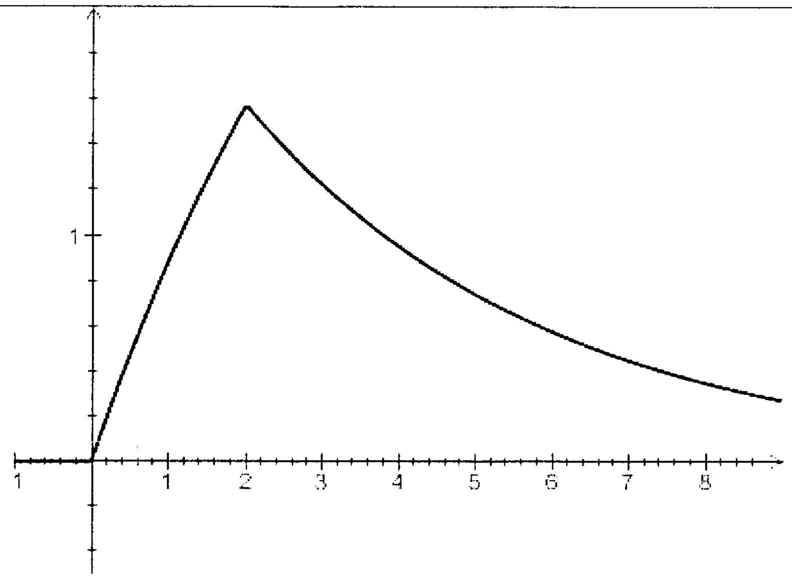
CORRIGE

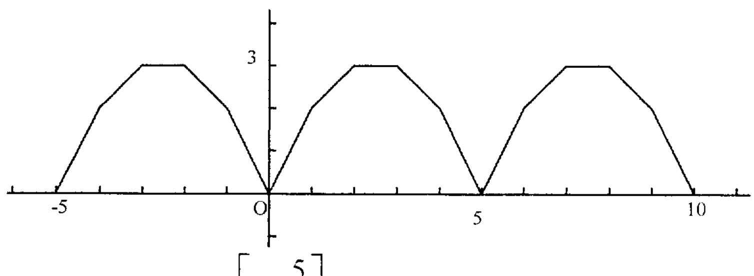
Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

Exercice 1

<table>
<tr><th>N° de la question</th><th>Éléments de réponse</th><th>Points</th></tr>
<tr><td>1. a)</td><td>Dessin</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1. b)</td><td>$$E(p)=4\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{p}\mathrm{e}^{-2p}\right)=\frac{4}{p}\left(1-\mathrm{e}^{-2p}\right)$$</td><td>1
dont 0,5
pour $\frac{4}{p}$</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>$$4\left(pS(p)-s(0)\right)+S(p)=E(p)$$
donc $(4p+1)S(p)=\frac{4}{p}\left(1-\mathrm{e}^{-2p}\right)$
d'où $S(p)=\frac{4}{p(4p+1)}\left(1-\mathrm{e}^{-2p}\right)=\frac{1}{p\left(p+\frac{1}{4}\right)}\left(1-\mathrm{e}^{-2p}\right)$</td><td>0,5
0,5
0,5</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>$a=4$ et $b=-4$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>
<table>
<tr><td>$F(p)$</td><td>$\frac{1}{p}$</td><td>$\frac{1}{p}\mathrm{e}^{-2p}$</td><td>$\frac{1}{p+\frac{1}{4}}$</td><td>$\frac{1}{p+\frac{1}{4}}\mathrm{e}^{-2p}$</td></tr>
<tr><td>$f(t)$</td><td>$U(t)$</td><td>$U(t-2)$</td><td>$\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}t}\,U(t)$</td><td>$\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}(t-2)}\,U(t-2)$</td></tr>
</table>
0,5 pour $\frac{1}{p}$, 0,5 pour $\frac{1}{p+\frac{1}{4}}$ et 0,5 attribué dès lors qu'il y a une utilisation correcte du retard au moins une fois.</td><td>1,5</td></tr>
<tr><td>5. a)</td><td>$$s(t)=4U(t)-4U(t-2)-4\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}t}\,U(t)+4\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}(t-2)}\,U(t-2)$$
ou
$s(t)=4\left(g(t)-g(t-2)\right)$ avec $g(t)=U(t)\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}t}\right)$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>5. b)</td><td>Vérification :
0,5 sur l'intervalle $[\,0\,;2\,[$
0,5 sur l'intervalle $[\,2\,;+\infty\,[$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>6. a)</td><td>$s'(t)=\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}t}$ 0,5
$s'(t)>0$ sur l'intervalle $[\,0\,;2\,[$ 0,5
ou
justification par composée de fonctions 1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>6. b)</td><td>$$\lim_{\substack{t\to 2\\ t<2}} s(t)=4-4\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}$$</td><td>0,5</td></tr>
</table>

