

# BREVET DES METIERS D'ART

## GRAPHISME ET DECOR

Option A : Graphiste en lettres et décor

Option B : Décorateur de surfaces et volumes

Domaine A1 – Epreuve E2

### MATHEMATIQUES - SCIENCES PHYSIQUES

- Le sujet comporte 13 pages avec 6 exercices :

**Partie MATHEMATIQUES sur 30 points.**

Exercice 1 : Géométrie (8 points) .....	page 2 à 3
Exercice 2 : Fonctions numériques (14 points).....	page 4
Exercice 3 : Statistiques (8 points) .....	page 5

**Partie SCIENCES PHYSIQUES sur 30 points.**

Exercice 4 : Chimie (10 points) .....	page 6
Exercice 5 : Electricité (6 points) .....	page 7
Exercice 6 : Optique (14 points) .....	page 7 à 8

- Cinq annexes (pages 8 à 12) sont à rendre avec la copie.
- Un formulaire de mathématiques est fourni à la page 13.
- L'usage de la calculatrice est autorisé.
- La clarté des raisonnements, la qualité de la rédaction et le soin apporté aux tracés interviendront pour une part importante dans l'appréciation de la copie.

Assurez vous que cet exemplaire est complet.  
S'il est incomplet, demandez un exemplaire au chef de salle.

BMA-MSC.1	BREVET DES METIERS D'ART : GRAPHISME ET DECOR		
SUJET	Session 2008	Durée : 4 heures	Coefficient : 3
Épreuve E2 : Mathématiques - Sciences Physiques			Page : 1/13

# MATHEMATIQUES

Pour son centième anniversaire, une célèbre marque de spiritueux souhaite faire fabriquer une bouteille spéciale. Pour cela elle s'adresse à la société EMAU en lui indiquant ses exigences.

Le corps de la bouteille en verre transparent est assimilé à un parallélépipède rectangle ABCDEFGH. Le volume intérieur est le prisme droit IJKLMNOP.

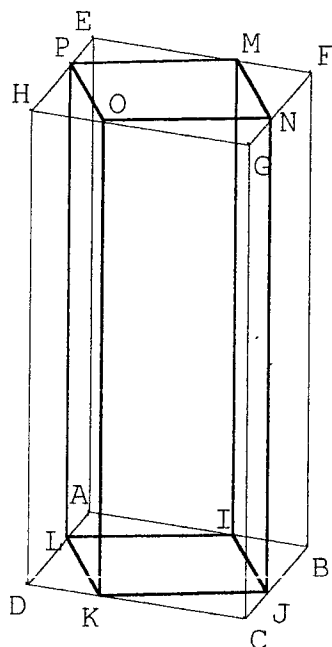
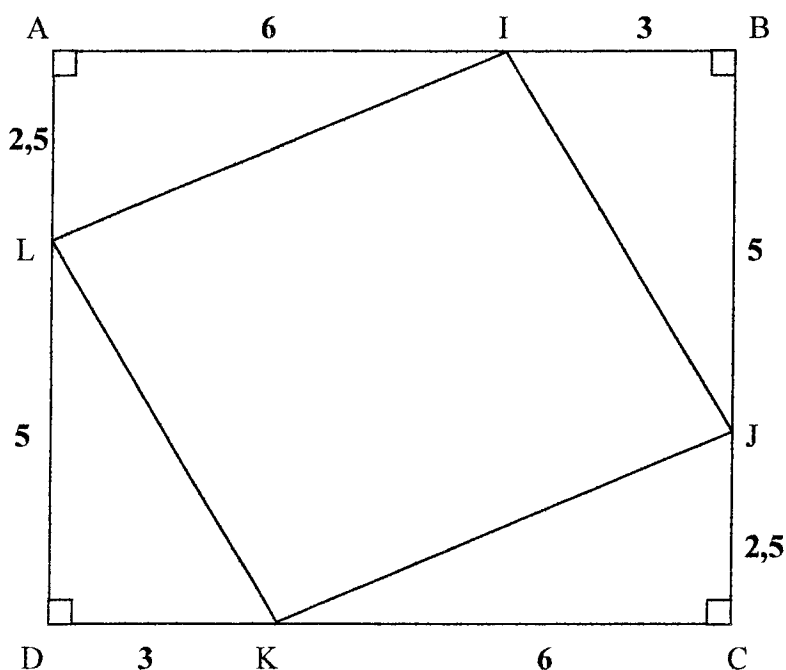


Figure 1

## Exercice 1 : Géométrie (8 points)

On étudie dans un premier temps, la base de la bouteille représentée sur la figure ci-dessous. Les côtes, en centimètres, sont dans ce cas particulier, celles qui sont indiquées sur la figure.



