BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Artisanat et Métiers d'Art
Art de la pierre

Session 2008

Épreuve Scientifique et Technique

Partie B : Mathématiques et Sciences Physiques

Durée : 2 heures — Coefficient : 2

Le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante (circulaire n°99-018 du 1/2/1999).

Les documents à rendre obligatoirement avec la copie seront agrafés par le surveillant sans indication d'identité du candidat.
Les exercices de mathématiques et de physique seront rédigés sur la même copie.

Le sujet comporte 7 pages dont :
- 1 page de garde
- 1 **page annexe à rendre obligatoirement avec la copie**
- 1 page formulaire de mathématiques

Barème :

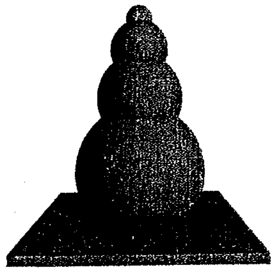
1ère partie - Mathématiques (12 points)

Exercice 1 : Géométrie	*4,5 points*	*page 2/7*
Exercice 2 : Suite numérique	*2,5 points*	*page 3/7*
Exercice 3 : Étude de fonction	*5 points*	*page 3/7*

2ème partie - Sciences physiques (8 points)

Exercice 4 : Force et pression	*2,5 points*	*page 4/7*
Exercice 5 : Statique des fluides	*2,5 points*	*page 4/7*
Exercice 6 : Chimie	*3 points*	*page 5/7*

Pour agrémenter une place publique, on veut réaliser une fontaine constituée d'un empilement de quatre éléments sphériques en pierre de Comblanchien.

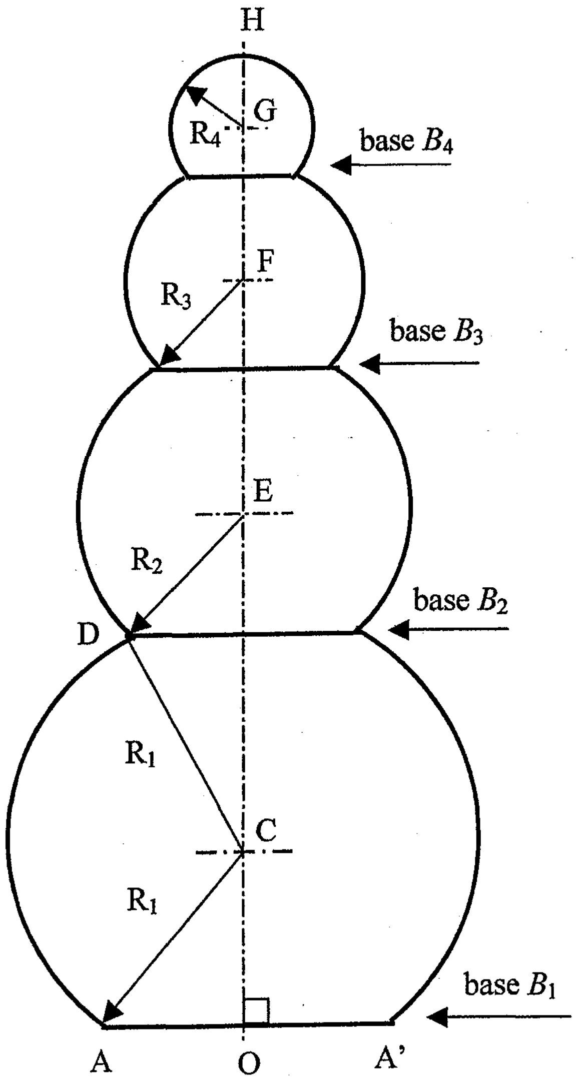


Mathématiques (12 points)

Exercice 1 : Détermination géométrique de la hauteur totale de la fontaine (4,5 points)

Données :
La base inférieure B_1 du 1[er] élément sphérique de rayon R_1 est un disque de centre O et de diamètre AA'.

