

SESSION 2008

BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR

ELECTROTECHNIQUE	1	3
GENIE OPTIQUE	3	3

MATHEMATIQUES

Le sujet comprend 5 pages, numérotées de 1 à 5.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.
Il comprend 7 pages, numérotées de 1 à 7.

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

**Code sujet
MATGRA2**

Exercice 1 (11 points)

On rappelle que la fonction échelon unité, notée U , est définie sur l'ensemble des nombres réels par :

$$\begin{cases} U(t) = 0 & \text{si } t < 0 \\ U(t) = 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$

Une fonction définie sur \mathbf{R} est dite causale si elle est nulle sur l'intervalle $] -\infty ; 0 [$.

1. On considère la fonction causale e définie sur l'ensemble des nombres réels par :

$$e(t) = 4[U(t) - U(t-2)].$$

- a) Tracer la représentation graphique de la fonction e dans un repère orthonormal.
- b) On note E la transformée de Laplace de la fonction e .
Déterminer $E(p)$.

2. On considère la fonction s telle que :

$$4s'(t) + s(t) = e(t) \text{ et } s(0) = 0.$$

On admet que la fonction s possède une transformée de Laplace, notée S .

Démontrer que :

$$S(p) = \frac{1}{p\left(p + \frac{1}{4}\right)} (1 - e^{-2p}).$$

3. Déterminer les nombres réels a et b tels que :

$$\frac{1}{p\left(p + \frac{1}{4}\right)} = \frac{a}{p} + \frac{b}{p + \frac{1}{4}}.$$

4. Compléter le tableau ci-dessous dans lequel f désigne la fonction causale associée à F :

$F(p)$	$\frac{1}{p}$	$\frac{1}{p} e^{-2p}$	$\frac{1}{p + \frac{1}{4}}$	$\frac{1}{p + \frac{1}{4}} e^{-2p}$
$f(t)$	$U(t)$			

5. a) Déterminer $s(t)$, t désignant un nombre réel quelconque.

b) Vérifier que :

$$\begin{cases} s(t) = 0 & \text{si } t < 0 \\ s(t) = 4 - 4e^{-\frac{t}{4}} & \text{si } 0 \leq t < 2 \\ s(t) = 4e^{-\frac{t}{4}} \left(e^{\frac{1}{2}} - 1 \right) & \text{si } t \geq 2 \end{cases}$$

6. a) Justifier que la fonction s est croissante sur l'intervalle $[0;2[$.
- b) Déterminer $\lim_{\substack{t \rightarrow 2 \\ t < 2}} s(t)$.
7. a) Déterminer le sens de variation de la fonction s sur l'intervalle $[2; +\infty[$.
- b) Déterminer $\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t)$.
8. Tracer la courbe représentative de la fonction s dans un repère orthonormal.

Exercice 2 (9 points)

Dans ce problème, on approche un signal à l'aide d'une fonction affine par morceaux.

On désigne par E un nombre réel de l'intervalle $]0; 3[$.

On considère la fonction f définie sur \mathbf{R} , **paire**, périodique de **période 5**, telle que :

$$f(t) = \begin{cases} E \times t & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ (3 - E)t + 2E - 3 & \text{si } 1 \leq t < 2 \\ 3 & \text{si } 2 \leq t \leq \frac{5}{2} \end{cases}$$

Partie A :

Dans cette **partie**, et **uniquement dans cette partie**, on se place dans le cas où $E = 2$.

1. Préciser l'écriture de $f(t)$ sur chacun des intervalles $[0; 1[$, $[1; 2[$ et $\left[2; \frac{5}{2}\right]$.
2. Représenter graphiquement la fonction f sur l'intervalle $[-5; 10]$.

Partie B :

Dans cette **partie**, on se place dans le **cas général**, c'est-à-dire dans le cas où la valeur de E n'est pas spécifiée.

On appelle S la série de Fourier associée à la fonction f .

On note $S(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left(a_n \cos\left(\frac{2n\pi}{5}t\right) + b_n \sin\left(\frac{2n\pi}{5}t\right) \right)$.

