0806 AMA E STB	0806 AMA T STB

SESSION 2008

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Artisanat et métiers d'art

Options : tapissier d'ameublement et ébéniste

EPREUVE E1

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS-ÉPREUVE B1 : MATHÉMATIQUES

Unité 12

L'emploi des calculatrices est autorisé.
Circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 publiée au BO n° 42 du 25 novembre 1999.
L'échange de machines entre candidats est interdit durant la durée de l'épreuve.

Durée: 2 heures **Coefficient : 2,5**

Le dossier est composé de 9 pages :

- le sujet numéroté de la **page 1/9** à la **page 6/9** ;
- une annexe 1 **à joindre à la copie** donnée **page 7/9** ;
- une annexe 2 **à joindre à la copie** donnée **page 8/9** ;
- un formulaire de mathématiques donné **page 9/9**.

Problème 1 : (4 points)

L'analyse des ventes trimestrielles (résultats relevés en fin de trimestre) d'un modèle de meuble par une entreprise a donné, pour les 8 trimestres suivant le lancement du produit, les résultats regroupés dans le tableau ci-dessous :

Trimestre x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre de meubles vendus y_i	58	78	82	102	118	142	150	174

On réalise un ajustement affine à partir des éléments de cette série statistique.

1 - Dans le repère de l'annexe 1 page 7/9, placer les points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ correspondant aux valeurs du tableau.

Unités graphiques :

- en abscisse : 1 cm pour 1 unité
- en ordonnée : 1 cm pour 20 unités

2 - On considère que l'ajustement affine du nuage de points obtenu est réalisé par une portion de la droite (D) d'équation $y = 17x + 36{,}5$.
Dans le repère de l'annexe 1, tracer la portion de la droite (D) pour x compris entre 1 et 16.

3 - Calculer les coordonnées $(x_G ; y_G)$ du point moyen G du nuage de points.
Montrer que le point moyen G appartient à la droite (D) et placer le point G dans le repère.

4 - On prend pour hypothèse que l'évolution de la vente des meubles au delà du huitième trimestre se fait selon l'ajustement précédent.

Pour les questions suivantes, laisser apparents les traits de construction utiles aux lectures.

4.1- Par lecture graphique, déterminer une estimation du nombre de meubles que l'entreprise peut espérer vendre au cours du dixième trimestre puis au cours du seizième trimestre.

4.2 - Par lecture graphique, déterminer une estimation du trimestre au cours duquel les ventes pourraient dépasser 250 meubles.

Problème 2 : (12 points)

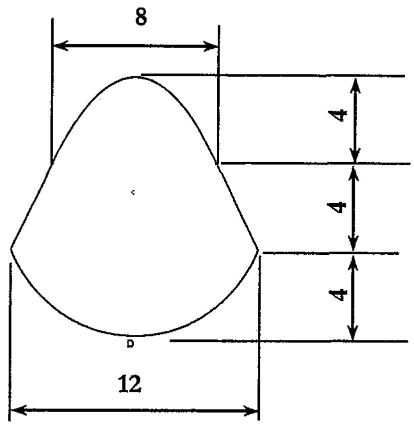
Ce problème est composé de trois parties qui peuvent être traitées séparément l'une de l'autre.

Pour l'ensemble du problème les calculs sont exigés.

Un atelier d'ébénisterie est chargé de réaliser une insertion de marqueterie sur un meuble de style contemporain.

L'allure du contour de cette insertion est représentée sur le schéma ci-contre.