$R_1 = 0{,}81$ m ; $R_2 = 0{,}54$ m ; $R_4 = 0{,}24$ m ;
$AA' = \frac{4}{3} R_1$; $EF = \frac{2}{3}$ CE ; $FG = \frac{4}{9}$ CE ;
$\widehat{CDE} = 112°$



1.1. Calculer, en mètre, la longueur du rayon OA.

1.2. Calculer, en mètre, la longueur OC. Arrondir le résultat au centième.

1.3. Calculer, en mètre, la longueur CE. Arrondir le résultat au centième.

1.4. Calculer, en mètre, les longueurs EF et FG en prenant CE = 1,13 m. Arrondir chaque valeur au centième.

1.5. Calculer, en mètre, la hauteur totale OH de la fontaine.

Exercice 2 : Suite numérique (2,5 points).

Pour réaliser le collage des éléments sphériques il faut déterminer l'aire totale A des bases B_1, B_2, B_3 et B_4.

2.1. Calculer, en m^2, l'aire A_1 du disque constituant la base inférieure B_1 de rayon 0,54 m. Arrondir le résultat au centième.

2.2. Les aires A_1, A_2, A_3 et A_4 des bases respectives B_1, B_2, B_3 et B_4 sont les premiers termes d'une suite géométrique de raison $q = \dfrac{4}{9}$.

2.2.1. Calculer, en m^2, l'aire A_4 de la base supérieure B_4. Arrondir le résultat au centième.
On prendra : $A_1 = 0{,}92\ m^2$

2.2.2. Calculer, en m^2, l'aire totale A des quatre bases B_1, B_2, B_3 et B_4.

Exercice 3 : Étude de fonctions (5 points).

3.1. Les volumes des quatre éléments sphériques sont respectivement :
$V_1 = 4R^3$ $V_2 = 1{,}2R^3$ $V_3 = 0{,}3R^3$ $V_4 = 0{,}1R^3$

Exprimer le volume total V des quatre éléments sphériques constituant cette fontaine, en fonction de R (où R est le rayon du premier élément).

3.2. On considère la fonction f définie par $f(x) = 5{,}6\,x^3$ sur l'intervalle [0 ; 1,5].

3.2.1. Déterminer la fonction dérivée f' de cette fonction f sur l'intervalle [0 ; 1,5].

3.2.2. Établir le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 1,5]

3.2.3. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f sur l'annexe (page 6/7).

3.2.4. En utilisant le repère de l'annexe (page 6/7), compléter la représentation graphique C de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 1,5].

3.3. Les courbes C_1, C_2, C_3, C_4 et C tracées sur le repère de l'annexe représentent les variations respectives des volumes V_1, V_2, V_3, V_4 et V en fonction de R.

Pour R = 1,4 m , déterminer graphiquement les volumes V_1, V_2, V_3, V_4 et V.
Laisser apparent(s) le(s) trait(s) utile(s) à la lecture.

Sciences physiques (8 points)

Pour réaliser la fontaine, la mairie, en accord avec le maître d'œuvre, a choisi une pierre de Bourgogne : le Comblanchien.
La fontaine est traversée en son centre par un tube en acier d'où jaillit l'eau.
La fontaine est posée sur une dalle de granit bleu de Lanhelin

Exercice 4 : Force et pression (2,5 points)

4.1. La pierre utilisée pour réaliser la fontaine a une masse volumique $\rho = 2\ 670\ kg/m^3$.
Le volume total V de cette pierre est égal à $2\ 974\ dm^3$.

4.1.1. Calculer, en kg, la masse m de la fontaine sans le tube d'acier.

4.1.2. Exprimer ce résultat en tonne. Arrondir le résultat au centième.

4.2. Calculer, en N, le poids P de la pierre constituant cette fontaine.
Arrondir le résultat à l'unité.

4.3. Calculer, en N/m², la pression p exercée par la fontaine sur la dalle.
Arrondir le résultat à l'unité.

Rappel : L'aire de la base inférieure B_1 est $A_1 = 0{,}92\ m^2$.

Donnée : g = 9,8 N/kg.

Exercice 5 : Statique des fluides (2,5 points)

A l'arrêt de la fontaine, le tube d'acier est rempli d'eau.