1. Montrer que la valeur moyenne de la fonction f sur une période est $a_0 = 2 \frac{E+3}{5}$.
2. Déterminer b_n pour tout nombre entier naturel n supérieur ou égal à 1.
3. a) Montrer que pour tout nombre entier naturel n supérieur ou égal à 1 :

$$\int_0^1 t \cos\left(\frac{2n\pi}{5}t\right) dt = \frac{5}{2n\pi} \sin\left(\frac{2n\pi}{5}\right) + \frac{25}{4n^2\pi^2} \left(\cos\left(\frac{2n\pi}{5}\right) - 1 \right).$$

- b) On a calculé les intégrales $\int_1^2 f(t) \cos\left(\frac{2n\pi}{5}t\right) dt$ et $\int_2^5 f(t) \cos\left(\frac{2n\pi}{5}t\right) dt$.

On a ainsi obtenu, pour tout nombre entier naturel n supérieur ou égal à 1 :

$$\int_0^5 f(t) \cos\left(\frac{2n\pi}{5}t\right) dt = \frac{25}{4n^2\pi^2} \left((2E - 3) \cos\left(\frac{2n\pi}{5}\right) + (3 - E) \cos\left(\frac{4n\pi}{5}\right) - E \right).$$

En déduire que pour tout nombre entier naturel n supérieur ou égal à 1 :

$$a_n = \frac{5}{n^2\pi^2} \left((2E - 3) \cos\left(\frac{2n\pi}{5}\right) + (3 - E) \cos\left(\frac{4n\pi}{5}\right) - E \right).$$

4. Pour tout nombre entier naturel n supérieur ou égal à 1, on appelle u_n l'harmonique de rang n .

On a alors $u_n(t) = a_n \cos\left(\frac{2n\pi}{5}t\right) + b_n \sin\left(\frac{2n\pi}{5}t\right)$ pour tout nombre réel t .

- a) Montrer qu'au rang 5, $u_5(t)$ est nul pour tout nombre réel t .

- b) On appelle E_0 la valeur de E pour laquelle l'harmonique de rang 3 est nulle, c'est-à-dire la valeur de E telle que $u_3(t)$ est nul pour tout nombre réel t .

Déterminer la valeur exacte, puis une valeur approchée à 10^{-2} près, de E_0 .

Dans ce problème, à l'aide d'un transformateur à diode, on approche un signal sinusoïdal redressé par une fonction affine par morceaux.

Un tel signal avec $u_3(t) = u_5(t) = 0$ permettra :

- ✓ s'il est associé à un moteur, de réduire les à-coups du couple
- ✓ s'il est associé à un transformateur, d'éviter des pertes
- ✓ s'il est associé à un filtre, d'éliminer plus facilement les harmoniques de rang impair d'ordre supérieur.

GROUPEMENT A

CONTROLE INDUSTRIEL ET REGULATION AUTOMATIQUE

ELECTROTECHNIQUE

GENIE OPTIQUE

INFORMATIQUE ET RESEAUX POUR L'INDUSTRIE ET LES
SERVICES TECHNIQUES

SYSTEMES ELECTRONIQUES

TECHNIQUES PHYSIQUES POUR L'INDUSTRIE ET LE
LABORATOIRE

Plusieurs résultats figurant dans ce formulaire ne sont pas au programme de TOUTES les spécialités de BTS appartenant à ce groupement.

1. RELATIONS FONCTIONNELLES

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b, \text{ où } a > 0 \text{ et } b > 0$$

$$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$$

$$a^t = e^{t \ln a}, \text{ où } a > 0$$

$$t^\alpha = e^{\alpha \ln t}, \text{ où } t > 0$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(2t) = 2 \cos^2 t - 1 = 1 - 2 \sin^2 t$$

$$\sin(2t) = 2 \sin t \cos t$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$e^{it} = \cos t + i \sin t$$

$$\cos t = \frac{1}{2} (e^{it} + e^{-it})$$

$$\sin t = \frac{1}{2i} (e^{it} - e^{-it})$$

$$e^{a t} = e^{\alpha t} (\cos(\beta t) + i \sin(\beta t)), \text{ où } a = \alpha + i\beta$$

2. CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL

a) Limites usuelles

Comportement à l'infini

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} e^t = 0 ;$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = +\infty ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = 0$$

Croissances comparées à l'infini

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$$

Comportement à l'origine

$$\lim_{t \rightarrow 0} \ln t = -\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = 0 ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha \ln t = 0.$$

b) Dérivées et primitives

Fonctions usuelles

$f(t)$	$f'(t)$	$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\frac{1}{t}$	$\text{Arc sin } t$	$\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$
e^t	e^t	$\text{Arc tan } t$	$\frac{1}{1+t^2}$
$t^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R})$	$\alpha t^{\alpha-1}$	$e^{at} \ (a \in \mathbb{C})$	ae^{at}
$\sin t$	$\cos t$		
$\cos t$	$-\sin t$		
$\tan t$	$\frac{1}{\cos^2 t} = 1 + \tan^2 t$		