BMA-MSC.1	BREVET DES METIERS D'ART : GRAPHISME ET DECOR		
SUJET	Session 2008	Durée : 4 heures	Coefficient : 3
Épreuve E2 : Mathématiques - Sciences Physiques			Page : 2/13

- 1) a) Calculer l'aire  $A_1$  du rectangle ABCD.  
 b) Calculer l'aire  $A_2$  du triangle AIL.  
 c) Calculer l'aire  $A_3$  du triangle IBJ.  
 d) En déduire l'aire  $A$  du parallélogramme IJKL.
- 2) a) Dans le triangle AIL calculer, en cm, la longueur IL.  
 b) Dans le triangle IBJ calculer, en cm, la longueur IJ. Arrondir le résultat au dixième.
- 3) a) Dans le triangle AIL calculer, en degré, la mesure de l'angle  $\widehat{AIL}$ . Arrondir le résultat à l'unité.  
 b) Dans le triangle IBJ calculer, en degré, la mesure de l'angle  $\widehat{BIJ}$ . Arrondir le résultat à l'unité.  
 c) En déduire la mesure de l'angle  $\widehat{LIJ}$ .
- 4) On considère le triangle quelconque IJL, calculer, en cm, la longueur JL. Arrondir le résultat à  $10^{-1}$ .
- 5) Calculer, en  $\text{cm}^2$ , l'aire du parallélogramme IJKL en utilisant la relation :  $A = IL \times IJ \times \sin \widehat{LIJ}$ . Arrondir le résultat à  $10^{-1}$ . Comparer ce résultat avec le résultat de la question 1) d).

### Exercice 2 : Fonctions numériques (14 points)

Dans un second temps, on reprend la figure 1 et on donne :

$$IB = \frac{1}{3} AB$$

$$JC = \frac{1}{3} BC$$

$$KD = \frac{1}{3} CD$$

$$LA = \frac{1}{3} DA$$

Le parallélépipède IJKLMNOP doit contenir la boisson et avoir un volume de 75 cL soit  $750 \text{ cm}^3$ .

On pose :  $AB = 3x$  ;  $BC = 3x - 1,5$  ;  $AE = 6x + 2$

La face ABCD est représentée en **annexe 1**.

#### 1<sup>ère</sup> partie :

- 1) Exprimer les longueurs AI, IB, BJ, JC, CK, KD, DL et LA en fonction de  $x$  et reporter les expressions obtenues sur la représentation de la face ABCD de l'**annexe 1**.
- 2) a) Exprimer en fonction de  $x$  l'aire  $A_1(x)$  du rectangle ABCD.  
 b) Exprimer en fonction de  $x$  l'aire  $A_2(x)$  du triangle AIL.  
 c) Exprimer en fonction de  $x$  l'aire  $A_3(x)$  du triangle IBJ.  
 d) En déduire que l'aire du parallélogramme IJKL peut s'écrire  $A(x) = 5x^2 - 2,5x$
- 3) Exprimer en fonction de  $x$  le volume  $V(x)$  du parallélépipède IJKLMNOP.

BMA-MSC.1	BREVET DES METIERS D'ART : GRAPHISME ET DECOR		
SUJET	Session 2008	Durée : 4 heures	Coefficient : 3
Épreuve E2 : Mathématiques - Sciences Physiques			Page : 3/13

## 2<sup>ème</sup> partie :

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0,5 ; 3,5]$  par  $f(x) = 30x^3 - 5x^2 - 5x$ .

On appelle  $C$  la courbe représentative de la fonction  $f$ .

- 1) Déterminer  $f'(x)$  où  $f'$  est la fonction dérivée de la fonction  $f$ .
- 2) Soit  $g$  la fonction définie sur l'ensemble des réels par  $g(x) = 18x^2 - 2x - 1$ .
  - a) Résoudre l'équation  $g(x) = 0$ . Arrondir les solutions à  $10^{-1}$ .
  - b) Ecrire  $g(x)$  sous la forme :  $g(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ .
  - c) Etudier le signe de la fonction  $g$ .
- 3) a) Montrer que  $f'(x) = 5g(x)$ .  
b) En déduire le signe de  $f'(x)$  sur l'intervalle  $[0,5 ; 3,5]$ .
- 4) Compléter, sur l'**annexe 2**, le tableau de variation de la fonction  $f$ .
- 5) Compléter, sur l'**annexe 2**, le tableau de valeurs de la fonction  $f$ .
- 6) Tracer, dans le repère de l'**annexe 2**, la courbe représentative  $C$  de la fonction  $f$ .
- 7) a) Résoudre graphiquement  $f(x) = 750$ .  
b) En déduire les dimensions AB, BC et AE de la bouteille pour que le volume  $V(x)$  soit égal à  $750 \text{ cm}^3$ .

### **Exercice 3 : Statistiques (8 points)**

Une fois la bouteille fabriquée, elle doit être remplie de 75 cL de boisson.

L'entreprise souhaite vérifier que le remplissage est correct. Pour cela elle prélève un échantillon de 50 bouteilles. Pour chaque bouteille, elle mesure le volume de boisson.

Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau de l'**annexe 3**.

