BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

SESSION 2008

Épreuve de mathématiques

GROUPEMENT E *CODE : MATGRE*

Durée : 1 heure 30

SPECIALITE	COEFFICIENT
ART CERAMIQUE	1,5
EXPRESSION VISUELLE OPTION ESPACES DE COMMUNICATION	1,5

Les calculatrices de poche sont autorisées conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.
La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Le sujet comporte 3 pages, numérotées de 1/3 à 3/3.

EXERCICE 1 (8 points)

On considère le triangle ABC tel que $AC = 24$ cm, $BC = 28$ cm et $AB = 40$ cm.

1. Faire un dessin à l'échelle $\frac{1}{4}$.

2. Calculer la mesure en degrés de l'angle $A\hat{C}B$ du triangle ABC.
Arrondir à 10^{-1}.

3. On admet pour la suite que l'angle $A\hat{C}B$ a une mesure de 100,3°.
Calculer l'aire S du triangle ABC. Arrondir à 10^{-1}.

4. Pour la suite, on admet que $S = 330{,}6$ cm^2.
Calculer l'aire S' du triangle dessiné à la première question.

5. On appelle H le pied de la hauteur issue du point C. Placer H sur le dessin.
Donner l'expression de l'aire du triangle ABC en fonction de CH.
En déduire CH.

6. Calculer la mesure en degrés de l'angle $B\hat{A}C$. Arrondir à 10^{-1}.

7. En utilisant un résultat admis au 3. et le résultat obtenu au 6., calculer une valeur approchée de la mesure de l'angle $C\hat{B}A$.

8. On appelle I le point situé sur la droite (CH) à l'extérieur du triangle ABC et tel que $IH = 8$ cm (sur le dessin, compte tenu de l'échelle, $IH = 2$ cm).
Placer le point I et dessiner le triangle $A'B'C'$, image du triangle ABC par la rotation de centre I et d'angle $-90°$.

EXERCICE 2 (12 points)

Le plan est muni d'un repère orthogonal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ où l'unité graphique sur l'axe des abscisses est 1 cm et l'unité graphique sur l'axe des ordonnées est 2 cm.
On considère la courbe C dont un système d'équations paramétriques est :

$$\begin{cases} x = f(t) = t^3 + t^2 - 6t + 2 \\ y = g(t) = t^2 + t - 4 \end{cases}$$ où t appartient à l'intervalle $[-3, 2]$.

1. Calculer $f'(t)$ et $g'(t)$ où f' et g' sont les fonctions dérivées respectives des fonctions f et g.

2. Résoudre dans $[-3, 2]$ l'équation $g'(t) = 0$.

3. On admet que l'équation $f'(t) = 0$ a deux solutions : t_1 et t_2, où $t_1 \approx 1{,}1$ et $t_2 \approx -1{,}8$.
Pour quelles valeurs de t la courbe C admet-elle une tangente horizontale ?
Pour quelles valeurs de t la courbe C admet-elle des tangentes verticales ?

4. On donne le tableau de valeurs suivant dans lequel les valeurs approchées sont arrondies à 10^{-1}.

t	-3	$-2{,}6$	$t_2 \approx -1{,}8$	-1	$-0{,}5$
$f(t)$	2	6,8	10,2	8	5,1
$g(t)$	2	0,2	$-2{,}6$	-4	$-4{,}3$

t	1	$t_1 \approx 1{,}1$	1,6	2
$f(t)$	-2	$-2{,}1$	$-0{,}9$	2
$g(t)$	-2	$-1{,}7$	0,2	2

Calculer $f(0)$, $g(0)$, $f(-2)$ et $g(-2)$.

5. Établir, sans explication, le tableau des variations conjointes de f et g.

6. On observe que les deux valeurs -3 et 2 du paramètre t correspondent à un même point E de la courbe C.

a) Déterminer un vecteur directeur $\vec{V}$ de la tangente T à la courbe C au point E obtenu pour $t = -3$.

b) Déterminer un vecteur directeur $\vec{V}'$ de la tangente T' à la courbe C au point E obtenu pour $t = 2$.

7. En respectant l'unité graphique imposée, tracer dans le repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ la courbe C, ses tangentes verticales, sa tangente horizontale et les deux tangentes T et T'.

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

B.T.S. : groupement E

ART CÉRAMIQUE

EXPRESSION VISUELLE OPTION ESPACES DE COMMUNICATION

B.T.S. : groupement F

DESIGN D'ESPACE

DESIGN DE PRODUIT

A. Identités remarquables

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

B. Dérivées et primitives

1. Dérivées et primitives de fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$
x^n	$n\,x^{n-1}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin x$	$\cos x$

2. Opérations sur les dérivées

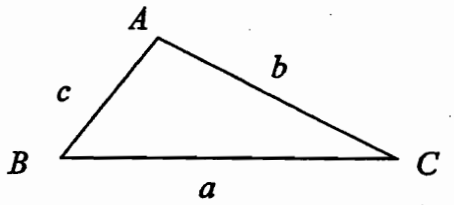
$$(u+v)' = u' + v'$$
$$(ku)' = k\,u'$$
$$(uv)' = u'v + uv'$$
$$\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-u'}{u^2}$$
$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

C. Formules dans un triangle quelconque

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$$

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bc \cos \hat{A}$$



L'aire $\mathscr{A}$ du triangle ABC est donnée par : $\mathscr{A} = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

D. Distance de deux points

Dans un plan muni d'un repère orthonormal $(O\,;\ \vec{i}\,,\ \vec{j}\,)$, si A a pour coordonnées (x_A, y_A) et si B a pour coordonnées (x_B, y_B), alors $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.