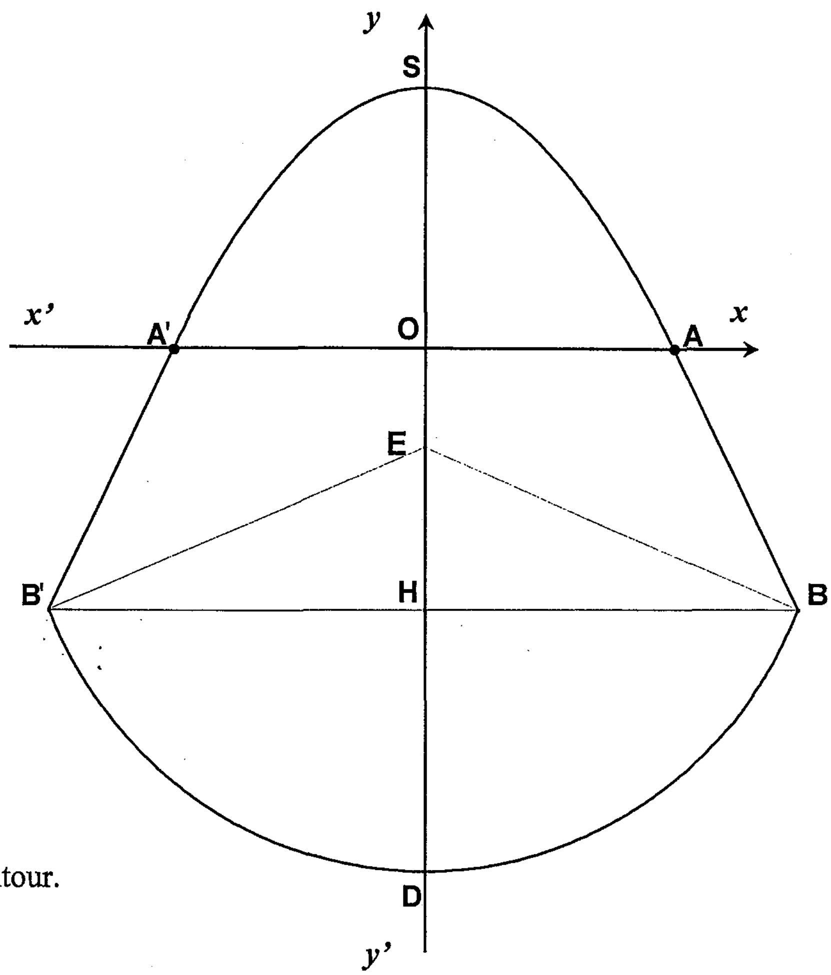
Les cotes sont exprimées en centimètre.



Afin de réaliser un tracé précis on va représenter le contour de l'insertion dans le plan rapporté à un repère orthonormal ((x'x) ; (y'y)) d'origine O comme l'indique le schéma ci-dessous.

Le contour est constitué :

- d'un arc de parabole $\widehat{A'SA}$, de sommet S situé sur $(y'y)$, et d'extrémités A et A' situées sur $(x'x)$.
- de 2 segments [AB] et [A'B'] raccordés à l'arc de parabole en A et A'.
- d'un arc de cercle $\widehat{BB'}$, passant par le point D, porté par un cercle de centre E et de rayon de longueur R = EB qu'il faudra déterminer.



- $(y'y)$ est axe de symétrie du contour.
- [BB'] est perpendiculaire en H à l'axe $(y'y)$.

Première partie : *Modélisation et tracé de l'arc de parabole* $\overset{\frown}{A'SA}$.

1 - Cet arc est une portion de parabole dont l'équation est, pour tout x de l'intervalle [-4 ;4], de la forme $y = ax^2 + c$.
Cet arc passe par les points A(4 ;0) et S(0 ;4).

1.1 - En utilisant les coordonnées du point S, justifier que la valeur du coefficient c est 4.

1.2 - En utilisant les coordonnées du point A, justifier que la valeur du coefficient a est – 0,25.

1.3 – Ecrire l'équation de l'arc de parabole $\overset{\frown}{A'SA}$.

2 - L'arc de parabole $\overset{\frown}{A'SA}$ est la représentation graphique de la fonction f de la variable réelle x définie sur l'intervalle [– 4 ; 4] par $f(x) = -0{,}25x^2 + 4$. On admet que la fonction f est paire.

2.1 - **Sur l'annexe 2 page 8/9** compléter le tableau de valeurs de la fonction f pour x appartenant à l'intervalle [0 ; 4]. Arrondir les valeurs au dixième.