Afin d'analyser cette série statistique :

- 1) Construire, sur l'**annexe 3**, l'histogramme des effectifs.
- 2) Compléter la troisième colonne du tableau de l'**annexe 3** et tracer le polygone des effectifs cumulés croissants sur l'**annexe 4**.
- 3) En associant l'effectif de la classe au centre de la classe.
  - a) Calculer, en cL, le volume moyen  $\bar{x}$  d'une bouteille (On pourra utiliser les colonnes 4 et 5 du tableau de l'annexe 3). Arrondir le résultat au dixième.

BMA-MSC.1	BREVET DES METIERS D'ART : GRAPHISME ET DECOR		
SUJET	Session 2008	Durée : 4 heures	Coefficient : 3
Épreuve E2 : Mathématiques - Sciences Physiques			Page : 4/13

- b) Calculer l'écart type  $\sigma$  de la série (on pourra utiliser la dernière colonne du tableau de l'annexe 3). Arrondir le résultat au centième.
- 4) a) La répartition des bouteilles dans chaque classe étant supposée uniforme, déterminer le nombre de bouteilles dont le volume est compris entre  $(\bar{x} - \sigma)$  et  $(\bar{x} + \sigma)$ .  
 b) Quel pourcentage de l'effectif total représente ce résultat ?

## SCIENCES PHYSIQUES

### Exercice 4 : Chimie (10 points)

La boisson dans la bouteille étudiée dans la partie MATHÉMATIQUES contient de l'alcool (éthanol).

La concentration molaire de l'éthanol dans la boisson est :  $[C_2H_6O] = 0,6 \text{ mol/L}$ .

- 1) Calculer la masse molaire de l'éthanol.
- 2) Calculer la masse d'éthanol contenue dans un litre de boisson.
- 3) Le degré d'alcool correspond au volume d'éthanol, en mL, par litre de boisson.  
 Calculer le degré d'alcool (arrondi au degré) de cette boisson en utilisant la formule :  

$$V(C_2H_6O) = 0,8 \times m(C_2H_6O)$$
 avec  $V$  : volume en millilitre  
 et  $m$  : masse en gramme.
- 4) Le volume de la boisson contenue dans la bouteille est de 75 cL.  
 Une personne de corpulence normale boit  $\frac{1}{3}$  du volume de la boisson d'une bouteille.
  - a) Calculer, en litre, le volume de boisson bu par cette personne.
  - b) Calculer la masse d'éthanol absorbé.
  - c) Nous supposons que tout l'éthanol absorbé se retrouve dans les 6 L de sang de la personne.  
 Calculer, en g/L, la concentration massique d'éthanol dans son sang.
  - d) Le taux d'alcoolémie légal est de 0,5 g par litre de sang.  
 Cet homme est-il en état de conduire ? Justifier la réponse.

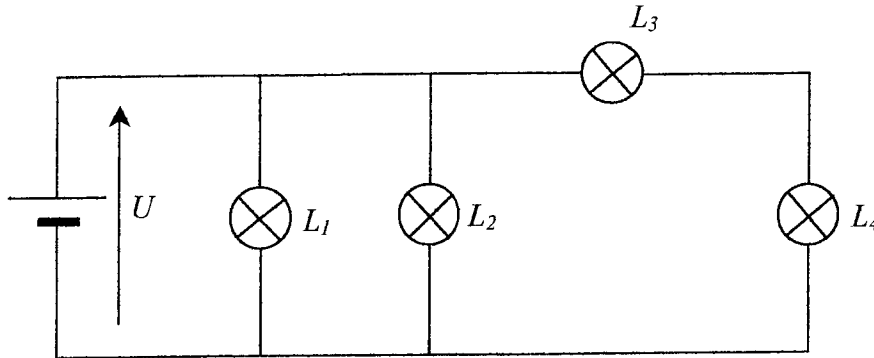
Données :  $M(H) = 1 \text{ g/mol}$  ;  $M(C) = 12 \text{ g/mol}$  ;  $M(O) = 16 \text{ g/mol}$

<b>BMA-MSC.1</b>	<b>BREVET DES METIERS D'ART : GRAPHISME ET DECOR</b>		
<b>SUJET</b>	<b>Session 2008</b>	<b>Durée : 4 heures</b>	<b>Coefficient : 3</b>
<b>Épreuve E2 : Mathématiques - Sciences Physiques</b>			<b>Page : 5/13</b>

### Exercice 5 : Electricité (6 points)

Le commerçant qui vend les bouteilles souhaite en mettre quatre en valeur sur une étagère et éclairer les deux premières plus que les deux autres.

Il réalise le montage électrique suivant :



Les 4 lampes  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  et  $L_4$  sont identiques et ont pour puissance  $P = 6 \text{ W}$ .

Les lampes éclairant les deux premières bouteilles sont les lampes  $L_1$  et  $L_2$ .

La tension  $U$  aux bornes du générateur est :  $U = 24 \text{ V}$ .