5.1. Calculer, en pascal, la différence de pression entre le point H situé à la surface libre de l'eau et le point O situé à la base de la fontaine.

Exprimer ce résultat en kilopascal. Arrondir le résultat à l'unité.

5.2. Calculer, en pascal, la pression p_O exercée au point O situé à la base de la fontaine.

En déduire la valeur minimale de la pression de l'eau au point O pour qu'elle puisse jaillir de la fontaine.

Données : $p_O - p_H = \rho g h$; $p_{\text{atmosphérique}} = 1\ 013$ hPa ;
$\rho = 1\ 000\ kg/m^3$; $g = 9{,}8$ N/kg
Hauteur totale de la fontaine OH = 3,220 m.

Exercice 6: Chimie (3 points).

Le comblanchien est une pierre calcaire formée essentiellement de calcite.

Dans les villes, les vapeurs **d'anhydride sulfureux**, composé chimique très soluble dans **l'eau,** est oxydé par le **dioxygène** de l'air pour former de **l'acide sulfurique.**

6.1. Recopier puis compléter et équilibrer la réaction chimique d'oxydation de l'anhydride sulfureux.

$$\underset{\text{Anhydride sulfureux}}{SO_2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \underset{\text{Acide sulfurique}}{H_2SO_4}$$

6.2. **L'acide sulfurique** attaque la **calcite** pour former le calcin composé chimique de **sulfate de calcium.**

La réaction chimique est donnée par l'équation chimique équilibrée suivante :

$$\underset{\substack{\text{acide}\\\text{sulfurique}}}{H_2SO_4} + \underset{\text{calcite}}{CaCO_3} \longrightarrow \underset{\substack{\text{sulfate}\\\text{de calcium}}}{CaSO_4} + \underset{\substack{\text{solution de}\\\text{dioxyde de carbone}}}{CO_2, H_2O}$$

6.2.1. Calculer, en g/mol, la masse molaire moléculaire de $CaCO_3$.

6.2.2. Calculer, en gramme, la masse m de calcite attaquée par l'acide correspondant à l'obtention de 2,1 g de sulfate de calcium. Arrondir le résultat au dixième.

Données :

$M(Ca) = 40,1$ g/mol $\quad M(O) = 16,0$ g/mol $\quad M(C) = 12,0$ g/mol

$M(CaSO_4) = 136,2$ g/mol.

