BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

ARTISANAT ET MÉTIERS D'ART
OPTION COMMUNICATION GRAPHIQUE

<u>SESSION DE JUIN 2008</u>

E1 : ÉPREUVE SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE

SOUS-ÉPREUVE B1 - UNITÉ 12

MATHÉMATIQUES & SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 9 pages dont une page de garde et une page "formulaire de mathématiques". Les documents à rendre avec la copie seront agrafés par le surveillant sans indication d'identité du candidat.
Les exercices de mathématiques et de sciences physiques seront rédigés sur la même copie.

<u>Barème :</u>
Tous les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre différent, à condition de respecter la numérotation.

- **Mathématiques : 12 points**
- **Sciences physiques : 8 points**

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (format maximal 21 cm × 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

L'échange de calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit (circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999 BOEN n°42).

SUJET			
Repère de l'épreuve	**Durée**	**Coefficient**	**Page**
0806-AMA C ST B	2 H 00	2	1/9

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\quad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

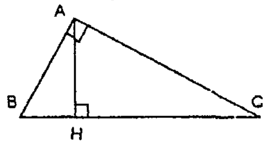
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

MATHÉMATIQUES (12 points)

Les parties A et B peuvent êtres traitées de façon indépendante.

Une banque souhaite lancer un nouveau crédit appelé « Jeunes Avenir » à l'intention de jeunes professionnels. Cette banque fait appel à une agence de communication pour concevoir un logo et une carte de présentation.

La proposition retenue comporte un damier et deux lettres J et A, comme indiqué sur la figure 1.

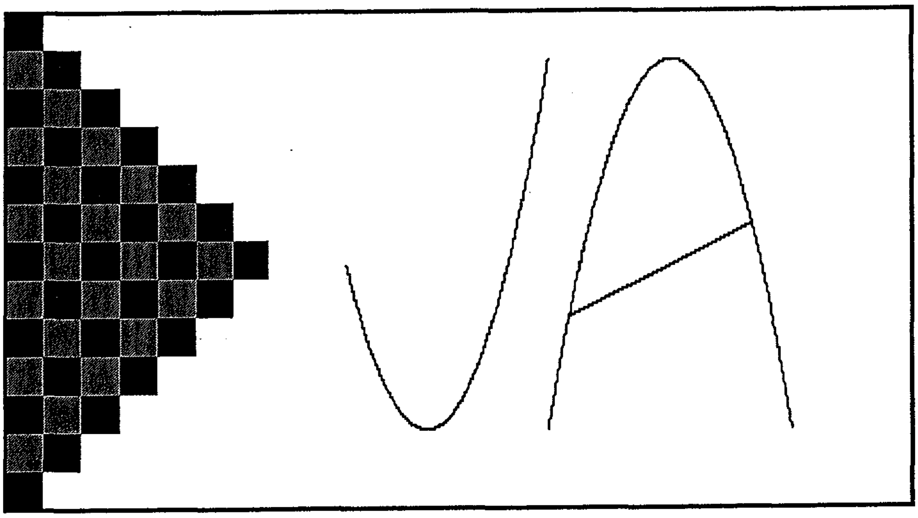


Figure 1

PARTIE A : Tracé des lettres J et A (9 points)

Dans cette partie, le plan est rapporté au repère de l'**annexe 2 (à rendre avec la copie)**.

Les lettres J et A peuvent être modélisées à l'aide des courbes représentatives de deux fonctions.

1) Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-3\,;\,2]$ par $f(x) = x^2 + 2x - 1$.

   C_f est la courbe représentative de la fonction f.

   a) Calculer $f'(x)$, où f' est la dérivée de la fonction f.

   b) Déterminer x_0 tel que $f'(x_0) = 0$.

   c) Compléter en **annexe 1 (à rendre avec la copie)**, le tableau de variation de la fonction f.

   d) Vérifier que $f'(2) = 6$.

   e) En déduire le coefficient directeur de la tangente T_F à la courbe C_f au point F $(2\,;\,7)$. Justifier la réponse.

   f) Tracer, en **annexe 2**, la tangente T_F.

   g) Compléter, en **annexe 1**, le tableau de valeurs de la fonction f.

   h) Tracer, en **annexe 2**, la courbe C_f.