- 1) a) Donner en justifiant la réponse, les tensions  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  et  $U_4$  aux bornes des lampes  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  et  $L_4$ .  
b) Le commerçant a-t-il atteint son objectif ? Expliquer pourquoi.
- 2) Calculer  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  les intensités traversant les lampes  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_3$ .
- 3) En utilisant la loi des nœuds, calculer l'intensité  $I$  traversant le générateur.

### Exercice 6 : Optique (14 points)

On étudie le trajet de la lumière issue d'une lampe à travers une bouteille.

#### 1<sup>ère</sup> partie :

Pour cela on teste différentes positions de la lampe éclairant la bouteille. La lampe est placée successivement au point Q, R puis U.

La lumière sortant de chaque lampe est assimilée à un rayon lumineux.

Le schéma de l'**annexe 5** indique la marche partielle ou totale de chaque rayon lumineux.

- 1) Étude du rayon issu du point Q  
Comparer la direction du rayon entrant avec la direction du rayon sortant de la bouteille.

BMA-MSC.1	BREVET DES METIERS D'ART : GRAPHISME ET DECOR		
SUJET	Session 2008	Durée : 4 heures	Coefficient : 3
Épreuve E2 : Mathématiques - Sciences Physiques			Page : 6/13

2) Étude du rayon issu du point R.

La marche du rayon issu du point R est tracée partiellement sur le schéma de l'**annexe 5**.  
Le but de cette question est de compléter ce tracé.

a) La mesure de l'angle d'incidence au point S est :  $i_1 = 55^\circ$ .

Calculer, en degré, la mesure de l'angle de réfraction  $i_2$  entre le rayon et la normale dans le verre. Arrondir le résultat à l'unité

b) Tracer sur le schéma de l'**annexe 5** la marche du rayon lumineux dans le verre.

c) Le rayon lumineux arrive en T sur le côté [CD]. Placer le point T sur le schéma de l'**annexe 5** puis tracer la normale  $d$  au côté [CD] passant par le point T.

d) Mesurer sur le schéma de l'**annexe 5** l'angle d'incidence  $i_3$  entre le rayon lumineux et la normale  $d$ .

Donner la valeur lue pour  $i_3$ .

e) Calculer la mesure de l'angle de réfraction  $i_4$  (arrondi au degré) entre le rayon et la normale dans l'air.

f) Tracer ce rayon sur le schéma de l'**annexe 5**.

3) Étude du rayon issu du point U.

La marche du rayon issu de U est tracée partiellement sur le schéma de l'**annexe 5**.

a) Calculer, en degré, l'angle de réfraction limite  $i_l$  entre le verre et l'air en utilisant la

$$\text{formule : } \sin i_l = \frac{n_a}{n_v}.$$

b) La mesure de l'angle d'incidence au point V est :  $i_5 = 68^\circ$ .

Comment se comporte le rayon lumineux après le point V ?

c) Tracer la marche du rayon lumineux dans le verre après le point V sur le schéma de l'**annexe 5**.

Données :

$$n_a = n_{\text{air}} = 1$$
$$n_b = n_{\text{boisson}} = 1,3$$
$$n_v = n_{\text{verre}} = 1,5$$

## 2<sup>ème</sup> partie :

La boisson a une couleur bleue. On l'éclaire avec des sources lumineuses de différentes couleurs.

1) On éclaire la boisson avec une lumière verte. De quelle couleur apparaît alors la boisson ?

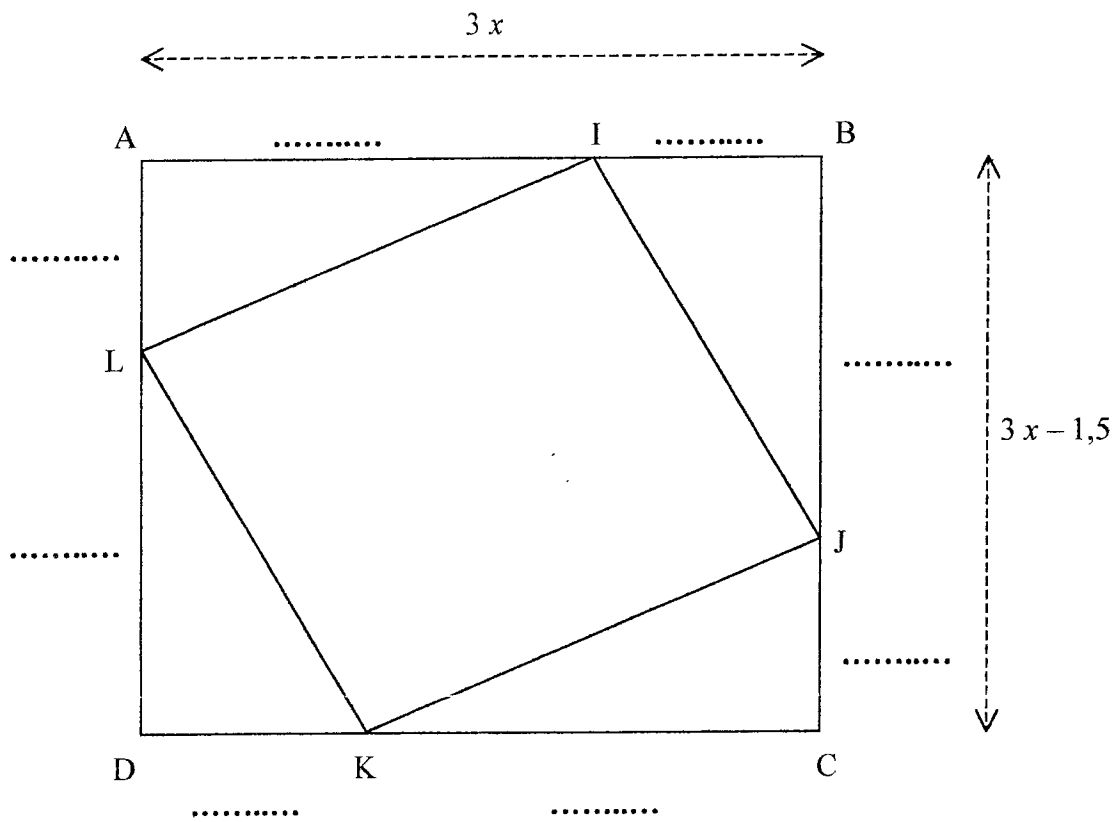
2) On éclaire la boisson avec une lumière rouge. De quelle couleur apparaît alors la boisson ?

