BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL AÉRONAUTIQUE
- mécanicien, systèmes - cellule
- mécanicien, systèmes – avionique

0806-AER ST B

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL TECHNICIEN AÉROSTRUCTURE 0806-TA ST 11

ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Coefficient : 2 **Durée : 2 heures**

Dans cette épreuve, l'usage des calculatrices est autorisé dans les conditions définies par la circulaire 99-186 du 16/11/99.

MATHÉMATIQUES (15 points)

EXERCICE 1 : (7 points)

Dans un laboratoire de mesures, deux tests sont réalisés sur huit pièces en acier faiblement allié :

- un essai de traction où on teste la résistance à la rupture R_m en méga pascal (10^6 Pa ou MPa),
- un essai de dureté Brinell *HB*.

On obtient les résultats suivants :

HB (x_i)	172	172,2	172,6	173,2	173,4	174	174,2	174,8
R_m (y_i)	608	608,2	609	609,2	610	610,2	610,6	611,6

1. Dans le repère situé en annexe 1, représenter le nuage de points M_i (x_i ; y_i) associé à cette série statistique.

2. **a)** Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage.
Rappel sur les coordonnées du point moyen :
- abscisse : la moyenne des abscisses des points constituant le nuage ;
- ordonnée : la moyenne de leurs ordonnées.

b) Placer le point G dans le repère de l'annexe 1.

3. On prend pour droite d'ajustement de ce nuage la droite (*GA*) où *A* est le point de coordonnées (175,3 ; 612,4),

a) Tracer la droite (*GA*) dans le repère de l'annexe 1.

b) Déterminer graphiquement la valeur R_m pour *HB* = 172,4.
Les traits de construction nécessaires à la lecture devront figurer sur le schéma.

4. **a)** Déterminer une équation de la droite d'ajustement (*GA*). Le coefficient directeur de la droite sera arrondi à 0,1 et l'ordonnée à l'origine sera arrondie à l'unité.

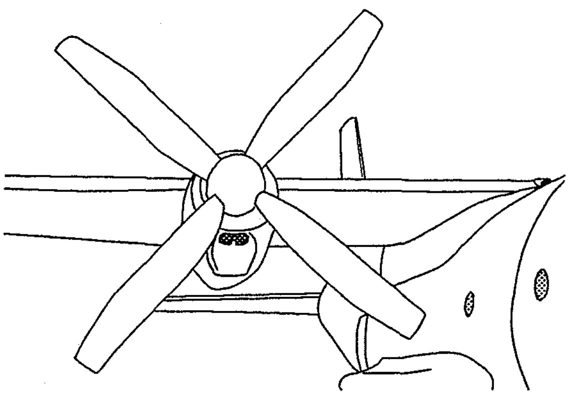
b) À l'aide de l'équation de la droite (*GA*), calculer la valeur *HB* pour R_m = 611 MPa.
Le résultat sera arrondi à 0,1.

EXERCICE 2 : (8 points)

Après arrêt d'un moteur turbopropulseur, l'hélice continue à tourner librement jusqu'à son arrêt.
Son mouvement est un mouvement de rotation uniformément décéléré.
Le nombre de tours N effectués en fonction du temps t (en seconde) est donné par :

$$N = f(t) = a\,t^2 + b\,t.$$

où a et b sont des coefficients à déterminer.



PARTIE A : *Recherche des coefficients a et b*

1. Sachant que l'hélice étudiée effectue 250 tours en 20 secondes et 510 tours en une minute, exprimer le système d'équations d'inconnue a et b, correspondant à ces données.

2. Le système précédent peut s'écrire $\begin{cases} 40a + 2b = 25 \\ 120a + 2b = 17 \end{cases}$.
   Résoudre ce système.

3. En déduire l'expression de $f(t)$.

PARTIE B : *Étude de l'arrêt complet de l'hélice*

On admet, pour la suite de l'étude, que le nombre de tours N est exprimé par :

$N = f(t) = -0{,}1\,t^2 + 14{,}5\,t$ t appartenant à l'intervalle $[0\,;\,72{,}5]$.