2.2 – On rappelle que sur l'intervalle [0 ;4] la fonction f est décroissante.
Dans le repère de **l'annexe 2,** d'unité graphique le centimètre, tracer l'arc $\overset{\frown}{SA}$.

2.3 - Par symétrie terminer le tracé de l'arc de parabole $\overset{\frown}{A'SA}$.

Deuxième partie : *Raccordement des segments* [AB] *et* [A'B'] *à l'arc de parabole* $\overset{\frown}{A'SA}$.

1 - Le segment [AB] a pour extrémités les points A (4 ; 0) et B (6 ; – 4).

1.1 - Dans le repère de **l'annexe 2,** placer le point B puis tracer le segment [AB].

1.2 - Par symétrie d'axe $(y'y)$ tracer le segment [A'B'].

2 – Soit f' la fonction dérivée de la fonction f définie, dans la première partie, par l'expression

$$f(x) = -0{,}25x^2 + 4.$$

2.1 - Déterminer l'expression de $f'(x)$.

2.2 - Calculer $f'(4)$.

2.3 – On admet que la droite (AB) a pour équation $y = -2x + 8$.
Justifier que la droite (AB) est tangente à l'arc de parabole au point A.

Troisième partie : *Détermination du centre* E *et du rayon* R *du cercle portant l'arc* $\overset{\frown}{BB'}$ *; tracé de l'arc de cercle* $\overset{\frown}{BB'}$.

1 - En rédigeant une phrase, justifier que le point E, centre du cercle portant l'arc $\overset{\frown}{BB'}$ se situe sur l'axe $(y'y)$.

2 - Les coordonnées du point D sont (0 ; – 8).

2.1 - Dans le repère de **l'annexe 2,** placer le point D et tracer le segment [BD].

2.2 - On note K le milieu du segment [BD] ; justifier que K a pour coordonnées (3 ; – 6).
Placer le point K dans le repère.

2.3 – En justifiant la réponse, décrire une construction géométrique simple permettant d'obtenir le point E. Construire le point E et tracer l'arc de cercle $\overset{\frown}{BB'}$.

2.4 - A partir de la construction faite, avec la précision permise par le graphique, indiquer les coordonnées du point E.

3- On veut vérifier par le calcul la valeur de l'ordonnée y_E du point E.

3.1 - Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BD}$.

3.2 - En fonction de y_E, les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{KE}$ sont $(-3 ; y_E + 6)$.
Ecrire en fonction de y_E l'expression du produit scalaire $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{KE}$.

3.3 - Les vecteurs $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{KE}$ sont orthogonaux ; indiquer quelle doit être alors la valeur du produit scalaire $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{KE}$; en déduire que $y_E = -1,5$.

4 – Calculer $\|\overrightarrow{EB}\|$ en utilisant les coordonnées du point E.
En déduire la longueur R du rayon [EB].

5 - Pour contrôler la précision du tracé, on peut calculer, en degré, la valeur de l'angle $\widehat{BEB'}$.

5.1 - Dans le repère de **l'annexe 2**, placer le point H de coordonnées (0 ; – 4).
Calculer la valeur de l'angle $\widehat{BEH}$ en utilisant une des relations trigonométriques dans le triangle rectangle BHE. Arrondir la valeur au dixième.

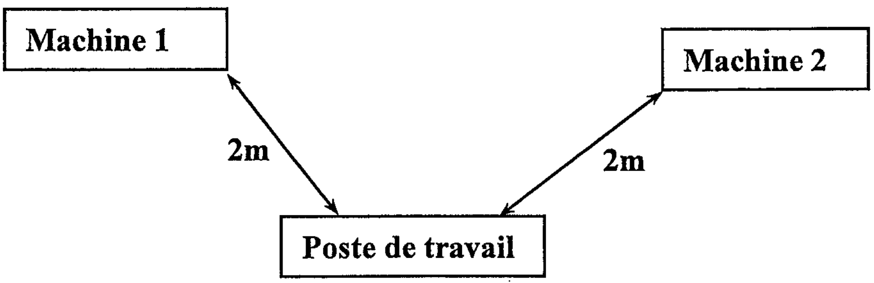
5.2 - En déduire la valeur de l'angle $\widehat{BEB'}$. Arrondir la valeur à l'unité.