3) Donner le nom de la synthèse lumineuse utilisée.

BMA-MSC.1	BREVET DES METIERS D'ART : GRAPHISME ET DECOR		
SUJET	Session 2008	Durée : 4 heures	Coefficient : 3
Épreuve E2 : Mathématiques - Sciences Physiques			Page : 7/13

Annexe 1 (à rendre avec la copie)

Face ABCD



BMA-MSC.1	BREVET DES METIERS D'ART : GRAPHISME ET DECOR		
SUJET	Session 2008	Durée : 4 heures	Coefficient : 3
Épreuve E2 : Mathématiques - Sciences Physiques			Page : 8/13



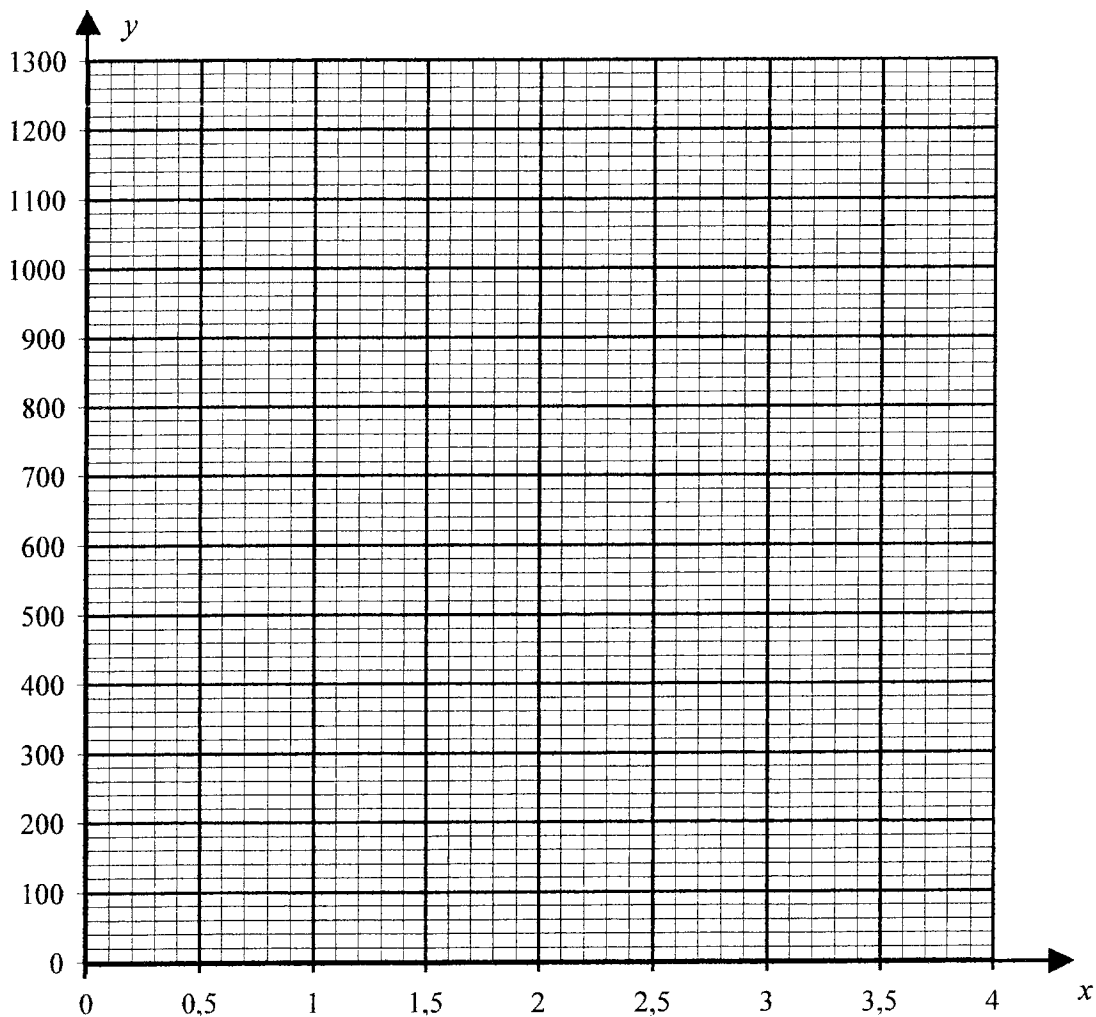
**Annexe 2 (à rendre avec la copie)**

Tableau de variation de la fonction  $f$

