

# CORRIGE

**Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.**

**Compétences évaluées**

**C1 : mobiliser et restituer des connaissances**

**C2 : appliquer des méthodes**

**C6 : montrer une certaine autonomie dans le traitement de l'information (rechercher, organiser, traiter l'information)**

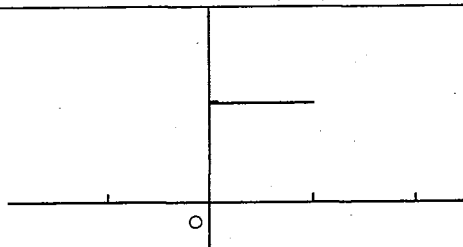
**C7 : développer une démarche connue, mettre en forme un raisonnement**

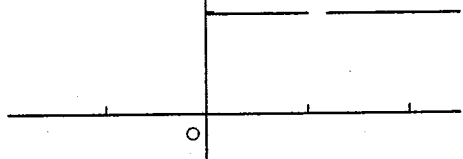
**C3 : prendre des initiatives, choisir un modèle, émettre une conjecture, expérimenter.**

**C4 : raisonner, démontrer, élaborer une démarche.**

**C5 : évaluer, critiquer un résultat, vérifier la validité d'un résultat ou d'une méthode.**

N° de la question	Comp.	Éléments de réponse : exercice 1	Points
Partie A 1) a)	C6-C2	$\tau = 0,01$ donc $\lambda = 5$ . $P(X \leq 1) = 0,007 + 0,034 = 0,041$ .	1
1) b)	C7	$P(X > n_0) < 0,05 \Leftrightarrow P(X \leq n_0) > 0,95$ . Par lecture de la table de la loi de Poisson, on trouve $P(X \leq 8) = 0,932$ et $P(X \leq 9) = 0,968$ donc $n_0 = 9$	1
2) a)	C2	$P(X > 120) = 1 - \Pi(2) \approx 0,0228$	1
2) b)	C7	$P(100 - a \leq X \leq 100 + a) = 0,99 \Leftrightarrow \Pi\left(\frac{a}{10}\right) = 0,995 \Leftrightarrow a \approx 25,75$ .	1
Partie B 1) a)	C6-C1	$Y$ suit la loi binomiale $B(30 ; 0,01)$ .	0,5
1) b)	C7	$P(Y \leq 2) = P(Y = 0) + P(Y = 1) + P(Y = 2) \approx 0,997$ .	1
2) a) et 2) b)	C3-C1	$Z$ suit la loi binomiale $B(365 ; 0,01)$ ; $E(Z) = 3,65$ et $\sigma(Z) \approx 1,90$ .	1
Partie C 1) a)	C2	$P(T \leq t) = \int_0^t 500 e^{-500x} dx = 1 - e^{-500t}$ .	0,5
1) b)	C2	$P(T \leq t) = 0,95 \Leftrightarrow 1 - e^{-500t} = 0,95 \Leftrightarrow t = \frac{\ln(20)}{500} \approx 0,006$	0,5
2) a)	C7	$\int_0^t 500xe^{-500x} dx = \left[-xe^{-500x}\right]_0^t - \int_0^t -e^{-500x} dx = -te^{-500t} - \frac{1}{500}e^{-500t} + \frac{1}{500}$	1
2) b)	C2	$m = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(-te^{-500t} - \frac{1}{500}e^{-500t} + \frac{1}{500}\right) = \frac{1}{500}$	0,5
<b>Total</b>			<b>9</b>