5.3 - A l'aide du rapporteur mesurer l'angle $\widehat{BEB'}$ sur la figure réalisée à **l'annexe 2.**
Comparer le résultat de la mesure à celui de la question **5.2.** Conclure.

Problème 3 : (4 points)

Un atelier déjà équipé d'une dégauchisseuse (machine 1) doit accueillir prochainement une raboteuse (machine 2). Ces deux machines seront situées chacune à 2m d'un poste de travail.

Un technicien est chargé d'estimer le niveau sonore résultant de cette installation et de s'assurer qu'il ne dépassera pas le seuil légal au niveau du poste de travail.



Le son produit par une machine en fonctionnement est caractérisé par son *intensité acoustique* I qui s'exprime en W / m^2.

Le son perçu par l'oreille est caractérisé par le *niveau d'intensité sonore* L, exprimé en décibel (dB) et mesuré à l'aide d'un sonomètre.

Le niveau d'intensité sonore L perçu pour une intensité acoustique I reçue est donné par la relation

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

dans laquelle I_0 représente le seuil minimum de perception et **log** la fonction logarithme décimal ;
$I_0 = 10^{-12}$ W/m^2

1 - Sur la notice technique de la machine 2, il est indiqué que, lors du fonctionnement, l'intensité acoustique produite à 2 m est $I_2 = 2.10^{-4}$ W/m^2.

Calculer, en dB, le niveau d'intensité sonore L_2 qui sera perçu au poste de travail lorsque la machine 2 seule sera en fonctionnement. Arrondir la valeur à l'unité.

2 - La mesure au poste de travail à l'aide du sonomètre du niveau sonore L_1 dû à la machine 1 seule en fonctionnement a donné le résultat suivant : $L_1 = 80$ dB.

2.1 - Montrer que l'intensité acoustique I_1 due à cette machine 1 peut s'écrire $I_1 = 10^{8} I_0$.

2.2 - Calculer I_1.

3 - Lorsque des sons sont émis par plusieurs sources, au niveau de la perception, ce sont les intensités acoustiques I qui s'ajoutent.