2) Soit g la fonction définie sur l'intervalle [2 ; 8] par $g(x) = -x^2 + 10x - 18$.

C_g est la courbe représentative de la fonction g. Le tableau de variation de la fonction g est donné en **annexe 2**.

a) Sachant que la dérivée de la fonction g est la fonction g' définie par $g'(x) = -2x + 10$, calculer $g'(2)$.

b) En déduire le coefficient directeur de la tangente T_G à la courbe C_g au point G (2 ; – 2).

c) Tracer, en **annexe 2**, la tangente T_G.

d) Indiquer la position relative des deux tangentes T_F et T_G.

e) Compléter, en **annexe 1**, le tableau de valeurs de la fonction g.

f) Tracer, en **annexe 2**, la courbe C_g.

3) Soit D la droite d'équation $y = 0{,}5x - 0{,}5$ et C_g la courbe d'équation $y = -x^2 + 10x - 18$.

On note M et N les points d'intersection de la droite D et de la courbe C_g.

a) Montrer qu'aux points M et N : $-x^2 + 9{,}5x - 17{,}5 = 0$.

b) Résoudre l'équation $-x^2 + 9{,}5x - 17{,}5 = 0$.

c) Placer, en **annexe 2**, les points M et N, sachant que $x_M < x_N$.

d) Tracer, en **annexe 2**, le segment [MN].

PARTIE B : Étude du damier (3 points)

Le damier situé à gauche de la carte est constitué de sept rangées verticales comportant des carreaux noirs et des carreaux hachurés. Les nombres de carreaux des rangées verticales, prises successivement de gauche à droite, forment les termes successifs d'une suite numérique.

1) Dans le cas de la figure 1 de la page précédente, la suite est notée (u_n).

Son premier terme est $u_1 = 13$.

a) Donner les termes u_2, u_3, u_4, u_5, u_6 et u_7.

b) Identifier la nature de la suite (u_n) et préciser sa raison.

2) Pour une autre proposition de carte au même format, la taille des carreaux a été diminuée. Dans ce cas, le damier comporte 22 rangées verticales. La suite (v_n) ainsi obtenue est arithmétique, de raison -2 et telle que $v_{22} = 1$.

En utilisant le formulaire :

a) Calculer le premier terme v_1 de la suite.

b) Calculer le nombre total de carreaux du damier dans ce cas.

SCIENCES PHYSIQUES (8 points)

Exercice 1 **(5 points)**

Pour vérifier la qualité d'impression du damier, un imprimeur utilise une loupe. Cette loupe est assimilée à une lentille convergente de distance focale $f' = 12$ cm et de centre optique O.

1) En **annexe 3** :
   a) Placer le foyer objet F et le foyer image F′.
   b) Tracer un objet AB de hauteur 1 cm placé verticalement à 8 cm devant la lentille.
   c) Construire l'image A′B′ de l'objet AB.
2) À l'aide d'une lecture graphique :
   a) Déterminer la mesure algébrique $\overline{OA'}$.
   b) Déterminer la hauteur de l'image A′B′.
3) Indiquer la nature de l'image obtenue.
4) En utilisant la formule de conjugaison, calculer la mesure algébrique $\overline{OA'}$.
5) Déterminer le grandissement de la lentille.
6) Calculer la hauteur de l'image A′B′.
7) À travers la lentille, un détail du damier a une image de hauteur 0,45 mm.
   Calculer la hauteur de ce détail du damier.