$x$	0,5	3,5
Signe de $f'(x)$		
$f$		

Tableau de valeurs de la fonction  $f$

$x$	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
$f(x)$			82,5			750	1207,5



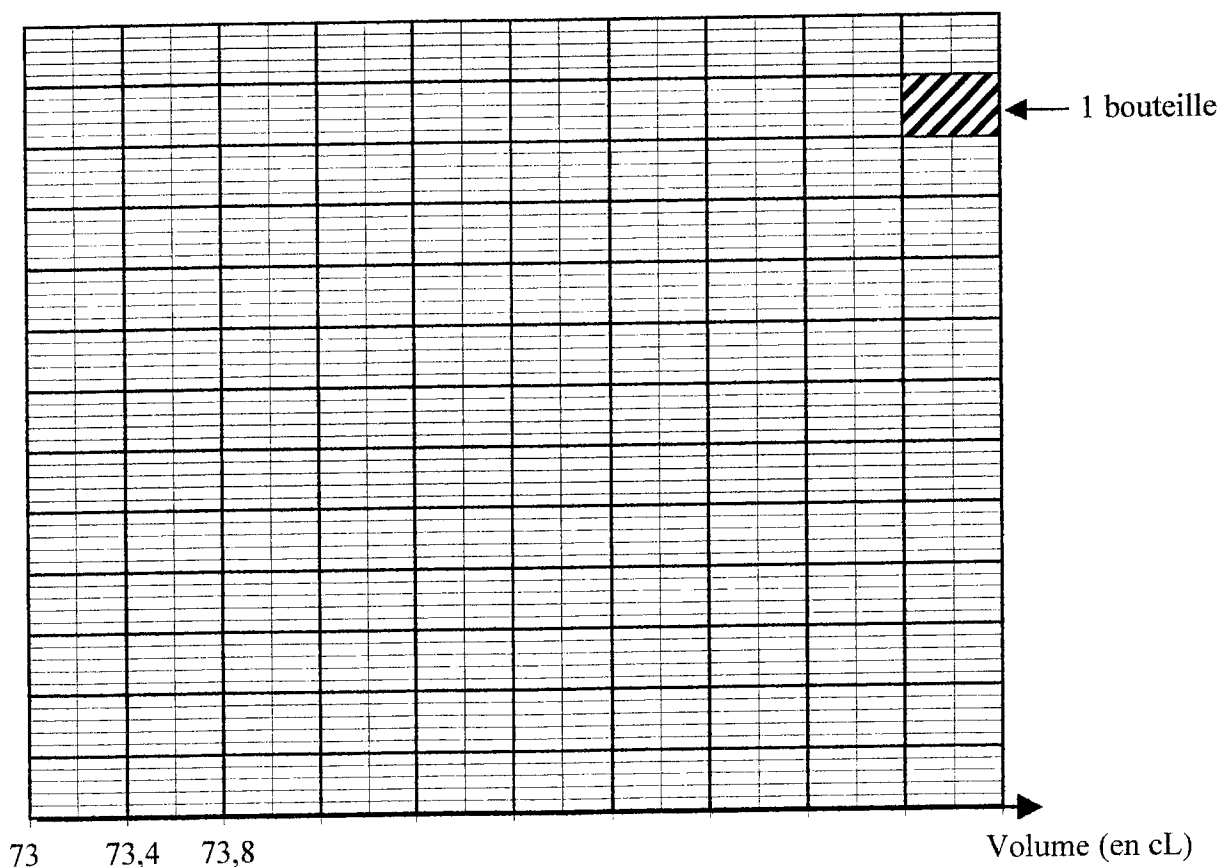
<b>BMA-MSC.1</b>	<b>BREVET DES METIERS D'ART : GRAPHISME ET DECOR</b>		
<b>SUJET</b>	<b>Session 2008</b>	<b>Durée : 4 heures</b>	<b>Coefficient : 3</b>
<b>Épreuve E2 : Mathématiques - Sciences Physiques</b>			<b>Page : 9/13</b>

### Annexe 3 (à rendre avec la copie)

Tableau statistique :

