
$k$ une constante positive.

**1.** Lorsque la pression du gaz est $1{,}013 \times 10^5$ Pa, son volume est de $2{,}352 \times 10^{-2}$ $m^3$.

**a)** Déterminer la valeur de $k$, arrondie à l'unité,

**b)** Exprimer $P$ en fonction de $V$.

**2.** Lorsque le volume d'une mole de gaz passe de 0,06 $m^3$ à 0,04 $m^3$ à température constante, le travail de compression, exprimé en joules, reçu par cette mole est donné par la relation :

$$W = -\int_{0,06}^{0,04} \frac{2383}{V}\,dV.$$

On désigne par $g$ la fonction définie par $g(x) = \frac{2383}{x}$.

**a)** Montrer que la fonction $G$ définie par $G(x) = 2383 \ln x$ est une primitive de la fonction $g$.

**b)** Calculer la valeur de l'intégrale $-\int_{0,06}^{0,04} \frac{2383}{x}\,dx$. Arrondir le résultat à l'unité.

**c)** Déduire de ce calcul le travail W de compression de cette transformation.

# ANNEXE

**( À remettre avec la copie)**

**<u>EXERCICE 1</u> :**

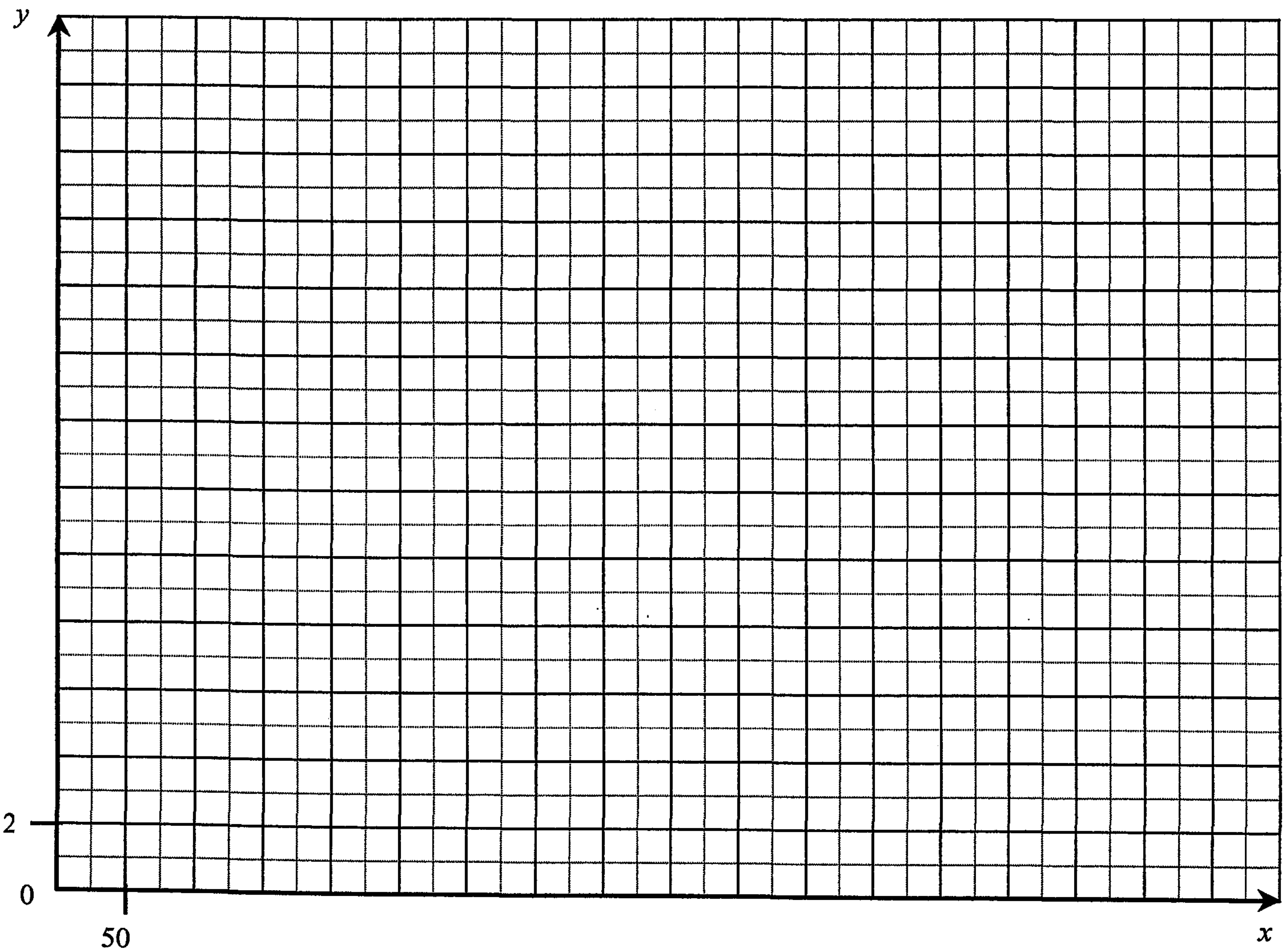
**4.** *Tableau de variation :*

| $x$ | 0 | 800 |
|---|---|---|
| Signe de $f'(x)$ | | |
| Variation de $f$ | | |

