BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Micro-informatique et Réseaux : Installation et Maintenance (MRIM)

Systèmes Électroniques Numériques (SEN)

MRIM	SEN
Épreuve E1 :	**Épreuve E1 :**
Épreuve scientifique et technique	**Épreuve scientifique à caractère professionnel**
Mathématiques (E12)	**Mathématiques (E11)**

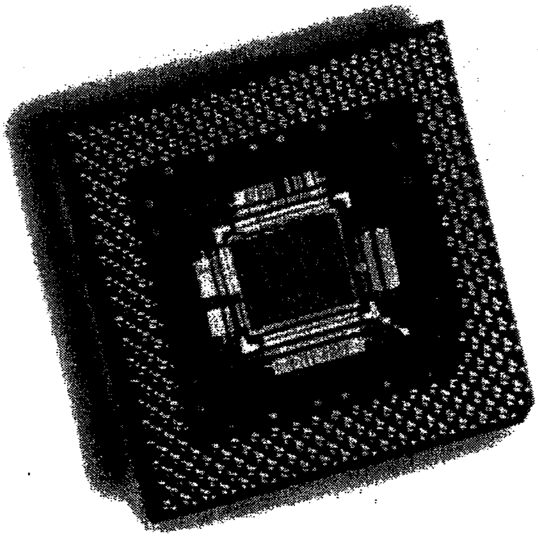
DOSSIER SUJET

Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 2,5 (MRIM)
2 (SEN)

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des instruments de calcul est autorisé. Tout échange de matériel est interdit.

Le microprocesseur d'un ordinateur peut être endommagé s'il chauffe trop. Il faut donc surveiller sa température et déclencher un système de ventilation pour le refroidir si nécessaire.



PARTIE A : (4 points)

La température θ d'un microprocesseur varie en fonction du temps t suivant l'expression suivante :

$$\theta = 60\left(1 - \lambda\, e^{-\frac{t}{1\,000}}\right)$$

où t est exprimé en seconde et θ en degré Celsius (°C).

1. À l'instant $t = 0$, la température θ du microprocesseur est $\theta = 20$ °C. Déterminer la valeur de λ. Le résultat sera exprimé sous la forme d'une fraction.

2. On suppose $\lambda = 0{,}67$. Calculer la température du microprocesseur, en °C, au bout de 25 minutes. Le résultat sera arrondi à l'unité.

PARTIE B : (10 points) *Détermination de la température de déclenchement du ventilateur*

La température du microprocesseur est mesurée à l'aide d'un capteur thermoélectrique qui mesure la force électromotrice (f.e.m) E (en mV) variable en fonction de la température θ (en °C). Elle est telle que : $E = -0{,}2\theta^2 + 21\theta$

On s'intéresse à la variation de température entre 0 °C et 90 °C.

1. *Calculs numériques*

   a) Calculer la valeur de la f.e.m E indiquée par le capteur pour $\theta = 0$ °C.

   b) Calculer la valeur de la f.e.m E indiquée par le capteur pour $\theta = 90$ °C.

2. *Étude de fonction*

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 90] par :

$$f(x) = -0{,}2\,x^2 + 21\,x$$

a) Déterminer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.

b) Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [0 ; 90].

c) En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 90] et compléter le tableau de variation situé **en annexe**.

d) Compléter le tableau de valeurs situé **en annexe**. Les résultats seront arrondis à l'unité.

e) Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère de l'**annexe**.

