SERVICES CULTURE ÉDITIONS
RESSOURCES POUR
L'ÉDUCATION NATIONALE

Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel

Campagne 2009

CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

Corrigé BTS Géomètre Topographe

Exercice 1 . 8 points.	Points	Détails
1) En utilisant les formules : $\begin{cases} x = r.\cos\varphi.\cos\theta \\ y = r.\cos\varphi.\sin\theta \\ z = r.\sin\theta \end{cases}$ on obtient : $I(1,0,0)$, $J(0,1,0)$,$K(0,0,1)$ (évident sans formules) $A\left(\frac{3}{4},\frac{\sqrt{3}}{4},\frac{1}{2}\right)$,$B\left(\frac{1}{4},\frac{\sqrt{3}}{4},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$	**1,75**	 0,75 1
2) $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = \frac{3+2\sqrt{3}}{8}$ $\quad \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OJ} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ $\quad \overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OJ} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ $.\cos\widehat{AOB} = \frac{\vec{OA}\cdot\vec{OB}}{\Vert\vec{OA}\Vert\cdot\Vert\vec{OB}\Vert} = \frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{3}{8} \Rightarrow \widehat{AB} \approx 0,63.rd$ $\cos\widehat{AOJ} = \frac{\vec{OA}\cdot\vec{OJ}}{\Vert\vec{OA}\Vert\cdot\Vert\vec{OJ}\Vert} = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \widehat{AJ} \approx 1,12.rd$ $\widehat{BJ} \approx 1,12\ rad$	**1,5**	0,75 0,25 0,25 0,25
3) $Cos\hat{A} \approx 0,15$ et $\hat{A} \approx 1,41.rd$.	**1**	0,5 0,5
4) $\vec{n} = \vec{IJ} \wedge \vec{IK}$, $\vec{n}(1,1,1)$. $M(x,y,z) \in (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{IM}\cdot\vec{n} = 0$, soit $(P): x+y+z-1=0$	**1,25**	1,25
5) $H\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$ projeté orthogonal du point O sur le plan (P).	**1,25**	1,25
6) On sait que l'intersection d'un plan et d'une sphère est un cercle ou l'ensemble vide. Les points *I*, *J* et *K* sont communs à (*P*) et (Σ). L'intersection est donc un cercle (*C*). On sait que le centre du cercle (*C*) est le projeté H du point O sur le plan (*P*). Si r est le rayon de la sphère, R le rayon du cercle (*C*) on a : $OH^2 + R^2 = r^2$. D'où $R^2 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ et $R = \frac{\sqrt{6}}{3}$	**1,25**	0,25 0,5 0,5
Exercice 2. 12 points .	Points	Détails
A) Etude Géométrique.	3,5	
1.a) $\frac{y_Q - y_O}{x_Q - x_O} = t$ $(D): y = tx$. 1c) $(C): x^2 + y^2 - x = 0$.	**1,5**	0,5 0,5 0,5
2) $\begin{cases} y = tx \\ x^2 + y^2 - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{1+t^2} \\ y = \frac{t}{1+t^2} \end{cases}$	**1**	1

<table>
<tr><td>3) $\begin{cases} x = 1 - \dfrac{1}{1+t^2} = \dfrac{t^2}{1+t^2} \\ y = t - \dfrac{t}{1+t^2} = \dfrac{t^3}{1+t^2} \end{cases}$</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>B) Etude d'une courbe paramétrée.</td><td>5,5</td><td></td></tr>
<tr><td>1) $x(-t) = x(t)$ et $y(-t) = -y(t)$.
Donc (Γ) admet l'axe (Ox) comme axe de symétrie.</td><td>0,5</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>2) $\lim\limits_{t\to+\infty} x(t) = 1$ et $\lim\limits_{t\to+\infty} y(t) = +\infty$.
La droite d'équation $x = 1$ est asymptote à la courbe (Γ) quand $t \to +\infty$.</td><td>0,75</td><td>0,5
0,25</td></tr>
<tr><td>3) $x'(t) = \dfrac{2t(1+t^2) - t^2(2t)}{(1+t^2)^2} = \dfrac{2t}{(1+t^2)^2}$ et $y'(t) = \dfrac{3t^2(1+t^2) - t^3(2t)}{(1+t^2)^2} = \dfrac{3t^2 + t^4}{(1+t^2)^2}$</td><td>1</td><td>0,5
0,5</td></tr>
<tr><td>4)
<table>
<tr><td>t</td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$x'(t)$</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>$x(t)$</td><td>0</td><td>$\nearrow$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>$y(t)$</td><td>0</td><td>$\nearrow$</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$y'(t)$</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
</table></td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>5) $\lim\limits_{t\to0} \dfrac{y(t) - y(0)}{x(t) - x(0)} = \lim\limits_{t\to0} \dfrac{t^3}{1+t^2} \times \dfrac{1+t^2}{t^2} = \lim\limits_{t\to0} t = 0$
Ce qui prouve que le coefficient directeur de la tangente pour $t = 0$ est 0.
La tangente au point O est donc l'axe (Ox).</td><td>1</td><td>0,5
0,5</td></tr>
<tr><td>6)
points pour t=1 , t=2 et t=$\sqrt{3}$
Tracé</td><td>1,25</td><td>0,75
0,5</td></tr>
<tr><td>C) Etude d'une inversion.</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>1) $x_1(t) = \dfrac{1}{\left(\dfrac{t^2}{1+t^2}\right)^2 + \left(\dfrac{t^3}{1+t^2}\right)^2} \cdot \dfrac{t^2}{(1+t^2)} = \dfrac{1+t^2}{t^2+t^4} = \dfrac{1}{t^2}$

$y_1(t) = \dfrac{1}{\left(\dfrac{t^2}{1+t^2}\right)^2 + \left(\dfrac{t^3}{1+t^2}\right)^2} \cdot \dfrac{t^3}{(1+t^2)} = \dfrac{1+t^2}{t + t^3} = \dfrac{1}{t}$</td><td>1</td><td>0,5
0,5</td></tr>
<tr><td>2) $\left[y_1(t)\right]^2 = \left[\dfrac{1}{t}\right]^2 = x_1(t)$</td><td>0,5</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>3) On reconnaît l'équation d'une parabole (P).
Paramètre $p = \dfrac{1}{2}$; Axe (Ox) ; Foyer $F\left(\dfrac{1}{4}, 0\right)$</td><td>1</td><td>0,25
0,75</td></tr>
<tr><td>4) Tracé.</td><td>0,5</td><td>0,5</td></tr>
</table>