# BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

# MAINTENANCE DES ÉQUIPEMENTS INDUSTRIELS

**- Session 2008 -**

***

# Épreuve E 1
# Scientifique et Technique

***Sous-Épreuve E12 – Unité U 12 –***

***Mathématiques et Sciences Physiques***

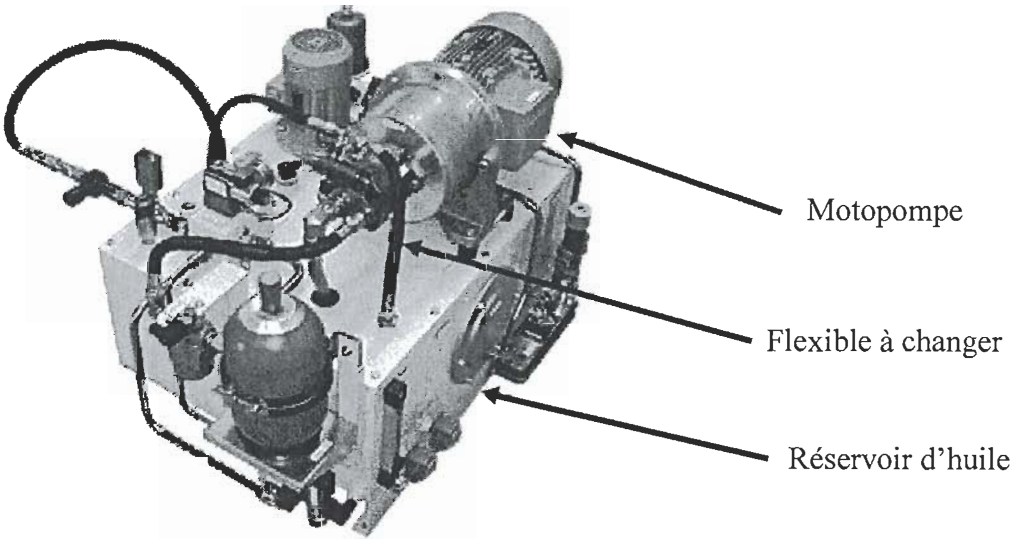
**Coefficient : 3**

**Durée : 2 heures**

***Remarque :***

* *La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction seront prises en compte à la correction.*
* *L'usage des calculatrices électroniques est autorisé.*
* *L'usage du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.*

Une société commercialise une centrale hydraulique portative qui permet de produire de l'énergie hydraulique à partir d'électricité ou d'un combustible.
Le service de maintenance de cette entreprise est intervenu, à de nombreuses reprises, pour des fuites d'huile au niveau du flexible qui relie la motopompe au réservoir d'huile (voir la photo ci-dessous).
L'étude porte sur le flexible à changer.




## SCIENCES-PHYSIQUES : (5 points)

Pour éviter les phénomènes de vibration et d'usure prématurée, il est nécessaire que l'écoulement de l'huile entre la motopompe et le réservoir soit laminaire.

1- Étude de l'écoulement de l'huile dans le flexible.

L'huile circule à une vitesse $V$ de 5 m/s dans le flexible de diamètre $D$ égal à 15 mm.

1.1 - Calculer, en $m^3/s$, le débit volumique de l'huile. Arrondir le résultat à $10^{-5}$.

1.2 - Sachant que la viscosité cinématique $\nu$ de l'huile est de $3 \times 10^{-5}$ $m^2/s$ ,

a) déterminer le nombre de Reynolds ;
b) en déduire le type d'écoulement de l'huile dans le flexible ;
c) dans ce cas, les phénomènes de vibration et d'usure prématurée existent-ils au niveau du flexible ?

2 - Suggestion d'intervention.

2.1 - Indiquer, à l'aide du formulaire, la valeur maximale du nombre de Reynolds pour que l'écoulement de l'huile soit laminaire.

2.2 - Un technicien propose d'augmenter le diamètre du flexible.
En utilisant le formulaire, indiquer deux grandeurs dont la valeur serait alors modifiée.