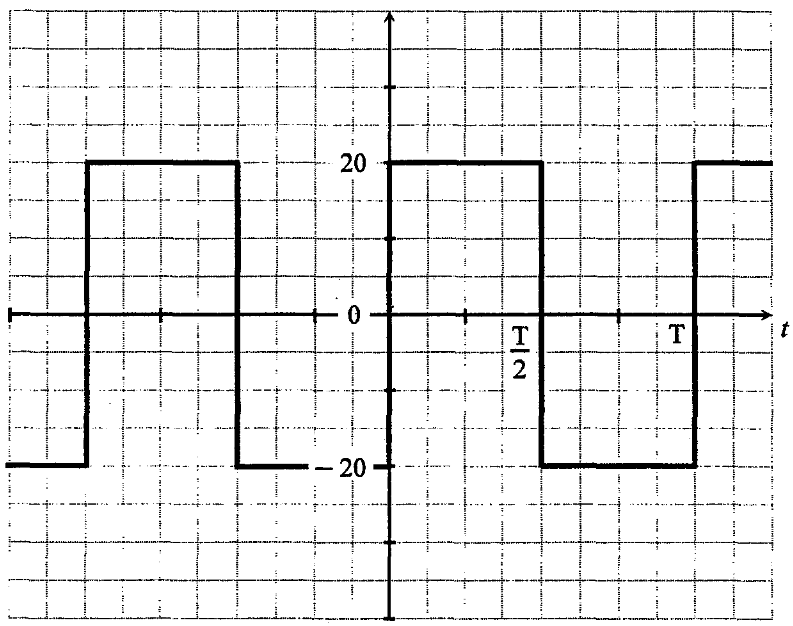
3. *Exploitation des résultats*

a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 540$. Les traits de construction nécessaires à la lecture devront figurer sur le schéma.

b) Le ventilateur se met en route lorsque la f.e.m atteint la valeur 540 mV. En déduire la valeur de la température correspondant à la mise en route du ventilateur.

PARTIE C : (6 points) *Étude d'un signal*

La tension aux bornes d'un composant est représentée ci-dessous, par le signal s (alternatif rectangulaire périodique de période T et de pulsation $\omega = \frac{2\pi}{T}$).



Le signal peut être approché par un polynôme de Fourier du type :

$$P_3(t) = a_0 + a_1\cos(\omega t) + b_1\sin(\omega t) + a_3\cos(3\omega t) + b_3\sin(3\omega t) \text{ où } \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

1. Donner la valeur de $s(t)$:

a) sur l'intervalle $\left[0\,;\frac{T}{2}\right[$,

b) sur l'intervalle $\left[\frac{T}{2}\,;T\right[$.

2. Calculer la valeur moyenne a_0 du signal sachant que $a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T s(t)\,dt$

3. **a)** En utilisant le graphique de la **page 3/6**, préciser si la fonction s est paire ou impaire. Justifier la réponse.

b) Que peut-on en déduire pour les coefficients de Fourier a_0, a_1 et a_3 ?

4. **a)** Montrer que : $\displaystyle\int_0^{\frac{T}{2}} \sin(\omega t)\,dt = \frac{2}{\omega}$.

b) On donne $\displaystyle\int_{\frac{T}{2}}^{T} \sin(\omega t)\,dt = -\frac{2}{\omega}$ et on rappelle que $b_n = \frac{2}{T}\int_0^T s(t)\sin(n\omega t)\,dt$.

À l'aide de la relation de Chasles, déterminer le coefficient de Fourier b_1.

c) On donne $b_3 = \frac{80}{3\pi}$. Écrire le polynôme de Fourier $P_3(t)$ associé à ces coefficients.