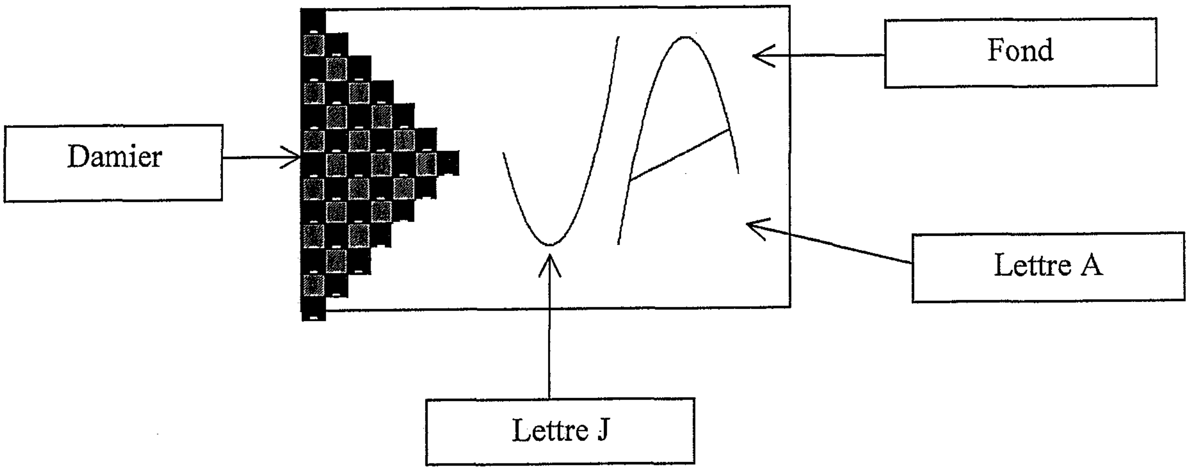
Formulaire :

Formule de conjugaison : $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{\overline{OF'}}$

Grandissement : $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

Exercice 2 **(3 points)**

À l'entrée de la banque, un panneau présente le logo du crédit « Jeunes Avenir ».



En lumière blanche :

- les carreaux non hachurés du damier apparaissent noirs,
- la lettre J apparaît verte,
- la lettre A apparaît bleue,
- le fond apparaît blanc.

Le panneau est éclairé par deux projecteurs émettant des lumières de même intensité.

1) Déterminer de quelle couleur est éclairé le panneau quand un projecteur émet une lumière bleue et l'autre une lumière rouge.
2) Si un projecteur émet une lumière bleue, déterminer la couleur de la lumière que doit émettre l'autre projecteur pour que le panneau soit éclairé en lumière cyan.
3) Indiquer, en complétant le tableau de **l'annexe 3 (à rendre avec la copie)**, la couleur apparente de chaque partie du panneau selon la lumière qui l'éclaire.
4) Est-ce la lumière *bleue*, la lumière *magenta* ou la lumière *cyan* qui donne au panneau le plus de couleurs apparentes communes avec celles obtenues en lumière blanche ?

Annexe 1 (à rendre avec la copie)

PARTIE A

Tableau de variation de la fonction f.

x	-3 …… 2
signe de $f'(x)$	0
variation de la fonction f	

Tableau de valeurs de la fonction f.

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$			-2	-1		

Tableau de valeurs de la fonction g.