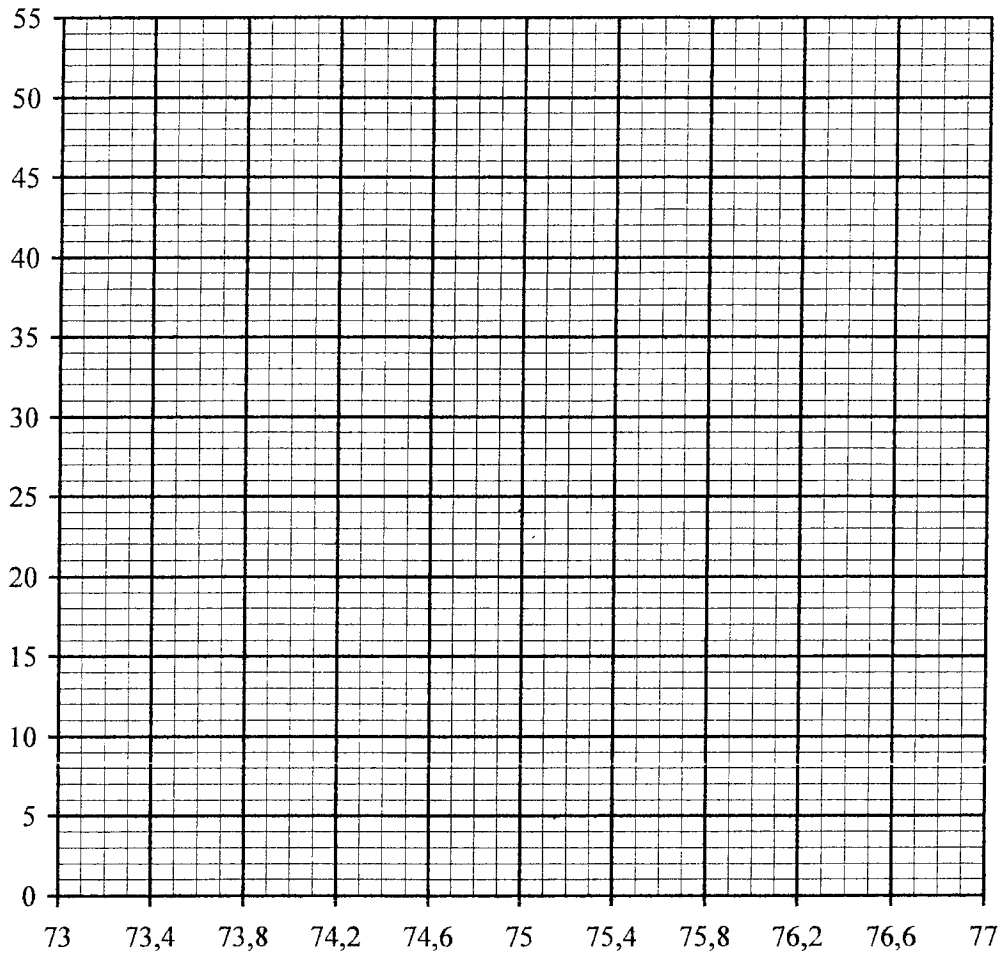
Volume (en cL)	Effectif $n_i$	Effectif cumulés croissants	Centre de classe $x_i$	$n_i \times x_i$	
[73,4 ; 73,8[	4				
[73,8 ; 74,2[	5				
[74,2 ; 74,6[	8				
[74,6 ; 75,0[	10				
[75,0 ; 75,4[	12				
[75,4 ; 75,8[	4				
[75,8 ; 76,2[	5				
[76,2 ; 76,6[	2				
Total	50				

Histogramme



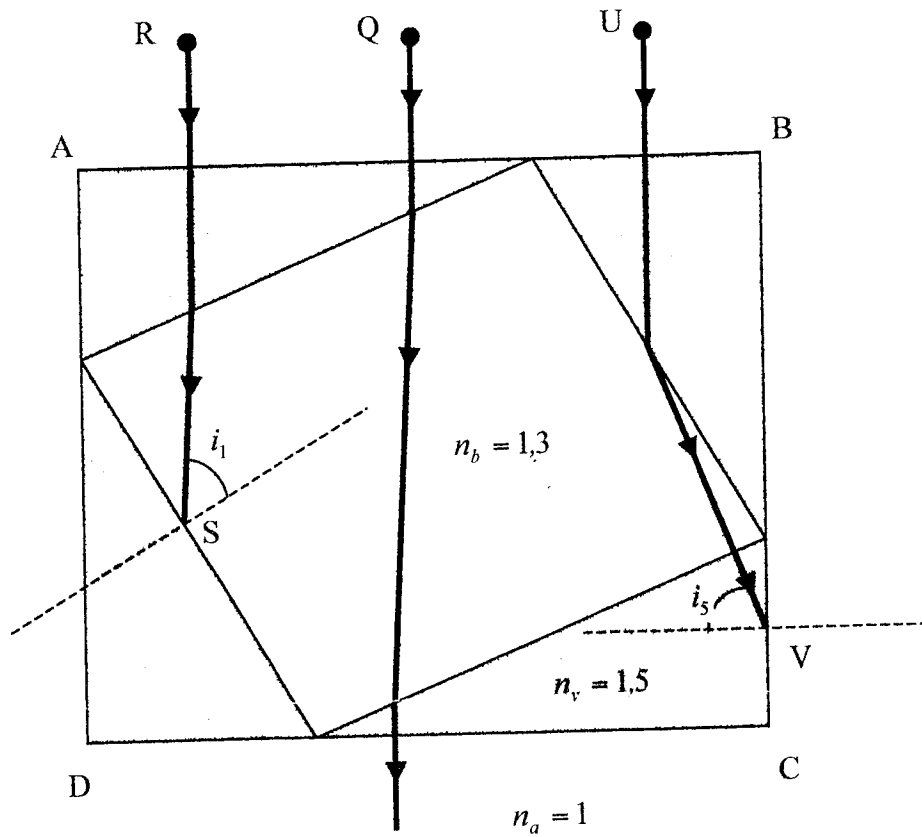
<b>BMA-MSC.1</b>	<b>BREVET DES METIERS D'ART : GRAPHISME ET DECOR</b>		
<b>SUJET</b>	Session 2008	Durée : 4 heures	Coefficient : 3
<b>Épreuve E2 : Mathématiques - Sciences Physiques</b>			Page : 10/13