N° de la question	Comp.	Éléments de réponse : exercice 2	Points												
Partie A 1)	C7	En utilisant la linéarité de la transformation de Laplace, on obtient : $S_1(p) \left[ 1 + \frac{1}{p} \right] = \frac{1}{p} \text{ d'où } S_1(p) = \frac{1}{p+1}$ 0,5 point pour appliquer la transformation de Laplace et 0,5 point pour le calcul.	1												
2)	C2	On obtient : $s_1(t) = (e^{-t})U(t)$	1												
Partie B 1)	C2	 <p><i>On ne sanctionnera pas la présence de traits verticaux ou l'absence de représentation symbolique aux extrémités des segments.</i></p>	1												
2)	C7	Comme en A) 1) on obtient : $S_2(p) \left[ 1 + \frac{1}{p} \right] = \frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-p}$ soit $S_2(p) = \frac{1}{p+1} - \frac{1}{p+1} e^{-p}$ 0,5 point pour appliquer la transformation de Laplace et 0,5 point pour le calcul même non réduit.	1												
3) a)	C2	On a $s_2(t) = e^{-t}U(t) - e^{-(t-1)}U(t-1)$	0,5												
3) b)	C2-C5		0,5												
4)	C2	Sur l'intervalle $]1; +\infty[$ , $s_2'(t) = e^{-t}(e-1)$ Comme $e^{-t}$ et $e-1$ sont strictement positifs, alors $s_2$ est strictement croissante sur cet intervalle. <i>On acceptera la connaissance des variations de <math>t \mapsto e^{at}</math>.</i>	0,5												
5)	C1	$s_2(1^+) = -e^{-1}(e-1) = e^{-1} - 1$ et $s_2(1^-) = e^{-1}$ D'où $s_2(1^+) - s_2(1^-) = -1$	0,5												
6) a)	C1	<table border="1" data-bbox="414 1590 1356 1702"> <tr> <td>t</td> <td>1</td> <td>1,1</td> <td>1,5</td> <td>2</td> <td>2,5</td> </tr> <tr> <td><math>s_2(t)</math></td> <td>-0,63</td> <td>-0,57</td> <td>-0,38</td> <td>-0,23</td> <td>-0,14</td> </tr> </table>	t	1	1,1	1,5	2	2,5	$s_2(t)$	-0,63	-0,57	-0,38	-0,23	-0,14	0,5
t	1	1,1	1,5	2	2,5										
$s_2(t)$	-0,63	-0,57	-0,38	-0,23	-0,14										
6) b)	C1	Voir document réponse (même remarque qu'au B) 1)) 1 point pour le tracé lorsque $t \geq 1$	0,5												
Partie C 1) a)	C3	Sur $]-\infty; 1,1[$ $U(t-1,1) = 0$ donc $e_3(t) = U(t) - U(t-1) = e_2(t)$	0,5												
1) b)	C2	Pour $t \geq 1,1$ , $U(t) = U(t-1) = U(t-1,1) = 1$ d'où $e_3(t) = 1 - 1 + 1 = 1$ .	0,5												

1) c)	C2		0,5										
		Même remarque qu'au B) 1)											
2)	C3	Sur $]1,1; +\infty[$ , $s_3'(t) = -e^{-t}(1 - e + e^{1,1})$ . On a $s_3'(t) < 0$ car $e^{-t} > 0$ et $(1 - e + e^{1,1}) > 0$ donc $s_3$ est strictement décroissante sur $]1,1; +\infty[$ . Même remarque qu'au B) 4)	0,5										
3)	C1	$s_3(1,1^+) = e^{-1,1}(1 - e + e^{1,1}) = e^{-1,1} - e^{-0,1} + 1$ $s_3(1,1^-) = s_2(1,1^-) = -e^{-1,1}(e - 1) = -e^{-0,1} + e^{-1,1}$ Donc $s_3(1,1^+) - s_3(1,1^-) = 1$	0,5										
4) a)	C1	<table border="1" data-bbox="422 918 1356 1019"> <tbody> <tr> <td><math>t</math></td> <td>1,1</td> <td>1,5</td> <td>2</td> <td>2,5</td> </tr> <tr> <td><math>s_3(t)</math></td> <td>0,43</td> <td>0,29</td> <td>0,17</td> <td>0,10</td> </tr> </tbody> </table>	$t$	1,1	1,5	2	2,5	$s_3(t)$	0,43	0,29	0,17	0,10	0,5
$t$	1,1	1,5	2	2,5									
$s_3(t)$	0,43	0,29	0,17	0,10									
4) b)	C2	Voir document réponse (même remarque qu'au B) 1)) 0,5 point pour le tracé lorsque $t < 1,1$ et 0,5 point pour le tracé lorsque $t \geq 1,1$ .	1										
<b>Total</b>			<b>11</b>										

Document réponse, à rendre avec la copie (exercice 2)