ANNEXE à remettre avec la copie

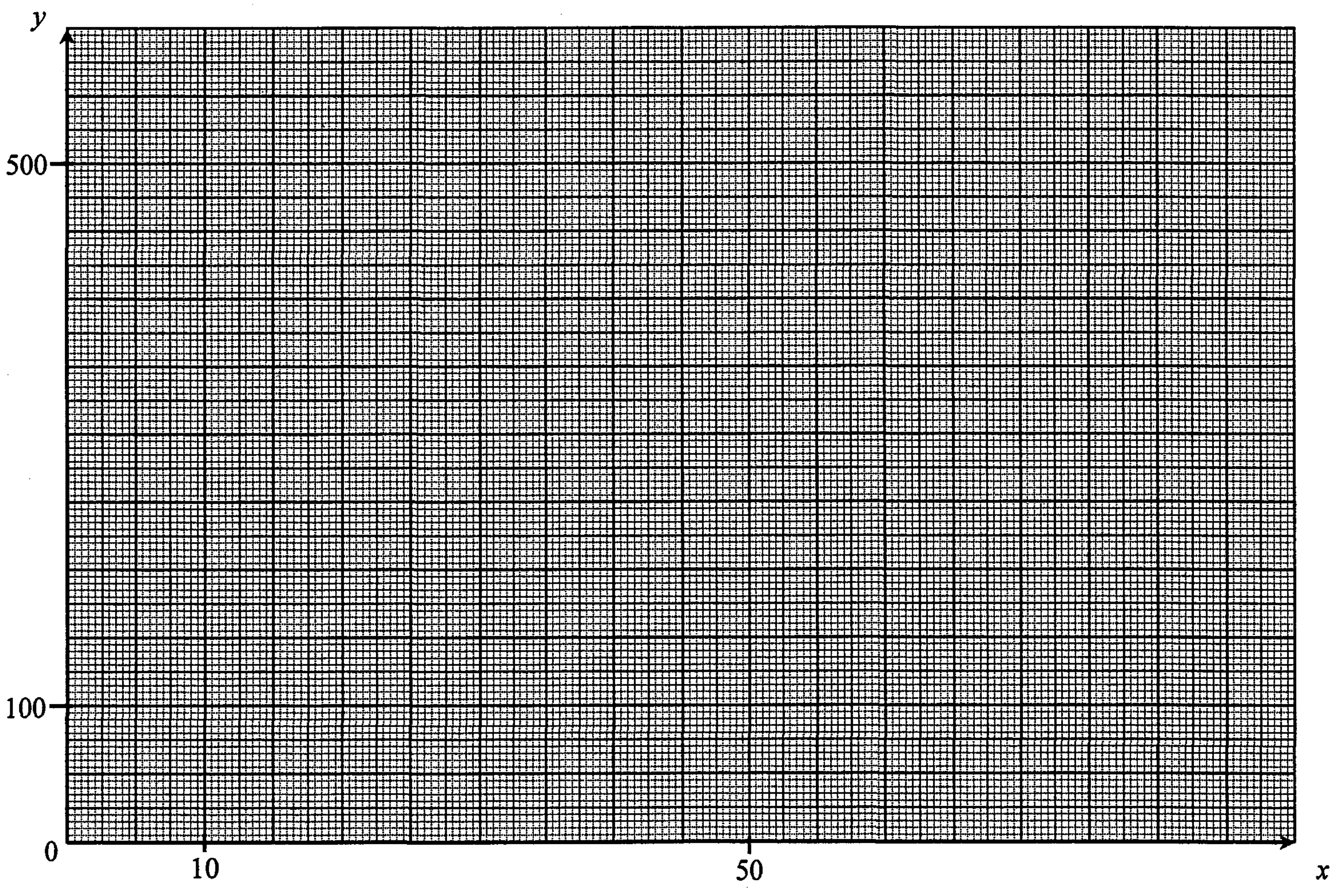
PARTIE B : **question 2. c)** *Tableau de variation de la fonction f*

x	0	90
Signe de $f'(x)$		
Variation de f		

PARTIE B : **question 2. d)** *Tableau de valeurs de la fonction f*

x	0	10	20	30	40	47,5	52,5	57,5	65	70	80	90
$f(x)$	0		340		520			546	520	490		270

PARTIE B : **question 2. e)** *Représentation graphique de la fonction f*



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Métiers de l'électricité

(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
(x)	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$
$\dfrac{1}{u(x)}$	$-\dfrac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\dfrac{u(x)}{v(x)}$	$\dfrac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1+(n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+\cdots+u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+\cdots+u_k = u_1\frac{1-q^k}{1-q}$$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab)=\ln a+\ln b$ $\qquad \ln(a^n)=n\ln a$

$\ln(a/b)=\ln a-\ln b$

Equations différentielles

$y'-ay=0 \qquad y=ke^{ax}$

$y''+\omega^2y=0 \qquad y=a\cos\omega x+b\sin\omega x$

Trigonométrie

$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\sin b\cos a$

$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a-1$

$\quad\;\;\; = 1-2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2\sin a\cos a$

Nombres complexes ($j^2=-1$)

forme algébrique	forme trigonométrique
$z=x+jy$	$z=\rho(\cos\theta+j\sin\theta)$
$\bar{z}=x-jy$	$\bar{z}=\rho(\cos\theta-j\sin\theta)$
$\lvert z\rvert=\sqrt{x^2+y^2}$	$\rho=\lvert z\rvert$
	$\theta=\arg(z)$

Calcul vectoriel dans le plan

$\vec{v}.\vec{v'}=xx'+yy'$

$\|\vec{v}\|=\sqrt{x^2+y^2}$

Si $\vec{v}\neq\vec{0}$ et $\vec{v'}\neq\vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v'}=\|\vec{v}\|\times\|\vec{v'}\|\cos(\vec{v},\vec{v'})$

$\vec{v}.\vec{v'}=0$ si et seulement si $\vec{v}\perp\vec{v'}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2}bc\sin\hat{A}$ $\qquad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\,dt=\int_a^b f(t)\,dt+\int_b^c f(t)\,dt$$

* $\displaystyle\int_a^b (f+g)(t)\,dt=\int_a^b f(t)\,dt+\int_a^b g(t)\,dt$

* $\displaystyle\int_a^b kf(t)\,dt=k\int_a^b f(t)\,dt$