x	2	2,5	3	4	5	6	7	8
$g(x)$					7	6	3	-2

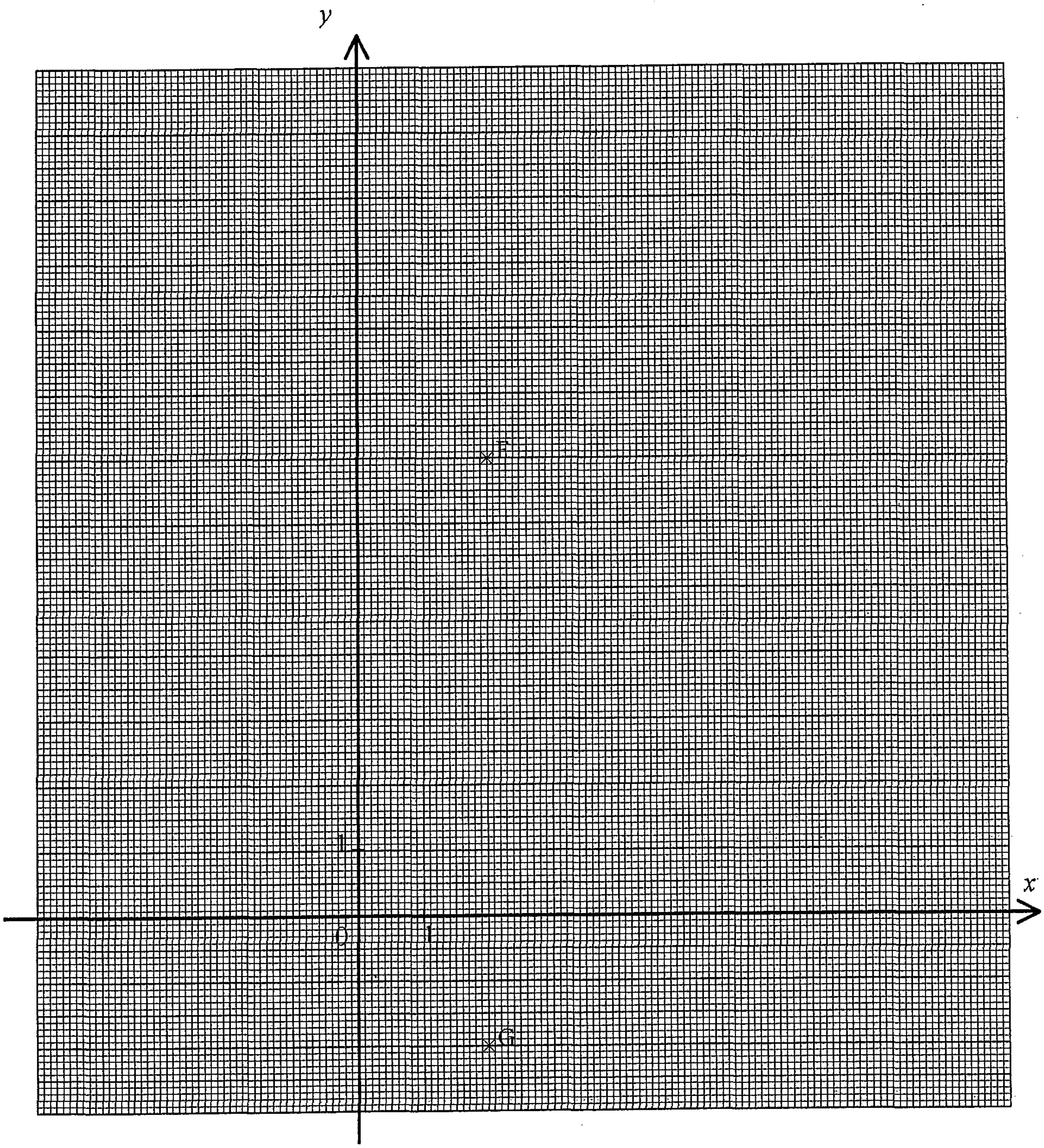
Annexe 2 (à rendre avec la copie)

PARTIE A

Le tableau de variation de la fonction g est donné ci-dessous.

