

**BACCALAUREAT PROFESSIONNEL**  
**Technicien de scierie**  
**Technicien fabrication bois et matériaux associés**  
**MATHEMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES**

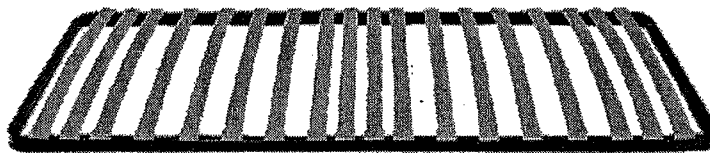
Coefficient : 2

Durée : 2 heures

*L'usage des calculatrices est autorisé dans les conditions prévues par la circulaire 99-186 du 16/11/99*

**MATHEMATIQUES (15 points)**

Une entreprise confectionne des lattes en hêtre pour des sommiers.

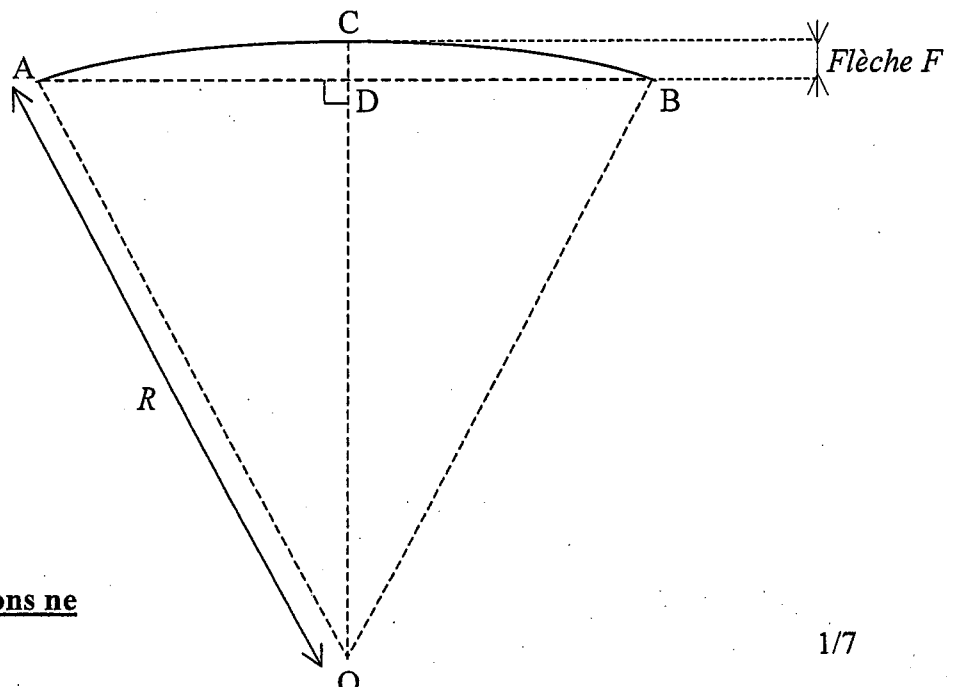


Sommier 18 lattes



Latte en hêtre multiplis cintré

Pour la suite du problème, on utilisera la représentation d'une latte AB ci-dessous :



**Sur le dessin les proportions ne sont pas respectées.**

Dans ce problème, on considère que  $\widehat{ACB}$  peut être représenté par un arc de cercle de rayon  $R$ .  
On note  $F$  la flèche, c'est-à-dire la longueur  $CD$ .

On se propose de déterminer  $F$  de trois manières différentes.

On donne  $AD = DB = 30$  cm.

### Partie 1 – Détermination géométrique de $F$ (1,5 points)

Dans cette question, on prend  $R = 300$  cm.

1.1 Calculer la distance  $OD$ . Arrondir au dixième.

1.2 En déduire la flèche  $F$ , c'est-à-dire la distance  $CD$ .

### Partie 2 – Détermination de $F$ par un calcul littéral (3,5 points)

On démontre qu'il existe une relation entre le rayon  $R$  du cercle et la flèche  $F$ .