Polygone des effectifs cumulés croissants



<b>BMA-MSC.1</b>	<b>BREVET DES METIERS D'ART : GRAPHISME ET DECOR</b>		
<b>SUJET</b>	<b>Session 2008</b>	<b>Durée : 4 heures</b>	<b>Coefficient : 3</b>
<b>Épreuve E2 : Mathématiques - Sciences Physiques</b>			<b>Page : 11/13</b>

Annexe 5 (à rendre avec la copie)



BMA-MSC.1	BREVET DES METIERS D'ART : GRAPHISME ET DECOR		
SUJET	Session 2008	Durée : 4 heures	Coefficient : 3
Épreuve E2 : Mathématiques - Sciences Physiques			Page : 12/13

# FORMULAIRE

## Fonction f

$$\begin{array}{l} f(x) \\ ax + b \\ x^2 \\ x^3 \\ \frac{1}{x} \\ u(x) + v(x) \\ a u(x) \end{array}$$

## Dérivée f'

$$\begin{array}{l} f'(x) \\ a \\ 2x \\ 3x^2 \\ -\frac{1}{x^2} \\ u'(x) + v'(x) \\ a u'(x) \end{array}$$

## Statistiques

$$\text{Effectif total } N = \sum_{i=1}^p n_i$$

$$\text{Moyenne } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$$

$$\text{Variance } V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

$$\text{Ecart type } \sigma = \sqrt{V}$$

## Logarithme népérien : ln

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$\ln(a^n) = n \ln a$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

## Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Si  $\Delta > 0$ , deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si  $\Delta = 0$ , une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si  $\Delta < 0$ , aucune solution réelle

$$\text{Si } \Delta \geq 0, \quad ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

## Suites arithmétiques

Terme de rang 1 :  $u_1$  et raison  $r$

Terme de rang  $n$  :  $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des  $k$  premiers termes :

$$S_k = u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

## Suites géométriques

Terme de rang 1 :  $u_1$  et raison  $q$

Terme de rang  $n$  :  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

Somme des  $k$  premiers termes :

$$S_k = u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

## Trigonométrie

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$$

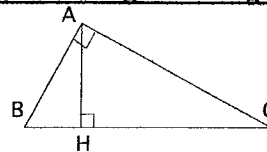
$$= 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

## Relations métriques dans le triangle rectangle

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$AH \times BC = AB \times AC$$



$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}; \quad \cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}; \quad \tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

## Résolution de triangle

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$R$  : rayon du cercle circonscrit

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

## Aires dans le plan

$$\text{Triangle : } \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$

$$\text{Trapèze : } \frac{1}{2} (B+b)h$$

$$\text{Disque : } \pi R^2$$

## Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base  $B$  et de hauteur  $h$  : Volume  $Bh$

$$\text{Sphère de rayon } R : \quad \text{Aire : } 4\pi R^2; \quad \text{Volume : } \frac{4}{3} \pi R^3$$

Cône de révolution ou pyramide de base  $B$  et de hauteur

$$h : \text{Volume } \frac{1}{3} Bh$$

## Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\text{Si } \vec{v} \neq \vec{0} \quad \text{et} \quad \vec{v}' \neq \vec{0}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0 \quad \text{si et seulement si} \quad \vec{v} \perp \vec{v}'$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

<b>BMA-MSC.1</b>	<b>BREVET DES METIERS D'ART : GRAPHISME ET DECOR</b>		
<b>SUJET</b>	Session 2008	Durée : 4 heures	Coefficient : 3
<b>Épreuve E2 : Mathématiques - Sciences Physiques</b>			<b>Page : 13/13</b>