**Formulaire** :

$$q_v = S\,V$$

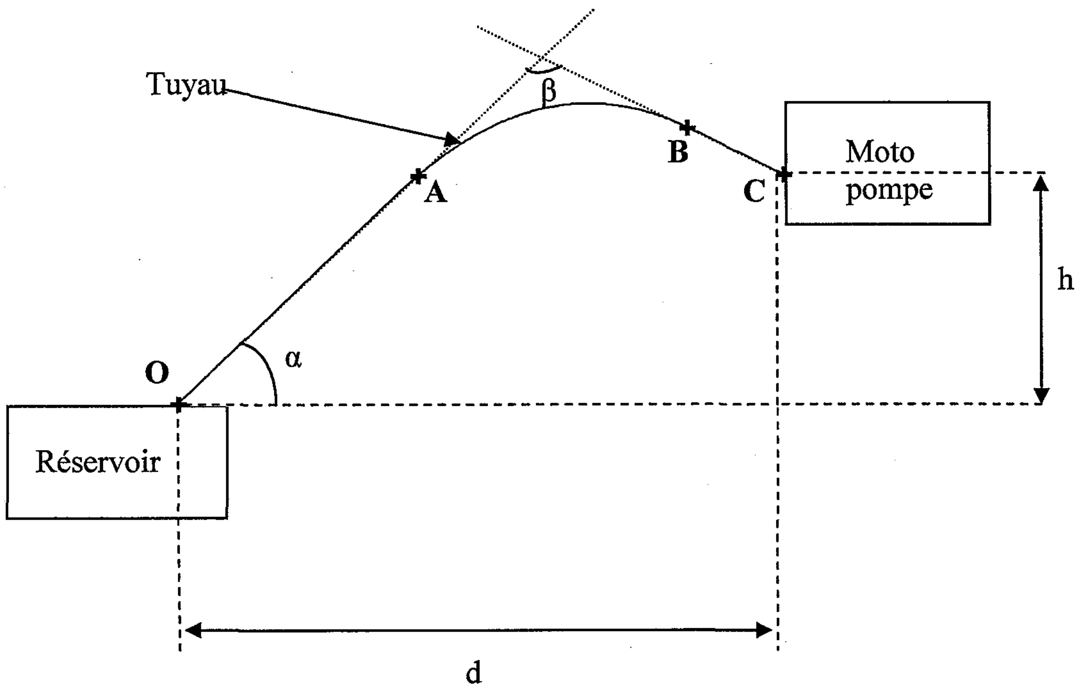
$$\mathrm{Re} = \frac{VD}{\nu} = \frac{4q_v}{\pi D \nu}$$

Types d'écoulement de l'huile : régime laminaire si $\mathrm{Re} < 1600$
régime transitoire si $1600 < \mathrm{Re} < 2300$
régime turbulent si $\mathrm{Re} > 2300$

# MATHÉMATIQUES : (15 points)

Un bureau d'étude s'est vu confier la conception d'un tuyau rigide en remplacement du flexible défectueux. Le profil du tuyau est schématisé ci-dessous.

Schéma




Le cahier des charges transmis au bureau d'étude fait apparaître trois contraintes :

Voir schéma

1 - la mesure de l'angle α formé par le tuyau avec le réservoir d'huile doit être égale à 45°.

2 - l'entrée de la motopompe se situe à une distance d = 50 cm de la sortie du réservoir et à une hauteur h = 20 cm.

3 - la mesure de l'angle β formé par les 2 parties linéaires (AO) et (BC) doit être supérieure à 100°.

L'étude va nous permettre de tracer dans l'annexe 2, à rendre avec la copie, le profil du tuyau à l'échelle $\frac{1}{4}$.

Soit la fonction $f$ définie sur l'intervalle [0 ; 50] par $f(x) = -0{,}03125x^2 + 2{,}125x - 10{,}125$.

## PARTIE 1 : TRACÉ D'UNE COURBE

L'arc $\overset{\frown}{AB}$ est une partie de la courbe représentative de la fonction $f$.

1 - Soit $f'$ la fonction dérivée de la fonction $f$. Calculer $f'(x)$.

2 - Résoudre $f'(x) = 0$.

3 - Sur l'annexe 1, à rendre avec la copie, compléter le tableau de variation de la fonction $f$.

4 -

4.1 - Sur l'annexe 1, à rendre avec la copie, compléter le tableau de valeurs de la fonction $f$.

4.2 - Dans le plan rapporté au repère de l'annexe 2, à rendre avec la copie, tracer la courbe $C_f$ représentative de la fonction $f$.