7. a)	$s'(t) = -\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}t}\left(\mathrm{e}^{\frac{1}{2}} - 1\right)$	0,5
7. b)	$\lim\limits_{t \to +\infty} s(t) = 0$	0,5
8.	 *on attend l'allure de la courbe, on n'attend aucune demi-tangente*	0,5
	TOTAL	**11**

Exercice 2

N° de la question	Éléments de réponse	Points
A. 1.	$f(t) = \begin{cases} 2t & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ t+1 & \text{si } 1 \leq t < 2 \\ 3 & \text{si } 2 \leq t < \dfrac{5}{2} \end{cases}$	1,5
A. 2.	 0,5 sur l'intervalle $\left[0\,;\dfrac{5}{2}\right]$, 0,5 pour la parité, 0,5 pour la périodicité	1,5

B. 1.	$a_0=\frac{1}{5}\int_{-\frac{5}{2}}^{\frac{5}{2}} f(t)\mathrm{d}t=\frac{2}{5}\int_0^{\frac{5}{2}} f(t)\mathrm{d}t=\frac{2}{5}\left(\left[E\frac{t^2}{2}\right]_0^1+\left[(3-E)\frac{t^2}{2}+(2E-3)t\right]_1^2+[3t]_2^{\frac{5}{2}}\right)$ $a_0=\frac{2}{5}(E+3)$ 0,5 point pour poser le calcul 1 point pour l'obtention des intégrales par le calcul ou par des considérations graphiques 0,5 point pour réduire *On acceptera un calcul direct d'aires.*	2
B. 2.	Les b_n sont tous nuls car la fonction f est paire.	0,5
B. 3. a)	$\int_0^1 t\cos\left(\frac{2n\pi}{5}\right)\mathrm{d}t=\frac{5}{2n\pi}\sin\left(\frac{2n\pi}{5}\right)+\frac{25}{4n^2\pi^2}\left(\cos\left(\frac{2n\pi}{5}\right)-1\right)$ 0,5 point pour la méthode: amorcer l'intégration par parties 1 point pour $\frac{5}{2n\pi}\left[t\sin\left(\frac{2n\pi}{5}t\right)\right]_0^1-\frac{5}{2n\pi}\int_0^1\sin\left(\frac{2n\pi}{5}t\right)\mathrm{d}t$ *On ne s'attachera pas au calcul final, le résultat est donné dans l'énoncé.*	1,5
B. 3. b)	Déduction de a_n	0,5
B. 4. a)	$a_5=\frac{5}{25\pi^2}[(2E-3)\cos(2\pi)+(3-E)\cos(4\pi)-E]=0$	0,5
B. 4. b)	$\frac{5}{9\pi^2}\left[(2E-3)\cos\left(\frac{6\pi}{5}\right)+(3-E)\cos\left(\frac{12\pi}{5}\right)-E\right]=0$ $E_0=\frac{3\cos\left(\frac{6\pi}{5}\right)-3\cos\left(\frac{12\pi}{5}\right)}{2\cos\left(\frac{6\pi}{5}\right)-\cos\left(\frac{12\pi}{5}\right)-1}$ $E_0\approx 1{,}15$ à 10^{-2} près	0,5 0,5
	TOTAL	**9**