Opérations

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = ku'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, \quad u \text{ à valeurs strictement positives}$$

$$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} u'$$

c) Calcul intégral

Valeur moyenne de f sur $[a, b]$:

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(t) v'(t) dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t) v(t) dt$$

d) Développements limités

$$e^t = 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \dots + \frac{t^n}{n!} + t^n \varepsilon(t)$$

$$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 - \dots + (-1)^n t^n + t^n \varepsilon(t)$$

$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{t^n}{n} + t^n \varepsilon(t)$$

$$\sin t = \frac{t}{1!} - \frac{t^3}{3!} + \frac{t^5}{5!} - \dots + (-1)^p \frac{t^{2p+1}}{(2p+1)!} + t^{2p+1} \varepsilon(t)$$

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2!} + \frac{t^4}{4!} - \dots + (-1)^p \frac{t^{2p}}{(2p)!} + t^{2p} \varepsilon(t)$$

$$(1+t)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!} t + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} t^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} t^n + t^n \varepsilon(t)$$

e) Equations différentielles

Equations	Solutions sur un intervalle I
$a(t)x' + b(t)x = 0$	$f(t) = ke^{-G(t)}$ où G est une primitive de $t \mapsto \frac{b(t)}{a(t)}$
$ax'' + bx' + cx = 0$	Si $\Delta > 0$, $f(t) = \lambda e^{r_1 t} + \mu e^{r_2 t} \dots$ où r_1 et r_2 sont les racines de l'équation caractéristique
équation caractéristique :	Si $\Delta = 0$, $f(t) = (\lambda t + \mu) e^{rt} \dots$ où r est la racine double de l'équation caractéristique
$ar^2 + br + c = 0$	Si $\Delta < 0$, $f(t) = [\lambda \cos(\beta t) + \mu \sin(\beta t)] e^{\alpha t}$ où $r_1 = \alpha + i\beta$ et $r_2 = \alpha - i\beta$ sont les racines complexes conjuguées de l'équation caractéristique.
de discriminant Δ	

3. SERIES DE FOURIER

f : fonction périodique de période T ;

développement en série de Fourier :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{ik\omega t}, \quad (n \in \mathbb{N}^*, k \in \mathbb{Z}).$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(t) dt; \quad a_n = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(t) \cos(n\omega t) dt; \quad b_n = \frac{2}{T} \int_a^{a+T} f(t) \sin(n\omega t) dt.$$

$$c_k = \frac{1}{T} \int_a^{a+T} f(t) e^{-ik\omega t} dt \quad (k \in \mathbb{Z}); \quad c_0 = a_0; \quad \frac{a_n - ib_n}{2} = c_n; \quad \frac{a_n + ib_n}{2} = c_{-n} \quad (n \in \mathbb{N}^*).$$

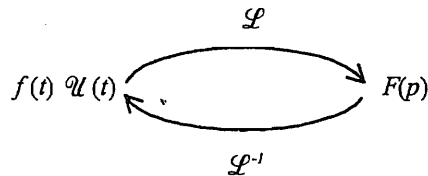
4. TRANSFORMATION DE LAPLACE

Fonctions usuelles

$$\mathcal{L}(\mathcal{U}(t)) = \frac{1}{p}; \quad \mathcal{L}(t\mathcal{U}(t)) = \frac{1}{p^2}; \quad \mathcal{L}(t^n \mathcal{U}(t)) = \frac{n!}{p^{n+1}} \quad (n \in \mathbb{N});$$

$$\mathcal{L}(e^{-at} \mathcal{U}(t)) = \frac{1}{p+a}; \quad \mathcal{L}(\sin(\omega t) \mathcal{U}(t)) = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}; \quad \mathcal{L}(\cos(\omega t) \mathcal{U}(t)) = \frac{p}{p^2 + \omega^2}.$$

Propriétés



$f(\alpha t) \mathcal{U}(t) \quad \alpha > 0$	$\frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$
$f(t-\tau) \mathcal{U}(t-\tau)$	$F(p) e^{-\tau p}$
$f(t) e^{-at} \mathcal{U}(t)$	$F(p+a)$
$f'(t) \mathcal{U}(t)$	$pF(p) - f(0^+)$
$f''(t) \mathcal{U}(t)$	$p^2 F(p) - p f(0^+) - f'(0^+)$
$-t f(t) \mathcal{U}(t)$	$F'(p)$
$\int_0^t f(u) \mathcal{U}(u) du$	$\frac{F(p)}{p}$

