BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

MICROTECHNIQUES

SESSION DE JUIN 2008

ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE E 1
SOUS-ÉPREUVE A 1 - UNITÉ 11
MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 9 pages dont une page de garde et une page "formulaire de mathématiques " (page 2/9).
Les documents annexes à rendre avec la copie seront agrafés par le surveillant sans indication de l'identité du candidat.
Les exercices de mathématiques et de sciences physiques seront rédigés sur la même copie.

Tous les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre différent, à condition de respecter la numérotation.

Barème :

- **Mathématiques : 15 points**
- **Sciences physiques : 5 points.**

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 x 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.
L'échange des calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit.
(circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999)

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\quad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

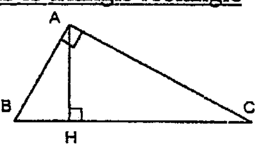
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\quad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v'} = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v'} \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v'} = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v'}\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v'})$

$\vec{v}.\vec{v'} = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v'}$

MATHÉMATIQUES (15 points)

EXERCICE I - Disque de frein avant d'une moto (10 points)

Les parties A et B sont indépendantes.

Dans tout l'exercice l'unité de longueur est le centimètre.

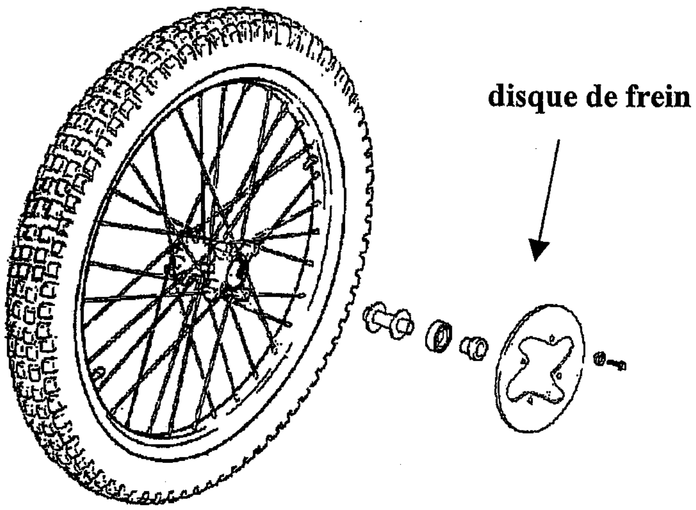


figure1

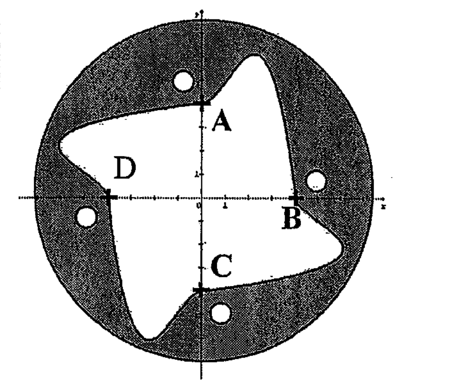


figure 2 : schéma du disque

En vue de programmer l'usinage du disque de frein (figure 1) sur une machine à commande numérique, le contour de l'évidement a été modélisé.

Le modèle est constitué par la courbe ABCDA (figure 2).

L'objectif est d'obtenir le contour de l'évidement en complétant la représentation graphique proposée dans le plan rapporté au repère figurant sur **l'annexe 2 à rendre avec la copie,** en traçant :

- la partie manquante entre A et B,
- puis, par symétrie centrale, la partie manquante entre C et D.

Partie A : Détermination d'une fonction

La fonction f est définie sur l'intervalle [0 ; 4] par :

$$f(x) = -\frac{3}{8}x^3 + \frac{5}{4}x^2 + a \text{ où } a \text{ un nombre réel.}$$

1. Sachant que la courbe représentative de la fonction f dans le repère de **l'annexe 2** passe par le point A (0 ; 4), déterminer la valeur a.

2. En déduire l'expression de $f(x)$.

3. Vérifier par le calcul que la représentation graphique de la fonction f passe par le point B (4 ; 0).

Partie B : Étude de fonction

Dans cette partie, on admet que l'arc de courbe AB est la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 4] par $f(x) = -0{,}375x^3 + 1{,}25x^2 + 4$.

1. Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.

2. Résoudre dans l'intervalle [0 ; 4] l'équation : $-1{,}125x^2 + 2{,}5x = 0$.
   La solution strictement positive de cette équation est notée α. Donner la valeur arrondie au dixième de α.

3. On admet que le signe de $f'(x)$ est donné par le tableau ci-dessous :

x	0		α		4
Signe de $f'(x)$		+	0	-	

   Compléter le tableau de variation de la fonction f figurant sur **l'annexe 1 à rendre avec la copie.**

4. Calculer, arrondie au dixième, la valeur de $f(2{,}2)$. On prendra cette valeur comme valeur approchée de $f(\alpha)$.

5. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f figurant sur **l'annexe 1** (arrondir les valeurs au dixième).

6. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté au repère de **l'annexe 2**, où le point de coordonnées $(\alpha, f(\alpha))$ est déjà placé.

Partie C : Tracé du contour de l'évidement

On rappelle que l'arc de courbe CD est le symétrique de l'arc de courbe AB par une symétrie centrale de centre O.
Construire l'arc CD dans le plan rapporté au repère de **l'annexe 2.**

EXERCICE II – Étude de la progression d'une fabrication (5 points)

Des disques non évidés sont commandés à une entreprise de sous-traitance. Celle-ci s'engage à fabriquer au moins 52 000 pièces sur un an, en produisant 4 000 pièces le premier mois et en augmentant sa production de 80 pièces chaque mois.