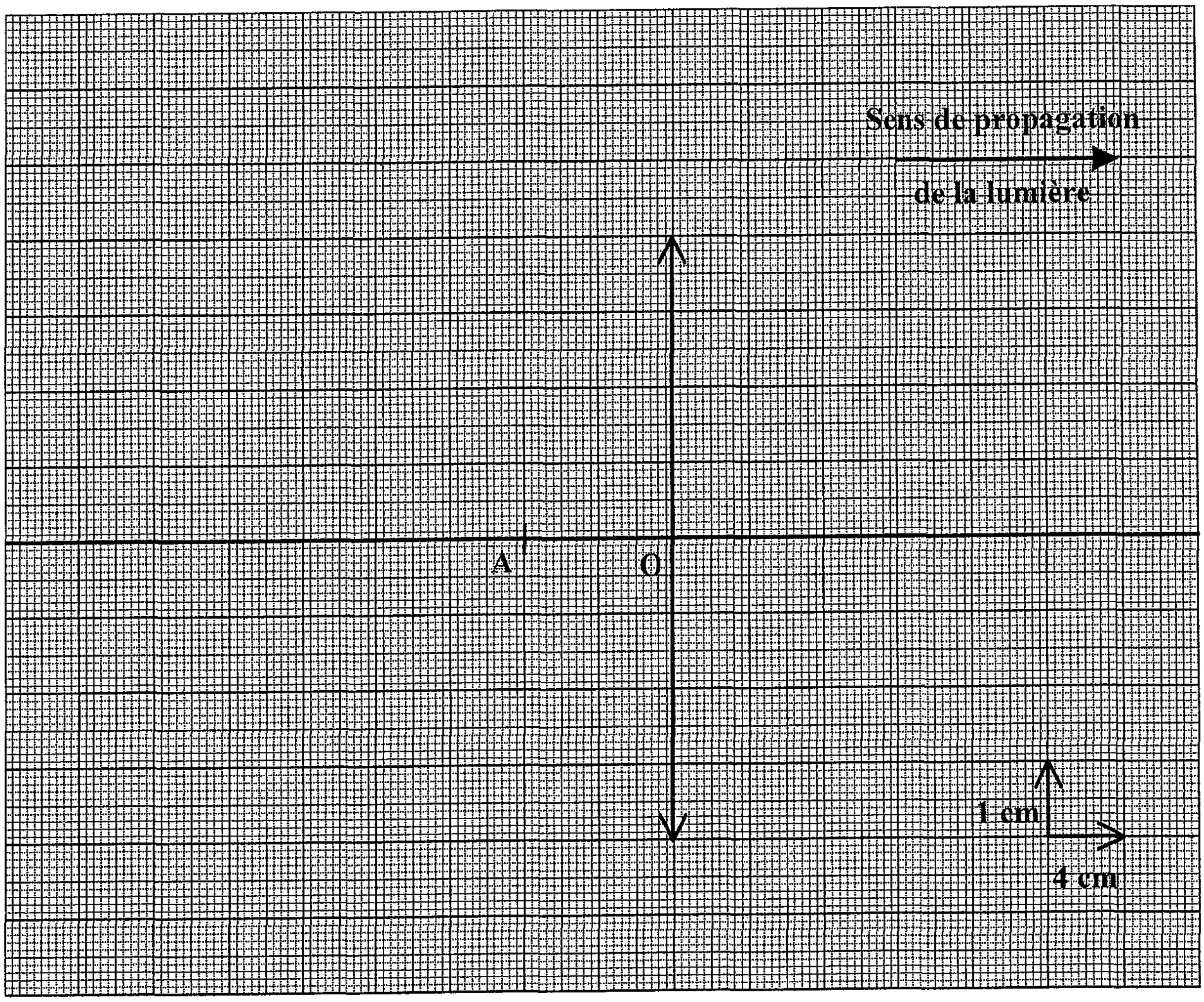
x	2	5	8
variation de la fonction g	$\nearrow$		$\searrow$

Représentations graphiques



Annexe 3 (à rendre avec la copie)

Exercice 1



Exercice 2

Partie du panneau / éclairée en lumière	Carreau non hachuré du damier	Lettre J	Lettre A	Fond
blanche	Noir	Verte	Bleue	Blanc
bleue	Noir		Bleue	
magenta	Noir	Noire		
cyan			Bleue	Cyan