## PARTIE 2 : TRACÉ DE LA DROITE (OA)

Le point O, origine du repère dans l'annexe 2, représente la sortie du réservoir.

1 - Dans le plan rapporté au repère de l'annexe 2, à rendre avec la copie, tracer la droite $D_1$ d'équation $y = x$.

2 - À l'aide de ce tracé, indiquer si la première contrainte du cahier des charges est respectée.

3 - Afin de vérifier que la droite $D_1$ est tangente à la courbe $C_f$, on se propose de résoudre l'équation $f(x) = x$.

3.1 - Montrer que l'équation $f(x) = x$ peut s'écrire $-0,03125x^2 + 1,125x - 10,125 = 0$.

3.2 - Montrer que cette équation admet une unique solution.

3.3 - Le résultat précédent permet d'affirmer que la droite $D_1$ est tangente à la courbe $C_f$ au point A.

Calculer l'abscisse du point A, solution de l'équation $-0,03125x^2 + 1,125x - 10,125 = 0$.

## PARTIE 3 : TRACÉ DE LA DROITE (BC).

Le point C représente l'entrée de la pompe.

1 - Placer, dans le plan rapporté au repère de l'annexe 2, à rendre avec la copie, les points B(42 ; 24) et C(50 ; 20). Tracer la droite (BC).

2 - Déterminer le coefficient directeur de la droite (BC).

3 - Calculer $f'(x)$ pour $x = 42$.

4 - Justifier que la droite (BC) est tangente à la courbe $C_f$ au point B.

## PARTIE 4 : CALCUL DE L'ANGLE β

L'objectif de cette partie est de déterminer l'angle $\widehat{(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{BC})}$.

On rappelle : A(18 ; 18), B(42 ; 24) et C(50 ; 20).

On donne $\overrightarrow{AO}\begin{pmatrix}-18\\-18\end{pmatrix}$.

1 - Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{BC}$.

2 - En déduire la valeur du produit scalaire $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{BC}$ en détaillant les calculs.

3 - Calculer les normes $\|\overrightarrow{AO}\|$ et $\|\overrightarrow{BC}\|$ des vecteurs $\overrightarrow{AO}$ et $\overrightarrow{BC}$. Arrondir les résultats au centième.

4 - Pour la suite du problème, on prendra : $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{BC} = -72$, $\|\overrightarrow{AO}\| = 25,5$ et $\|\overrightarrow{BC}\| = 8,9$.

4.1 - Déterminer la valeur de cos $\widehat{(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{BC})}$. Arrondir le résultat au millième.

4.2 - En déduire une valeur de β en degré, arrondie au dixième.

5 - La troisième contrainte est-elle vérifiée ?