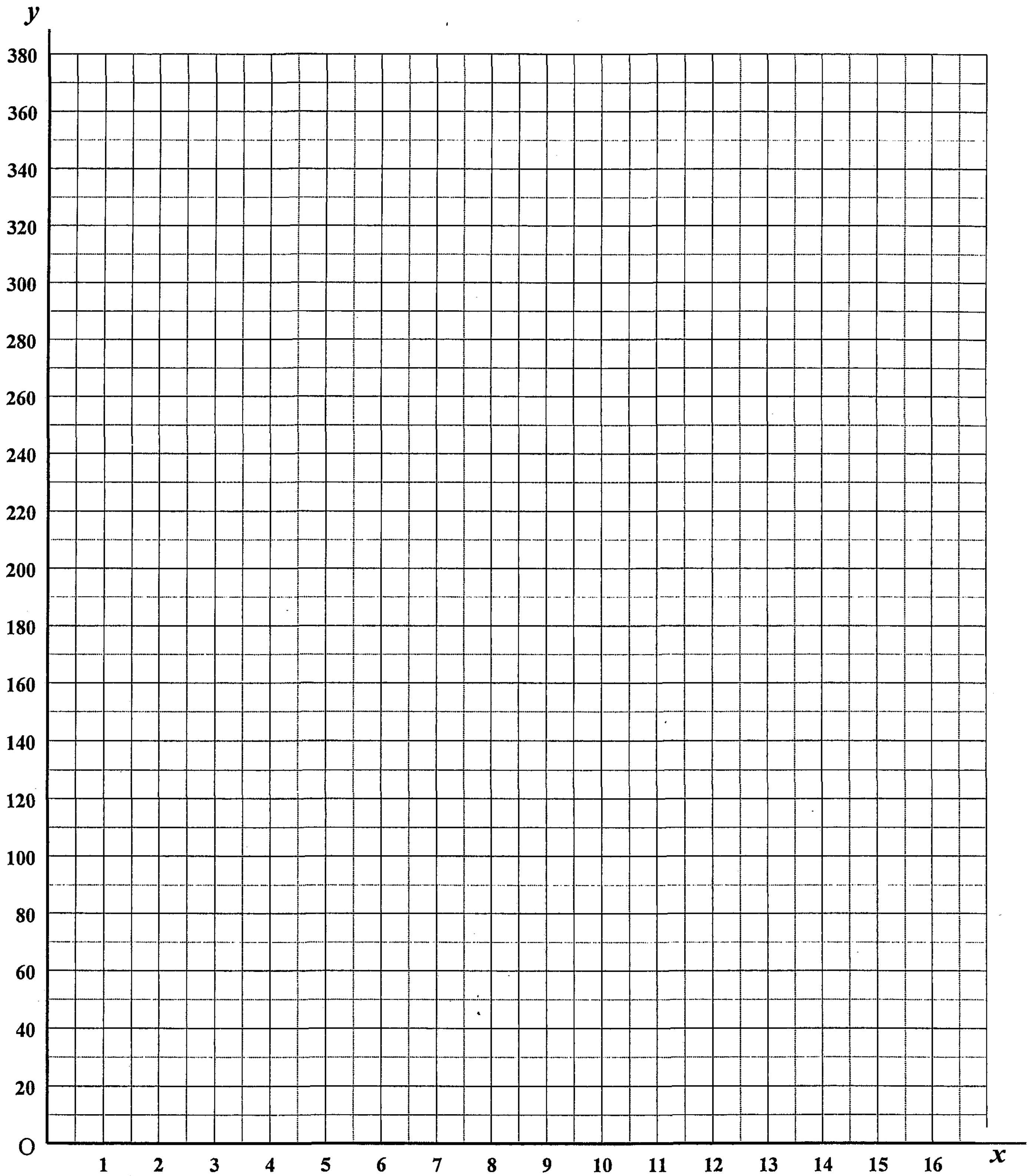
3.1 - Calculer l'intensité acoustique totale I_t reçue au poste de travail si les deux machines sont ensemble en fonctionnement.

3.2 - En déduire le niveau sonore résultant L_t au poste de travail.
Arrondir la valeur au dixième.

3.3 - Le seuil maximum autorisé pour des conditions de travail sans protection sonore est fixé à 85 dB.
En rédigeant une phrase complète et correcte, indiquer si les conditions de travail seront ou non respectées.

ANNEXE 1 (à joindre à la copie)

Problème 1 ; question 1.