1. Calcul de nombres de pièces fabriquées

Calculer le nombre de pièces fabriquées :

a) le deuxième mois,

b) le quatrième mois.

2. Étude d'une suite

On note u_n le terme général d'une suite arithmétique de premier terme $u_1 = 4\,000$ et de raison $r = 80$.

a) Exprimer u_n en fonction de n en utilisant les valeurs de u_1 et de r.

b) Montrer que la somme des n premiers termes de la suite est : $S_n = 40n^2 + 3960n$.

3. Exploitation

On admet que la valeur de u_n représente le nombre de pièces fabriquées au cours du $n^{\text{ème}}$ mois.

Si la fabrication augmente effectivement de 80 pièces chaque mois, l'engagement pris par l'entreprise de fabriquer au moins 52 000 pièces en un an est-il respecté ?

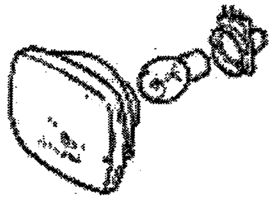
Justifier la réponse par un calcul.

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

EXERCICE III - Phare avant d'une moto (2,5 points)

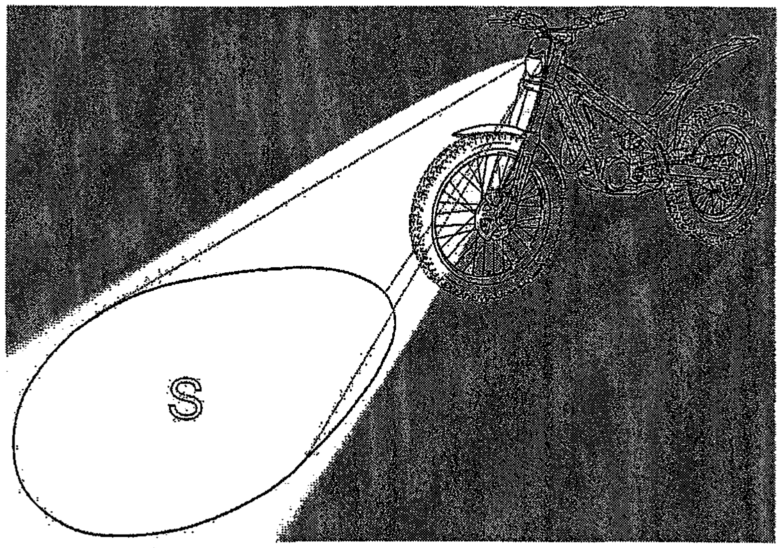
1. L'ampoule du phare avant d'une moto a les caractéristiques suivantes :

Ampoule à casquette : 12V/35W
Rendement énergétique : 60 %



Calculer le flux énergetique Φ_E émis par cette ampoule.

2. La forme du phare permet d'obtenir un flux lumineux Φ_L de 12 000 lumens sur une surface S d'aire égale à 16 m².



a) Calculer l'éclairement E de la surface S.

b) L'éclairement est estimé suffisant s'il correspond à celui d'un grand magasin.
En utilisant les valeurs d'éclairement données ci-dessous, expliquer si l'éclairement du phare semble suffisant.

Formulaire de photométrie :	**Quelques valeurs d'éclairement** :
$K = \frac{\Phi_L}{\Phi_E}$ $E = \frac{\Phi_L}{S}$ $\rho = \frac{\Phi_E}{P}$ $\eta = \frac{\Phi_L}{P}$	Plein soleil : 100 000 lux
avec K : efficacité lumineuse en lm/W	Ciel couvert : 25 000 lux
Φ_L : flux lumineux en lm	Stdio ciné-TV : 20 000 lux
Φ_E : flux énergétique en W	Grand magasin : 500 à 700 lux
P : puissance électrique en W	Plan de travail : 200 à 1 000 lux
S : aire en m²	Pleine Lune : 0,2 lux
E : éclairement en lx	
ρ : rendement énergétique	
η : rendement lumineux en lm/W	

EXERCICE IV – Mouvement rectiligne uniformément accéléré d'une moto (2,5 points)

Une moto, animée d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré, atteint, départ arrêté, la vitesse de 100 km/h sur une distance de 150 m.
On cherche à vérifier par le calcul le temps mis par la moto pour parcourir cette distance.

1) Calculer, en m/s^2, l'accélération a de ce mouvement. Écrire le résultat arrondi au dixième.

2) En déduire, en seconde, le temps correspondant à ce parcours. Écrire le résultat arrondi au dixième.

Formulaire de cinématique : Mouvement rectiligne uniformément varié $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ $\quad v = at + v_0$ $\quad a = \text{constante}$ $\quad v^2 - v_0^2 = 2ax$

Annexe 1 (à rendre avec la copie)

EXERCICE I

Partie B

3) Tableau de variation de la fonction f

Les valeurs de $f(0)$ et de $f(4)$ doivent figurer dans ce tableau.

x	0		α		4
Signe de $f'(x)$		…	0	…	
Variation de f	…		$f(\alpha)$		…

5) Tableau de valeurs de la fonction f

x	0	0,5	1,5	2	3	3,5	4
$f(x)$	4		5,6		5,1		0

<u>Annexe 2</u> (à rendre avec la copie)

Partie B - 6) et Partie C

Tracé du contour de l'évidement :