**5.** *Tableau de valeurs de la fonction $f$. Les valeurs seront arrondies au dixième.*

| $x$ | 0 | 50 | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 800 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | 13,8 | | | | | 23,2 |

**6.** *Tracé de la tangente et de la courbe représentative de $f$.*



## *SCIENCES PHYSIQUES*
## *(5 points)*

Pour le "bennage" d'un camion, on utilise une pompe dont le débit est de 90 L/min.
La pression à la sortie de la pompe est de $3 \times 10^6$ Pa.
La section de la canalisation est de 5 cm².
Dans le problème, on considère que la canalisation est horizontale.

**1.** Exprimer le débit Q en $m^3/s$.

**2.** Exprimer la section S en m².

**3.** Calculer la vitesse d'écoulement du fluide à la sortie de la pompe.

**4.** La canalisation se rompt.
   **a)** Simplifier la relation de Bernoulli en tenant compte que la canalisation est horizontale.
   **b)** On note $p_1$ la pression à la sortie de la pompe et et $p_2$ la pression atmosphérique. Calculer $v_2$.
   **c)** Calculer la vitesse du fluide à l'endroit et au moment de la cassure.

<u>Données</u> :

Q = vS.
Masse volumique du fluide $\rho = 800$ kg/m3.
Pression atmosphérique : $10^5$ Pa.
Formule de Bernoulli : $\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 + \rho g z_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 + \rho g z_2$

# FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

## Secteur industriel : Chimie-Énergétique

( Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995

| Fonction $f$ | Dérivée $f'$ |
|---|---|
| $f(x)$ | $f'(x)$ |
| $ax+b$ | $a$ |
| $x^2$ | $2x$ |
| $x^3$ | $3x^2$ |
| $\frac{1}{x}$ | $-\frac{1}{x^2}$ |
| $\ln x$ | $\frac{1}{x}$ |
| $e^x$ | $e^x$ |
| $e^{ax+b}$ | $ae^{ax+b}$ |
| $\sin x$ | $\cos x$ |
| $\cos x$ | $-\sin x$ |
| $u(x)+v(x)$ | $u'(x)+v'(x)$ |
| $a\,u(x)$ | $a\,u'(x)$ |
| $u(x)v(x)$ | $u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$ |
| $\frac{1}{u(x)}$ | $-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$ |
| $\frac{u(x)}{v(x)}$ | $\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$ |

**Equation du second degré** $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geqslant 0$, $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

**Statistiques**

Effectif total $N=\sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\overline{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V=\dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i(x_i-\overline{x})^2}{N}=\dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N}-\overline{x}^2$

Ecart type $\sigma=\sqrt{V}$

**Suites arithmétiques**

Terme de rang 1 : $u_1$ et raison $r$

Terme de rang $n$ : $u_n=u_1+(n-1)r$

Somme des $k$ premiers termes :

$u_1+u_2+\cdots+u_k=\dfrac{k(u_1+u_k)}{2}$

**Suites géométriques**

Terme de rang 1 : $u_1$ et raison $q$

Terme de rang $n$ : $u_n=u_1q^{n-1}$

Somme des $k$ premiers termes :

$u_1+u_2+\cdots+u_k=u_1\dfrac{1-q^k}{1-q}$

**Logarithme népérien : ln**

$\ln(ab)=\ln a+\ln b$ $\qquad \ln(a^n)=n\ln a$

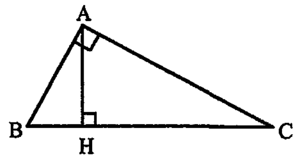
$\ln(a/b)=\ln a-\ln b$

**Equations différentielles**

$y'-ay=0 \qquad y=ke^{ax}$

**Relations métriques dans le triangle rectangle**

$AB^2+AC^2=BC^2$




$\sin\widehat{B}=\dfrac{AC}{BC}$ ; $\cos\widehat{B}=\dfrac{AB}{BC}$ ; $\tan\widehat{B}=\dfrac{AC}{AB}$

**Aires dans le plan**

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\widehat{A}$ $\qquad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : $\pi R^2$

**Aires et volumes dans l'espace**

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base $B$ et de hauteur $h$ : Volume $Bh$

Sphère de rayon $R$ :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base $B$ et de hauteur $h$ : Volume $\frac{1}{3}Bh$

**Calcul intégral**

* Relation de Chasles :

$\int_a^c f(t)\mathrm{d}t=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t+\int_b^c f(t)\mathrm{d}t$

* $\int_a^b (f+g)(t)\mathrm{d}t=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t+\int_a^b g(t)\mathrm{d}t$

* $\int_a^b kf(t)\mathrm{d}t=k\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$