Cette formule est donnée par :

$$R = \frac{F}{2} + \frac{450}{F}$$

On étudie le cas où  $R = 300$

2.1 Vérifier que cette formule peut s'écrire de la manière suivante :

$$F^2 - 600F + 900 = 0$$

2.2 Résoudre l'équation  $x^2 - 600x + 900 = 0$

2.3 En déduire la valeur de  $F$ , arrondie au dixième.

### Partie 3 – Détermination graphique de $F$ (7 points)

On définit la fonction  $f$  sur  $[1 ; 4]$  par  $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{450}{x}$ .

3.1 Soit  $f'$  la dérivée de la fonction  $f$ . Déterminer  $f'(x)$ .

3.2 Vérifier que  $f'(x)$  peut s'écrire sous la forme  $\frac{(x-30)(x+30)}{2x^2}$ .

3.3 Compléter le tableau de variation donné en annexe 1.

- 3.4 Compléter le tableau de valeurs de la fonction  $f$ , donné en annexe 1.
- 3.5 Tracer la courbe C représentative de la fonction  $f$ , dans le repère donné en annexe 1.
- 3.6 Retrouver graphiquement la valeur de la flèche lorsque le rayon  $R$  mesure 300. Laisser apparents les traits de lecture.

#### Partie 4 – Statistiques (3 points)

Au cours de la fabrication, l'entreprise mesure la coté AB sur un échantillon de 212 lattes. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Mesure de AB	Effectif $n_i$
[59,55 ; 59,65 [	7
[59,65 ; 59,75 [	16
[59,75 ; 59,85 [	31
[59,85 ; 59,95 [	36
[59,95 ; 60,05 [	38
[60,05 ; 60,15 [	37
[60,15 ; 60,25 [	25
[60,25 ; 60,35 [	14
[60,35 ; 60,45 [	8

- 4.1 Représenter l'histogramme dans le repère de la figure 1, de l'annexe 2.
- 4.2 Ce tableau statistique permet de calculer la moyenne et l'écart-type de cet échantillon :

$$\bar{x}_1 = 60,0 \text{ cm}$$

$$\sigma_1 = 0,20 \text{ cm}$$

Ces indicateurs n'étant pas conforme au cahier des charges établi par le service qualité, la production est arrêtée pour effectuer un réglage des machines-outils.

A l'issue du réglage, un nouvel échantillon de 212 lattes est alors prélevé, dans le but d'observer l'évolution de la qualité de la production. La nouvelle moyenne et le nouvel écart-type sont :

$$\bar{x}_2 = 60,0 \text{ cm}$$

$$\sigma_2 = 0,11 \text{ cm}$$

- 4.2.1 A partir de ces indicateurs statistiques, indiquer si le nouveau réglage des machines est meilleur que le réglage initial.
- 4.2.2 Parmi les deux histogrammes des figures 2 et 3 de l'annexe 2, indiquer celui qui correspond au second relevé statistique. Justifier votre réponse.

## SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

Formulaire avec le système international :

$$\omega = 2\pi N$$

$$V = \omega R$$

### Exercice 1 Une machine d'usinage

Une machine à commande numérique utilise un outil au carbure de tungstène.

Les caractéristiques de l'outil sont :

- nombre de dents  $Z = 2$
- diamètre  $D = 20 \text{ mm}$
- fréquence de rotation  $N = 18\,000 \text{ tr/min}$

Les contraintes d'usinage sont les suivantes :

- la vitesse de coupe de l'outil doit être comprise entre 15 m/s et 20 m/s,
- la vitesse d'avance de l'outil doit être comprise entre 1,5 m/min et 6 m/min pour obtenir un aspect finition de la surface de coupe.

#### 1. Calcul des vitesses

- 1.1. Calculer :
- a) la fréquence de rotation de l'outil en tr/s ;
  - b) sa vitesse angulaire, arrondie à 10 rad/s ;
  - c) la vitesse de coupe en m/s.

- 1.2. Le pas d'usinage (avance par tour par dent) est réglé à 0,1 mm.

Calculer la vitesse d'avance de l'outil à l'aide de la formule :

$$V = \frac{f_z \times N \times Z}{1000}$$

avec  $V$  : vitesse d'avance en m/min

$f_z$  : pas d'usinage en mm

$N$  : fréquence de rotation en tr/min

$Z$  : nombre de dents de coupe

#### 2. Respect des contraintes

La vitesse de coupe est 18,85 m/s et la vitesse d'avance est 3,6 m/min.