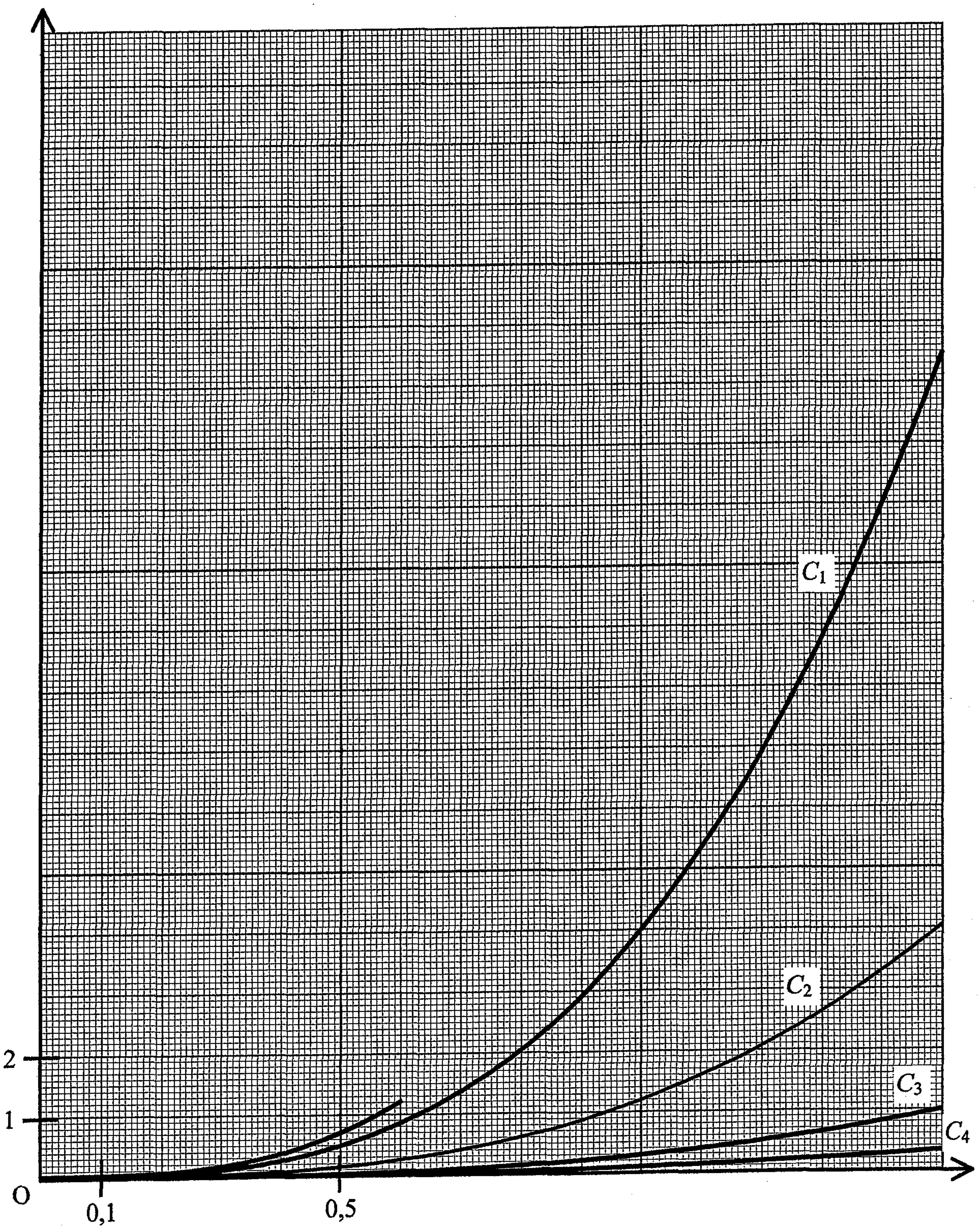
Annexe – à rendre avec la copie

Exercice 3 : Étude de fonction

3.2.3. Tableau de valeurs. Arrondir chaque valeur au dixième.

x	0,6	0,8	1	1,1	1,2	1,3	1,5
$f(x)$	1,2		5,6		9,7		18,9

3.2.4. Représentation graphique :



FORMULAIRE BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance – Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3\,x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

<u>Logarithme népérien ln</u>

$\ln(ab)$ $\qquad$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\dfrac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

<u>Equation du second degré</u> $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle.
- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

<u>Suites arithmétiques</u>

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)\,r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \dfrac{k\,(u_1 + u_k)}{2}$

<u>Suites géométriques</u>

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 \times q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1\,\dfrac{1-q^k}{1-q}$

<u>Trigonométrie</u>

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

<u>Statistiques</u>

Effectif total $N = \displaystyle\sum_{i=1}^{p} n_i$

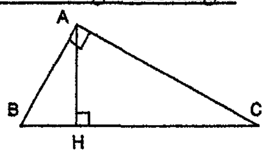
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{p} n_i\,(x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{p} n_i\,x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

<u>Relations métriques dans le triangle rectangle</u>

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin\hat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos\hat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan\hat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

<u>Résolution de triangle</u>

$\dfrac{a}{\sin\hat{A}} = \dfrac{b}{\sin\hat{B}} = \dfrac{c}{\sin\hat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\hat{A}$

<u>Aires dans le plan</u>

Triangle : $\dfrac{1}{2}\,bc \sin\hat{A}$

Trapèze : $\dfrac{1}{2}(B+b)\,h$

Disque : πR^2

<u>Aires et volumes dans l'espace</u>

- Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume $\times B \times h$
- Sphère de rayon R :

  Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\dfrac{4}{3}\pi R^3$

- Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\times \dfrac{1}{3} \times B \times h$

<u>Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace</u>

$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy'$ $\qquad$ $\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy' + zz'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\qquad$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v'} = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v'}\| \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v}\,.\,\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$