5. TRANSFORMATION EN Z

Signal causal $n \mapsto x(n)$ pour $n \in \mathbb{N}$	Transformée en Z $z \mapsto (Zx)(z)$
$e(n) = 1$	$(Ze)(z) = \frac{z}{z-1}$
$\begin{cases} d(0) = 1 \\ d(n) = 0 \text{ si } n \neq 0 \end{cases}$	$(Zd)(z) = 1$
$r(n) = n$	$(Zr)(z) = \frac{z}{(z-1)^2}$
$c(n) = n^2$	$(Zc)(z) = \frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$
$f(n) = a^n, a \in \mathbb{R} - \{0\}$	$(Zf)(z) = \frac{z}{z-a}$
$y(n) = a^n x(n), a \in \mathbb{R} - \{0\}$	$(Zy)(z) = (Zx)\left(\frac{z}{a}\right)$
$y(n) = x(n-n_0), (n-n_0) \in \mathbb{N}$ ou $y(n) = x(n-n_0)e(n-n_0)$	$(Zy)(z) = z^{-n_0} (Zx)(z)$
$y(n) = x(n+1)$	$(Zy)(z) = z[(Zx)(z) - x(0)]$
$y(n) = x(n+2)$	$(Zy)(z) = z^2[(Zx)(z) - x(0) - x(1)z^{-1}]$
$y(n) = x(n+n_0), n_0 \in \mathbb{N}^*$	$(Zy)(z) = z^{n_0} [(Zx)(z) - x(0) - x(1)z^{-1} - x(2)z^{-2} \dots - x(n_0-1)z^{-(n_0-1)}]$

6. **PROBABILITES**

a) **Loi binomiale** $P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ où $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$; $E(X) = np$; $\sigma(X) = \sqrt{npq}$

b) **Loi de Poisson**

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$V(X) = \lambda$$

$k \backslash \lambda$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
0	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488
1	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293
2	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988
3	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198
4	0,0000	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030
5		0,0000	0,0001	0,0002	0,0004
6			0,0000	0,0000	0,0000

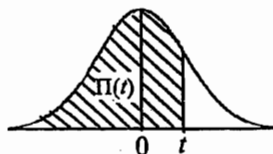
$k \backslash \lambda$	1	1,5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0.368	0.223	0.135	0.050	0.018	0.007	0.002	0.001	0.000	0.000	0.000
1	0.368	0.335	0.271	0.149	0.073	0.034	0.015	0.006	0.003	0.001	0.000
2	0.184	0.251	0.271	0.224	0.147	0.084	0.045	0.022	0.011	0.005	0.002
3	0.061	0.126	0.180	0.224	0.195	0.140	0.089	0.052	0.029	0.015	0.008
4	0.015	0.047	0.090	0.168	0.195	0.176	0.134	0.091	0.057	0.034	0.019
5	0.003	0.014	0.036	0.101	0.156	0.176	0.161	0.128	0.092	0.061	0.038
6	0.001	0.004	0.012	0.050	0.104	0.146	0.161	0.149	0.122	0.091	0.063
7	0.000	0.001	0.003	0.022	0.060	0.104	0.138	0.149	0.140	0.117	0.090
8		0.000	0.001	0.008	0.030	0.065	0.103	0.130	0.140	0.132	0.113
9			0.000	0.003	0.013	0.036	0.069	0.101	0.124	0.132	0.125
10				0.001	0.005	0.018	0.041	0.071	0.099	0.119	0.125
11				0.000	0.002	0.008	0.023	0.045	0.072	0.097	0.114
12					0.001	0.003	0.011	0.026	0.048	0.073	0.095
13					0.000	0.001	0.005	0.014	0.030	0.050	0.073
14						0.000	0.002	0.007	0.017	0.032	0.052
15							0.001	0.003	0.009	0.019	0.035
16							0.000	0.001	0.005	0.011	0.022
17								0.001	0.002	0.006	0.013
18								0,000	0.001	0.003	0.007
19									0.000	0.001	0.004
20										0.001	0.002
21										0,000	0.001
22											0.000

c) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité : $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE $\mathcal{N}(0,1)$

$$\Pi(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota : $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$