Les contraintes sont-elles respectées ?

### Exercice 2 Etuvage du bois

L'étuvage du bois est un traitement thermique qui rend le bois plus souple. Il peut être utilisé pour le cintrage.

Un modèle d'étuve utilise la combustion du propane pour chauffer de l'eau et produire la vapeur d'eau nécessaire à cette opération. Au cours d'une opération d'étuvage, l'appareil consomme 2 200 g de propane.

1. Le propane a pour formule brute  $C_3H_8$ .

1.1. Ecrire sa formule développée.

1.2. Calculer sa masse molaire.

Données :  $M(H) = 1 \text{ g/mol}$ ,  $M(C) = 12 \text{ g/mol}$ .

2. La combustion complète du propane avec le dioxygène  $O_2$  de l'air produit du dioxyde de carbone  $CO_2$  et de l'eau  $H_2O$ .

Écrire et équilibrer l'équation bilan de la réaction de combustion.

3. Le pouvoir calorifique du propane est de 2 219 kJ/mol.

3.1. Calculer le nombre de moles de propane consommé au cours de l'opération d'étuvage.

3.2. Calculer, en kJ, l'énergie thermique fournie par cette combustion.

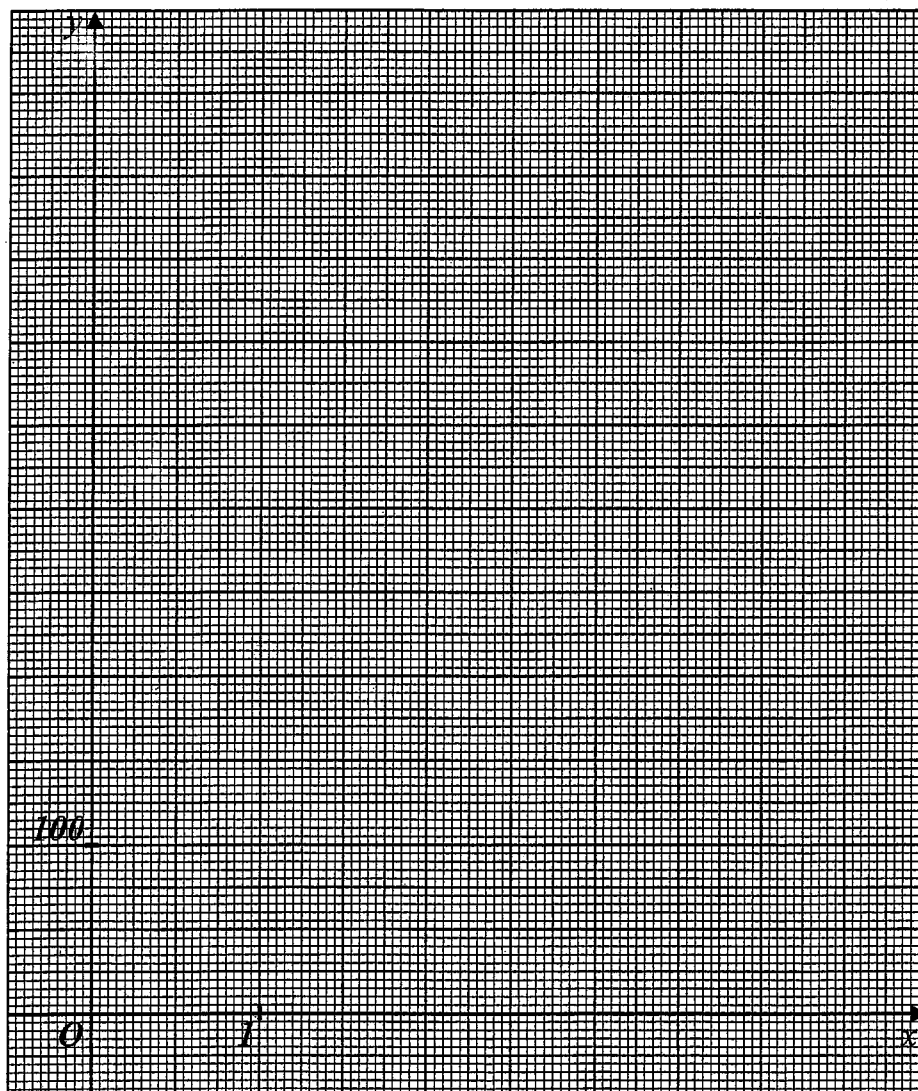
# ANNEXE 1 – à rendre avec la copie

Tableau de variation de  $f$

$x$	1	4
Signe de $f'(x)$		
Variation de $f$		

Tableau de valeurs de la fonction  $f$  (arrondies à l'unité)