1. Compléter le tableau de valeurs situé en annexe 2. Les résultats seront arrondis à l'unité.

2. Dans le repère de l'annexe 2, tracer la représentation graphique de la fonction f.

3. La fréquence de rotation de l'hélice est donnée par la dérivée f' de la fonction f.
   Déterminer $f'(t)$.

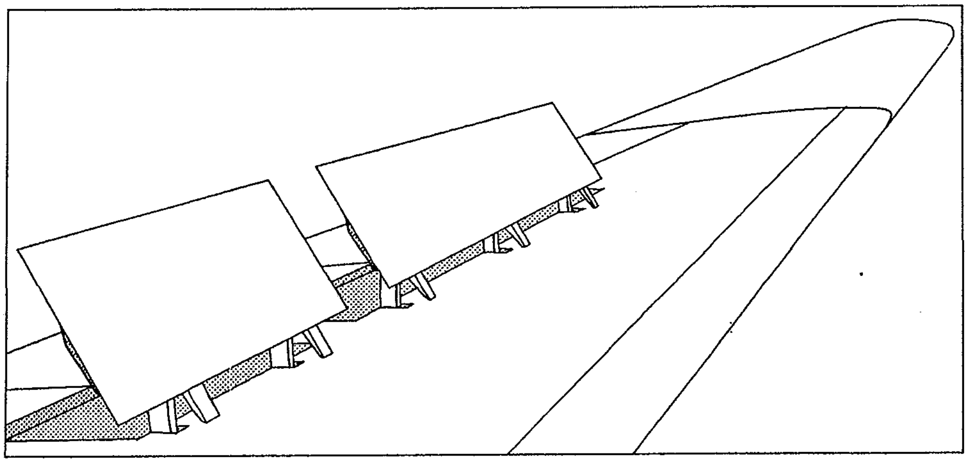
4. Pour quelle valeur de t cette fréquence s'annule-t-elle ?

5. Quel est le nombre de tours effectués par l'hélice jusqu'à son arrêt ? Le résultat sera arrondi à l'unité.

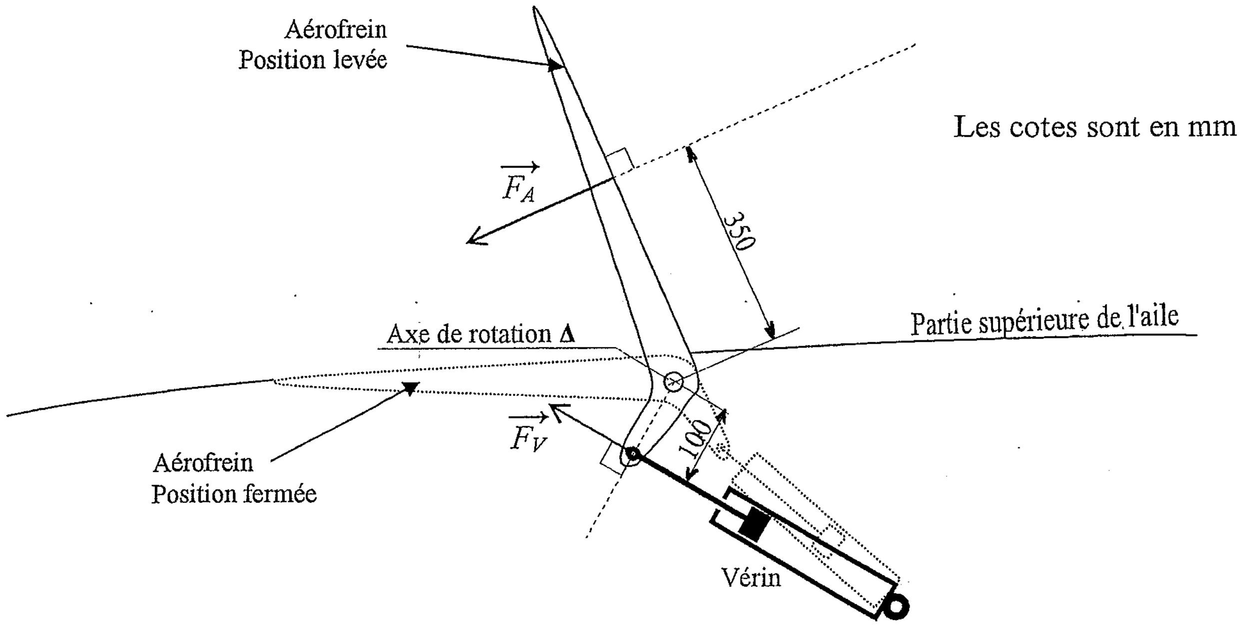
6. On désigne par A le point de la représentation graphique de la fonction f correspondant à l'arrêt complet de l'hélice. Donner les coordonnées du point A et placer ce point dans le repère.

