CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

AGENCEMENT DE L'ENVIRONNEMENT ARCHITECTURAL

SESSION 2009

U31 - MATHÉMATIQUES

Durée : 2 heures – Coefficient : 2

CORRIGÉ

CODE ÉPREUVE : 0906ADMAT	EXAMEN : BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR		SPÉCIALITÉ : AGENCEMENT DE L'ENVIRONNEMENT ARCHITECTURAL
SESSION 2009	CORRIGÉ BARÈME	ÉPREUVE : U31 - MATHÉMATIQUES	
Durée : 2h	Coefficient : 2	Corrigé N° 27EM08	PAGE : 1/4

Correction exercice 1 :

1°) • On prend la valeur centrale de chacune des classes. *0,5 point*

• $m = 50,03$ et $\sigma = 0,27$ à 10^{-2} près. *0,5 + 0,5 point*

2°)a) • On cherche $p(49,5 \leq X \leq 50,5)$ où X suit la loi $N(50\,;0,3)$. *0,5 point*

• $T = \dfrac{X-50}{0,3}$ suit la loi $N(0\,;1)$ et $p(49,5 \leq X \leq 50,5) = p\left(-\dfrac{5}{3} \leq T \leq \dfrac{5}{3}\right)$ *0,5 point*

• $p\left(-\dfrac{5}{3} \leq T \leq \dfrac{5}{3}\right) = p\left(T \leq \dfrac{5}{3}\right) - p\left(T \leq -\dfrac{5}{3}\right) = p\left(T \leq \dfrac{5}{3}\right) - \left(1 - p\left(T \leq \dfrac{5}{3}\right)\right) = 2p\left(T \leq \dfrac{5}{3}\right) - 1$ *0,5 point*

• $p\left(T \leq \dfrac{5}{3}\right) = p(T \leq 1,67) = 0,9525$ d'après la table, *0,5 point*

• D'où $p(49,5 \leq X \leq 50,5) = 2 \times 0,9525 - 1 = 0,905$ à 10^{-3} près. *0,5 point*

b) La probabilité que la boule ne soit pas conforme est donc 0,100 *0,5 point*

3°) a) • Y suit la loi binomiale de paramètres $n = 4$ et $p = 0,10$. *1 point*

b) • On cherche $p(Y = 0)$. *0,5 point*

• Or $p(Y = 0) = C_4^0 \times 0,1^0 \times (1-0,1)^4 = 1 \times 1 \times 0,9^4 \approx 0,66$ à 10^{-2} près *0,5 point*

• On cherche $p(Y \leq 1) = p(Y = 0) + p(Y = 1)$. *0,5 point*

• Or $p(Y = 1) = C_4^1 \times 0,1^1 \times 0,9^3 = 4 \times 0,1 \times 0,9^3$ *0,5 point*

• D'où $p(Y \leq 1) = 0,9^4 + 4 \times 0,1 \times 0,9^3 \approx 0,95$ à 10^{-2} près. *0,5 point*

Correction exercice 2 :

Partie A :

1°) • $y' = 2xy$ *0,5 point*

• une primitive de $x \mapsto 2x$ est $x \mapsto x^2$, d'où $y(x) = Ke^{x^2}$, $K \in \mathrm{IR}$. *1 point*

2°) • $g'(x) = a$ et $g'(x) - 2xg(x) = -2ax^2 - 2bx + a$. *0,5 point*

• g est solution de (E) si et seulement si $-2ax^2 - 2bx + a = -4x^2 + 2$ pour tout $x \in \mathrm{IR}$, soit $a = 2$ et $b = 0$. g définie par $g(x) = 2x$ est solution de (E). *1 point*

• $S = \left\{ f \,/\, \quad f(x) = Ke^{x^2} + 2x, \quad K \in IR \right\}$ *1 point*

3°) • On cherche K tel que $f(0) = 1$, soit $Ke^0 + 0 = 1$, soit $K = 1$. *0,5 point*

Partie B :

1°) a) • $h'(x) = \left(1 \times e^{x^2} + x \times 2xe^{x^2}\right) + 0 = \left(1 + 2x^2\right)e^{x^2}$. *1 point*

b) • Comme $\left(1 + 2x^2\right) > 0$ et $e^{x^2} > 0$ sur IR alors $h'(x) > 0$ sur [-2,2]. *0,5 point*

• Et donc h est strictement croissante sur [-2,2]. *0,5 point*

c) • h est strictement croissante sur [-2,2] avec $h(-0,66) < 0$ et $h(-0,65) > 0$. *1,5 points*

donc $h(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in [-0,66\,;-0,65]$.

Et comme $h(-0,65)$ est plus proche de 0 que $h(-0,66)$, on prendra $\alpha \approx -0,65$ à 0,01 près.

2°) a) • $f'(x) = 2x \times +2 = 2\left(xe^{x^2} + 1\right) = 2h(x)$. *1 point*

b) •

x	-2		α		2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	

1,5 point

c) • f admet son minimum en $x \approx -0,65$ à 0,01 près. *0,5 point*

3°) a) • Le coefficient est $f'(0) = 2h(0) = 2$. *0,5 point*

b) • Représentation. *0,5 point*