**ANNEXE 1 (À rendre avec la copie)**

# MATHÉMATIQUES

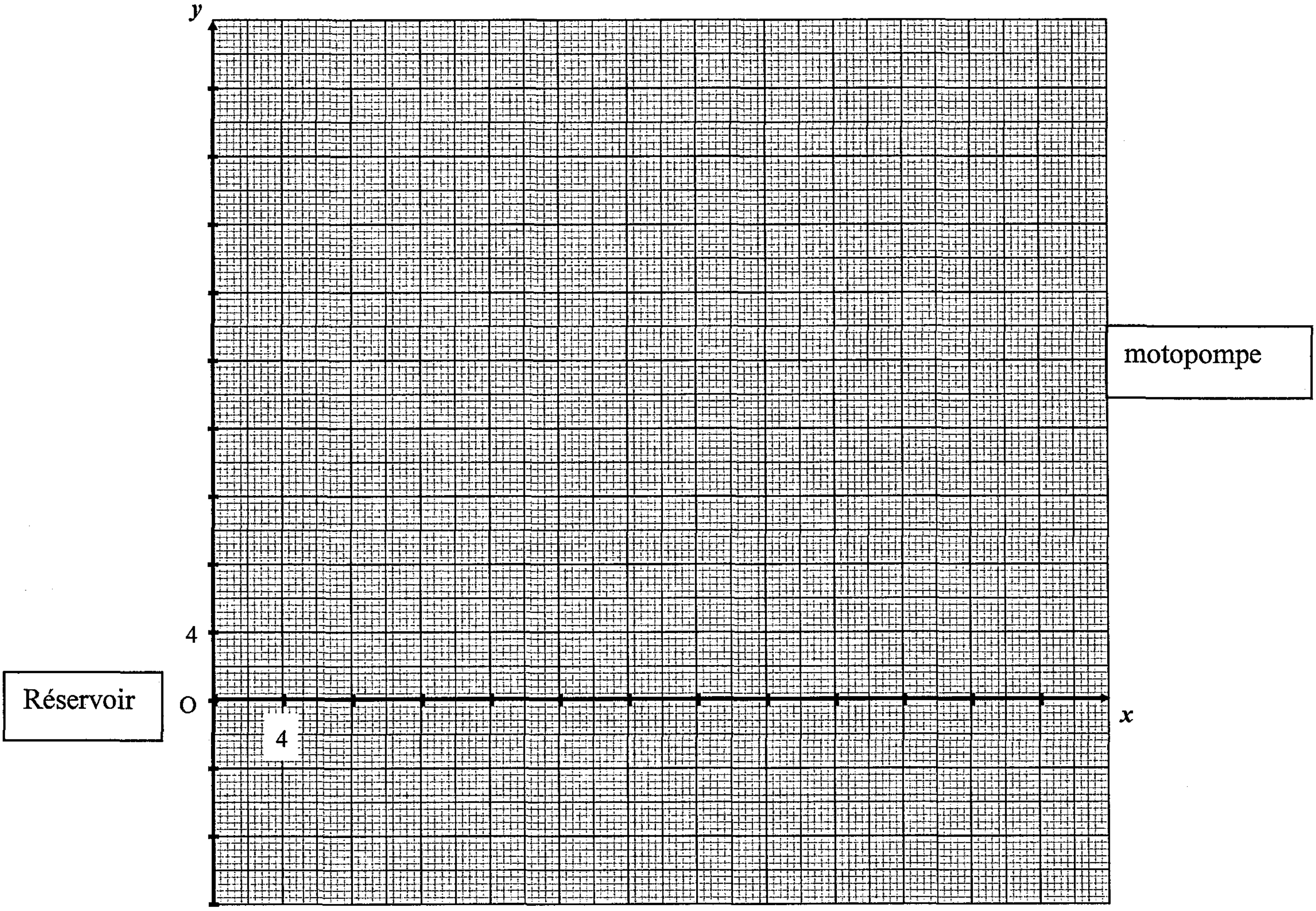
**Tableau de variation de la fonction $f$ :**

| $x$ | 0 ……. 50 |
|---|---|
| Signe de $f'(x)$ | |
| Variation de $f$ | |

**Tableau de valeurs de $f$ :**

| $x$ | 0 | 8 | 20 | 30 | 34 | 40 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Valeur de $f(x)$ | | 4,875 | 19,875 | | 26 | 24,875 | |

**ANNEXE 2 (À rendre avec la copie)**



# FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
## Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

| Fonction $f$ | Dérivée $f'$ |
|---|---|
| $f(x)$ | $f'(x)$ |
| $ax+b$ | $a$ |
| $x^2$ | $2x$ |
| $x^3$ | $3x^2$ |
| $\frac{1}{x}$ | $-\frac{1}{x^2}$ |
| $u(x)+v(x)$ | $u'(x)+v'(x)$ |
| $a\,u(x)$ | $a\,u'(x)$ |

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : $u_1$ et raison $r$

Terme de rang $n$ : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des $k$ premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : $u_1$ et raison $q$

Terme de rang $n$ : $u_n = u_1 . q^{n-1}$

Somme des $k$ premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

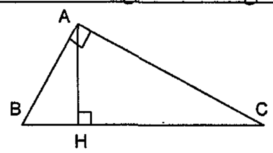
Variance

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$




$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$ ; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$ ; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$$

$R$ : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : $\pi R^2$

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base $B$ et de hauteur $h$ : Volume $Bh$

Sphère de rayon $R$ :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base $B$ et de hauteur $h$ : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

| | |
|---|---|
| $\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$ | $\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$ |
| $\Vert\vec{v}\Vert = \sqrt{x^2+y^2}$ | $\Vert\vec{v}\Vert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ |

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$ :

$\vec{v}.\vec{v}' = \Vert\vec{v}\Vert \times \Vert\vec{v}'\Vert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$