SCIENCES (5 points)

Sur un avion, les aérofreins (voir dessin ci-dessous) permettent d'obtenir, au roulage, une traînée très importante.



On considère un aérofrein actionné par un vérin. Sa surface peut être modélisée par un rectangle de largeur 700 mm et de longueur 2 000 mm. Son fonctionnement est donné par le schéma ci-dessous :



En position levée, la force pressante de l'air, répartie sur toute la surface du volet, est équivalente à une force unique $\overrightarrow{F_A}$ de direction perpendiculaire à la surface du volet.

La pression de l'air, exercée sur la surface de l'aérofrein, est donnée en fonction de la vitesse v de l'avion par la relation :

$$p_a = \frac{1}{2}\rho_{air} \times v^2 \qquad \rho_{air} = 1{,}225 \text{ kg/m}^3 \quad v \text{ en m/s}$$

Le but du problème est de calculer la section S du piston du vérin qui permet de maintenir l'aérofrein dans cette position.

L'avion a une vitesse de 288 km/h.

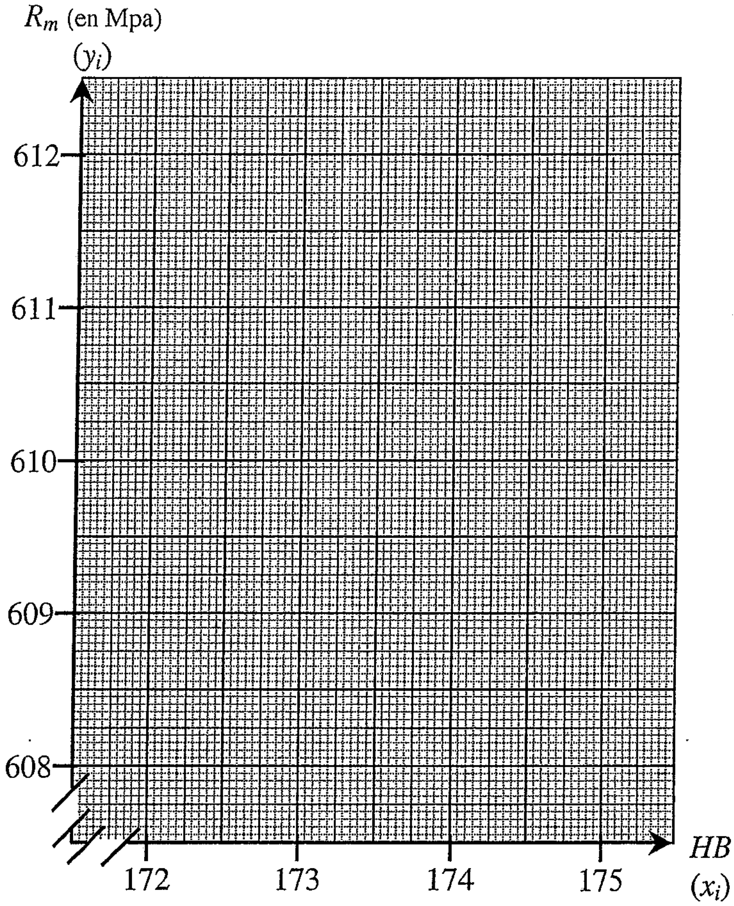
1. Calculer la pression p_a.
2. Calculer la valeur de la force $\overrightarrow{F_A}$ due à la pression p_a.
3. Calculer le moment de la force $\overrightarrow{F_A}$ par rapport à Δ, sachant que $\overrightarrow{F_A}$ est de direction perpendiculaire à la surface de l'aérofrein.

Dans cette partie, on considère que le moment a pour valeur : 1 921 N.m

4. Calculer la valeur de la force $\overrightarrow{F_V}$ produite par le piston pour que l'aérofrein reste en position levée.
5. La pression hydraulique est de 3 000 PSI (100 000 Pa = 14,5 PSI).
   Calculer la section S du piston du vérin pour que cet équilibre soit respecté. L'exprimer en mm^2 au mm^2 près .
6. Calculer, en joules, le travail développé par le vérin de la position repos à la position levée en admettant qu'il se déplace de 200 mm et que F_V reste constante et égale à 19 210 N.
7. Calculer la puissance fournie par la pompe sachant que le mouvement s'effectue en 10 secondes.