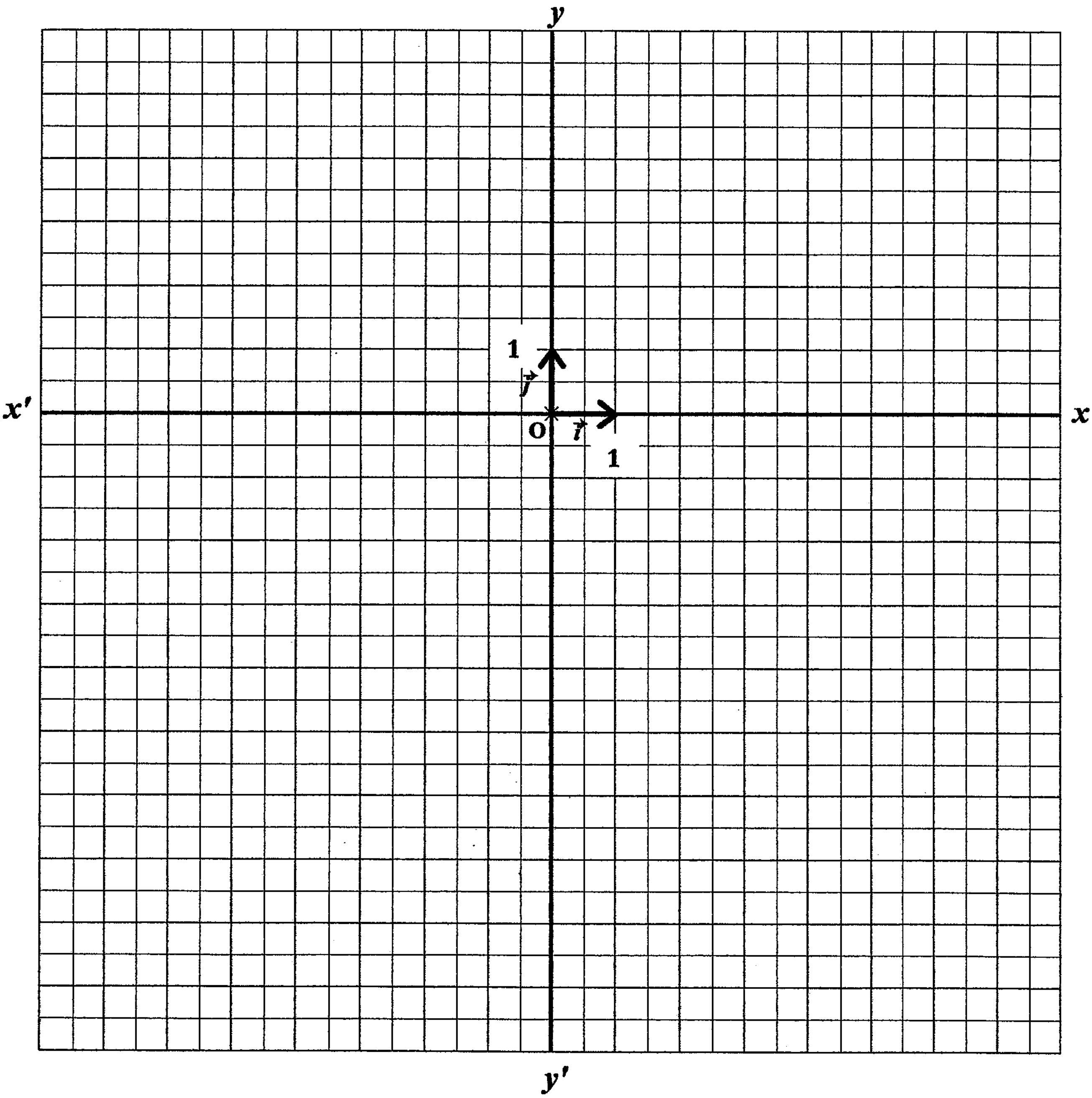
ANNEXE 2 (à joindre à la copie)

Problème 2.

Tableau de valeurs : $f(x) = -0{,}25x^2 + 4$; valeurs de $f(x)$ arrondies au dixième.

Valeurs de x	0	0,5	1	1,5	2	3	4
Valeurs de $f(x)$	4	3,9			3		0

Tracé du contour de l'insertion :



FORMULAIRE DE MATHEMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL.
Secteur industriel : Artisanat - Bâtiment - Maintenance - Productique (Arrêté du 9 mai 1995 - BO Spécial N°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$au(x)$	$au'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\quad$ $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré : $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle
- Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suite arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r
Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$
Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

Suite géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q
Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$
Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$
$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$
$\quad = 1 - 2\sin^2 a$
$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

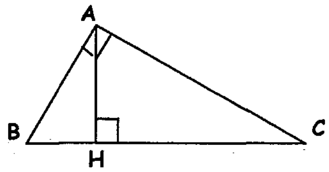
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B + b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

- Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh
- Sphère de rayon R :

Aire $= 4\pi R^2$ $\quad$ Volume $= \frac{4}{3}\pi R^3$

- Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $= \frac{1}{3}$ Bh

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy'$ $\quad$ $\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy' + zz'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\quad$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$ $\quad$ $\vec{v}.\vec{v'} = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v'}\| \cos\left(\vec{v}, \vec{v'}\right)$

$\vec{v}.\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$