Figure 1 : représentation de la fonction  $s_1$

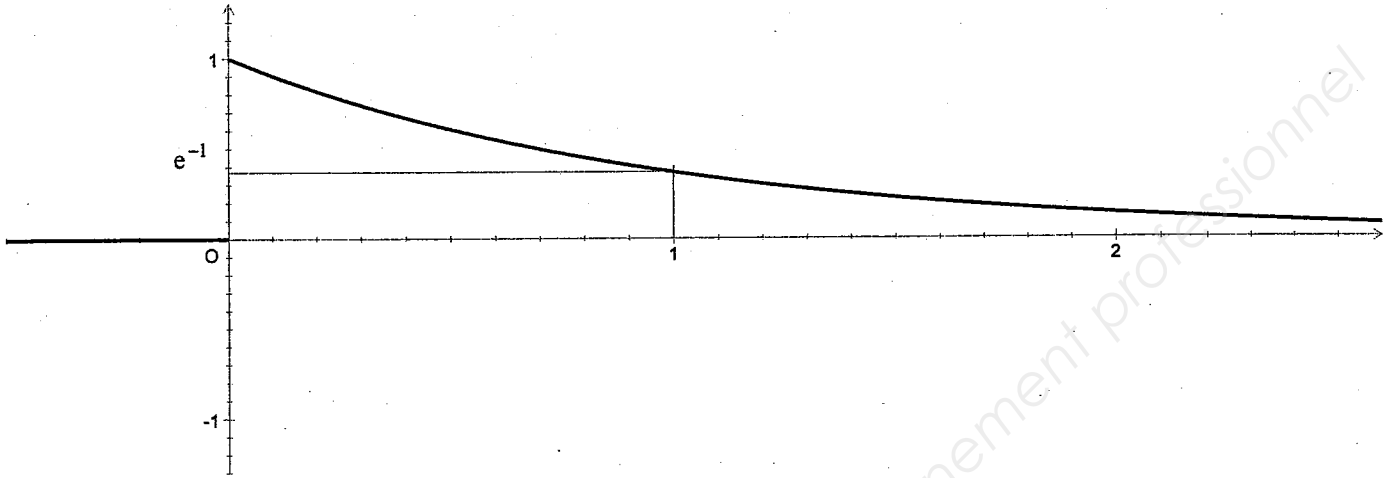


Figure 2 : représentation de la fonction  $s_2$  à compléter

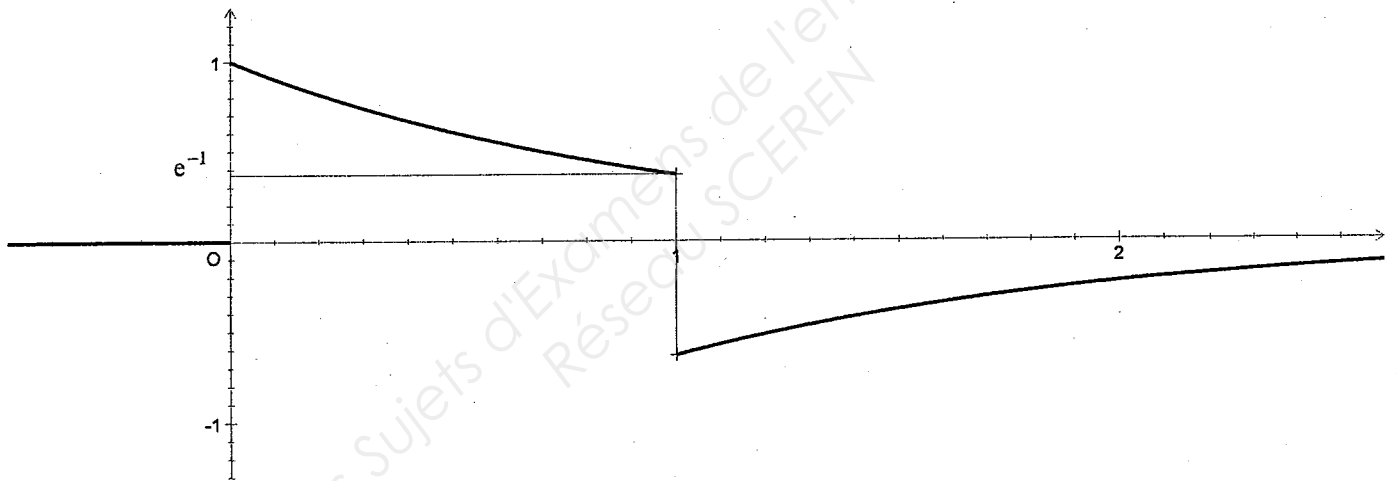


Figure 3 : représentation de la fonction  $s_3$  à compléter