ANNEXE 1
(à remettre avec la copie)

EXERCICE 1 :



ANNEXE 2

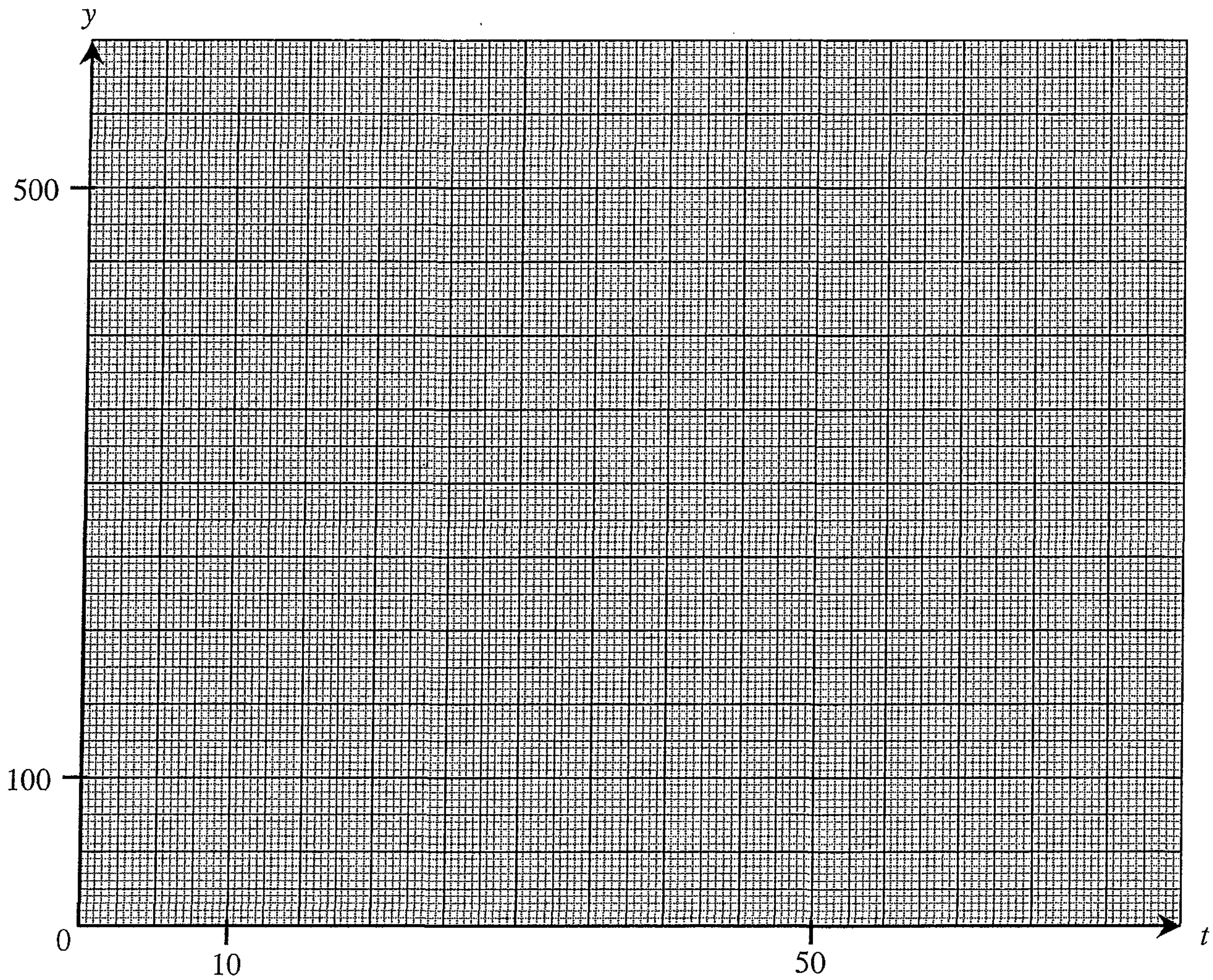
(à remettre avec la copie)

<u>EXERCICE 2 :</u> partie B

Tableau de valeurs :

t	0	10	20	30	40	50	60	72,5
$f\ (t)$			250				510	

Représentation graphique :



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance – Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n\ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$ = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2\sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

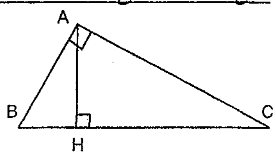
Moyenne $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \overline{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \overline{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin\widehat{A}} = \frac{b}{\sin\widehat{B}} = \frac{c}{\sin\widehat{C}} = 2R$$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin\widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v},\vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$