$x$	1	1,2	1,4	1,8	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$	451				226	181	152	130	115



# ANNEXE 2 – à rendre avec la copie

Figure 1

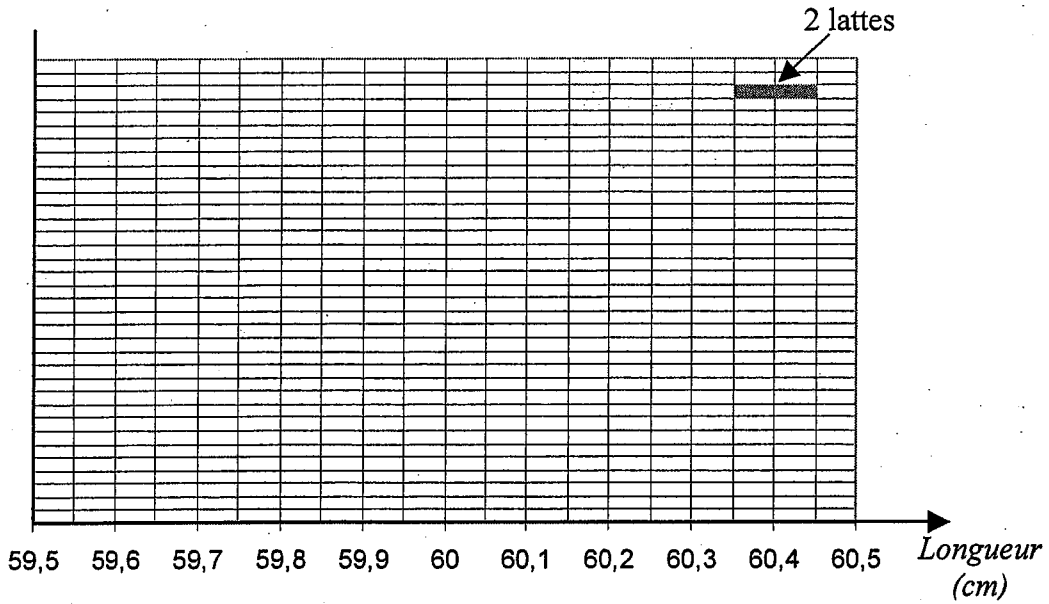


Figure 2

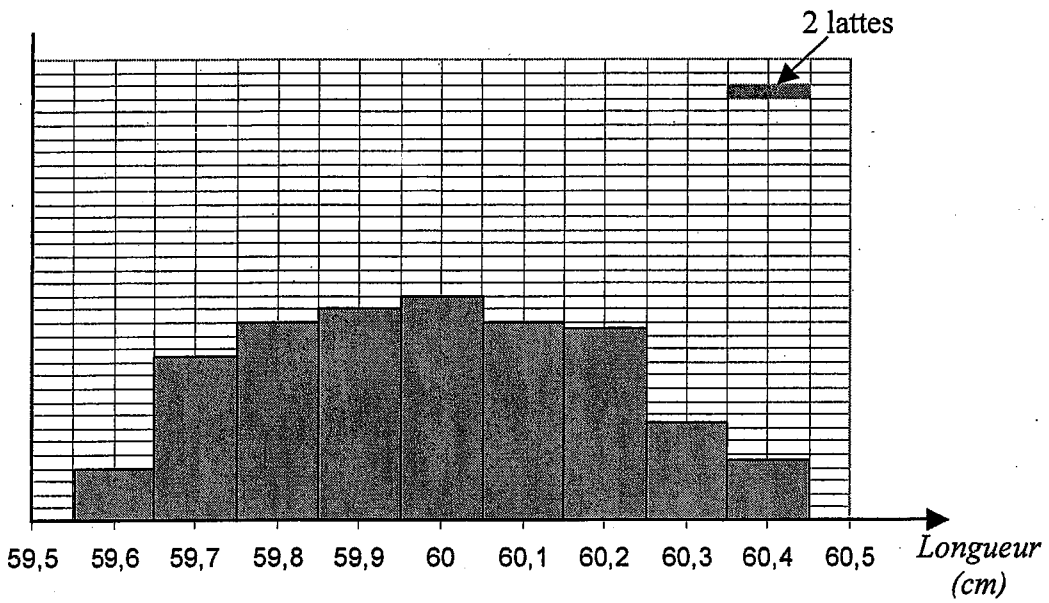
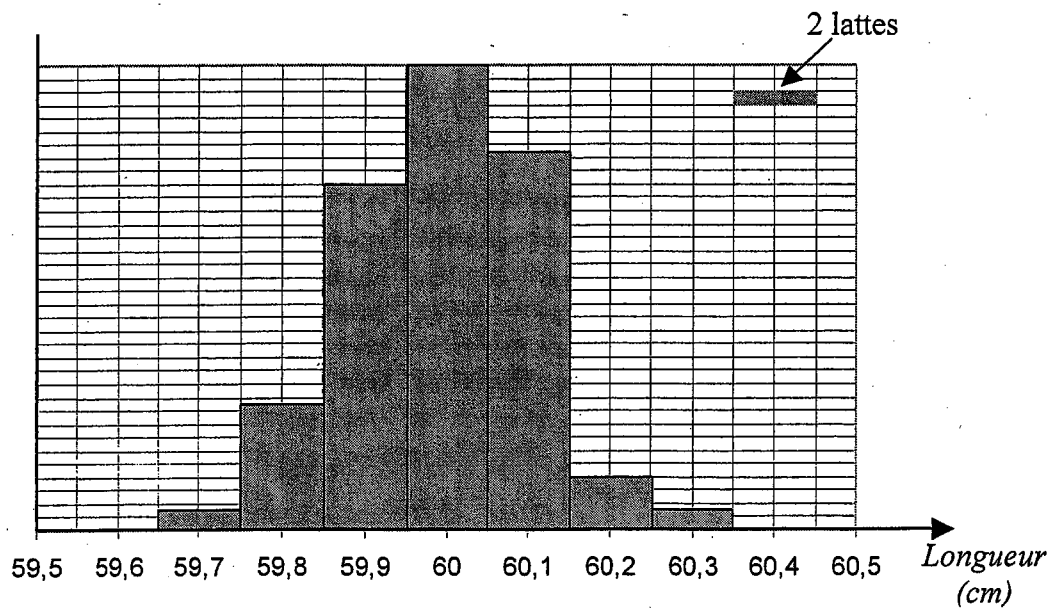


Figure 3



**FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL**  
**Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique**

<u>Fonction <math>f</math></u>	<u>Dérivée <math>f'</math></u>
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	$a$
$x^2$	$2x$
$x^3$	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a u(x)$	$a u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$        $\ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré  $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si  $\Delta > 0$ , deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$  et  $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si  $\Delta = 0$ , une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si  $\Delta < 0$ , aucune solution réelle

Si  $\Delta \geq 0$ ,  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 :  $u_1$  et raison  $r$

Terme de rang  $n$  :  $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des  $k$  premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 :  $u_1$  et raison  $q$

Terme de rang  $n$  :  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

Somme des  $k$  premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$

$= 1 - 2 \sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total  $N = \sum_{i=1}^p n_i$

Moyenne  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$

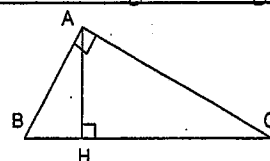
Variance

$V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type  $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$  ;  $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$  ;  $\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$

$R$  : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle :  $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze :  $\frac{1}{2} (B + b)h$

Disque :  $\pi R^2$

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base  $B$  et de hauteur  $h$  : Volume  $Bh$

Sphère de rayon  $R$  :

Aire :  $4\pi R^2$       Volume :  $\frac{4}{3} \pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base  $B$  et de hauteur  $h$  : Volume  $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si  $\vec{v} \neq \vec{0}$  et  $\vec{v}' \neq \vec{0}$  :

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0$  si et seulement si  $\vec{v} \perp \vec{v}'$