



SERVICES CULTURE ÉDITIONS
RESSOURCES POUR
L'ÉDUCATION NATIONALE

**Ce document a été numérisé par le CRDP de Bordeaux pour la
Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel**

Campagne 2009

Ce fichier numérique ne peut être reproduit, représenté, adapté ou traduit sans autorisation.

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

SYSTÈMES ÉLECTRONIQUES

ÉPREUVE E4

Étude d'un Système Technique

Unité U4.2

PHYSIQUE APPLIQUÉE

Durée : 4 heures

coefficient : 4

Acquisition et traitement

d'un électrocardiogramme

Tout document interdit

Calculatrice à fonctionnement autonome autorisée
(circulaire 99-186 du 16/11/99)

Ce sujet comporte :

Présentation	page 1 à 2
I. Traitement analogique du signal ECG	page 3 à 7
II. Traitement de l'électrocardiogramme	page 7 à 14
III. Conclusion	page 14
Documents réponses	page DR1 à DR2

9SEE4PA1	BTS SYSTÈMES ÉLECTRONIQUES	Session 2009
	Épreuve : U4.2 - PHYSIQUE APPLIQUÉE	

Acquisition et traitement d'un électrocardiogramme

La propagation de l'activité électrique cardiaque provoque l'apparition de différences de potentiels à la surface du corps, qui peuvent être enregistrées en différents points de référence. C'est l'électrocardiogramme (ECG).

Ces potentiels seront prélevés grâce à des électrodes positionnées sur le corps humain.

Un exemple classique consiste à prélever les potentiels sur les poignets du patient, comme le montre le schéma de la *Figure 1*.

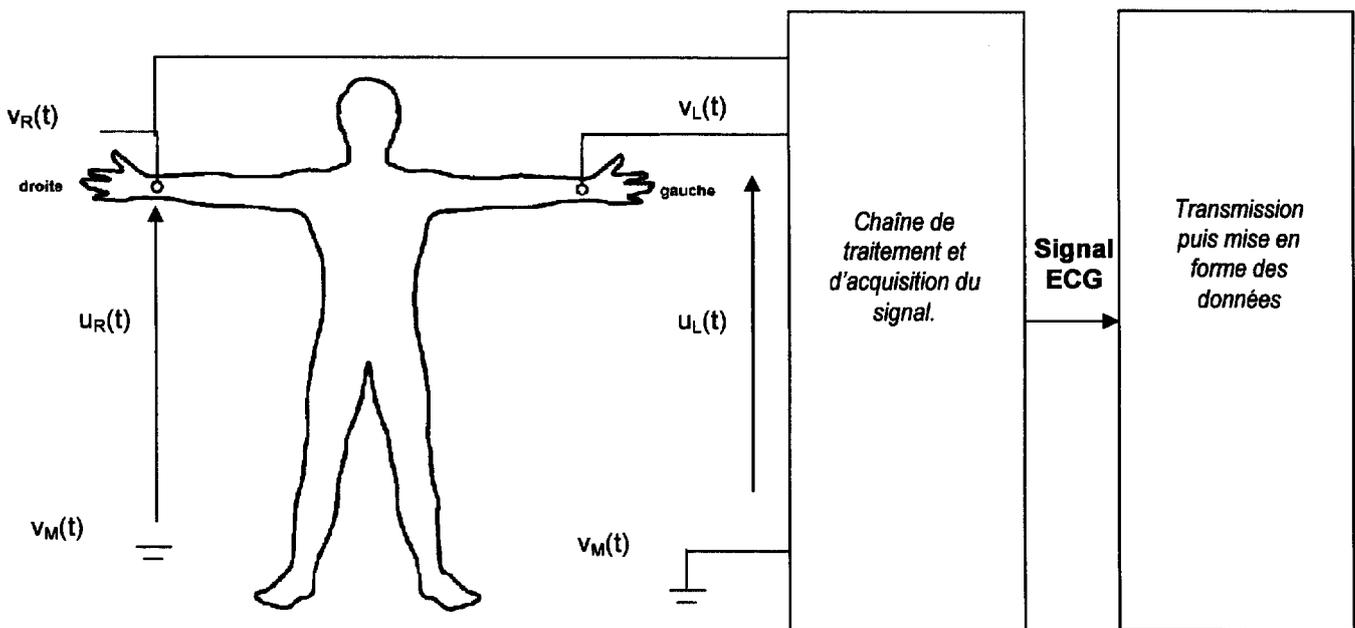


Figure 1 : Principe de la mesure du signal ECG

Le potentiel $v_M(t)$ est choisi comme référence pour l'électronique de mesure ainsi que pour l'ensemble des tensions. La différence de potentiel entre le poignet droit et la masse est telle que :

$$u_R(t) = v_R(t) - v_M(t)$$

De même, la tension entre le poignet gauche et la référence de tension est notée :

$$u_L(t) = v_L(t) - v_M(t)$$

On s'intéresse à l'électronique mise en oeuvre pour l'acquisition et le traitement de cette grandeur électrique.

Session 2009	BTS Systèmes Électroniques	Page 1 sur 14
9SEE4PA1	Épreuve U42- Physique Appliquée Sujet	

La chaîne d'acquisition et de traitement du signal ECG est présentée sur la Figure 2.

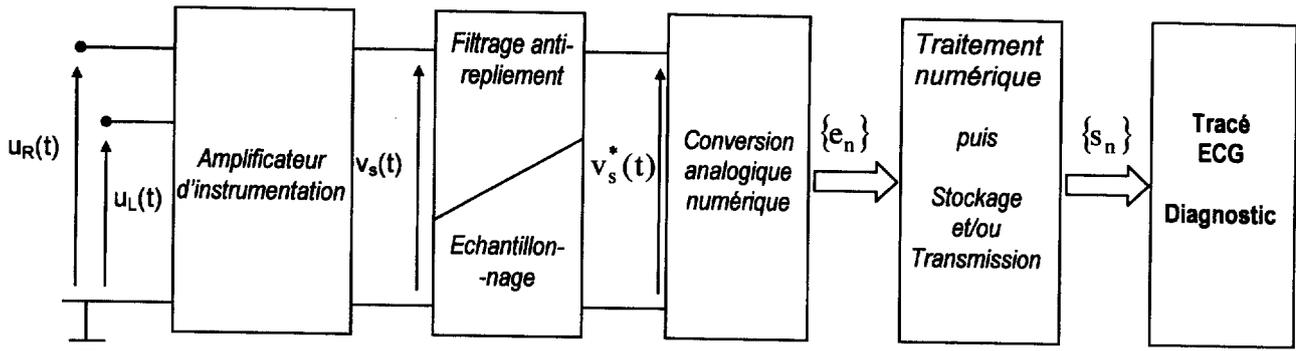


Figure 2 : Chaîne d'acquisition et de traitement du signal ECG

Un électrocardiogramme issu de ce traitement, qui précise les points clés P, Q, R et S servant au diagnostic médical, est présenté sur la Figure 3.

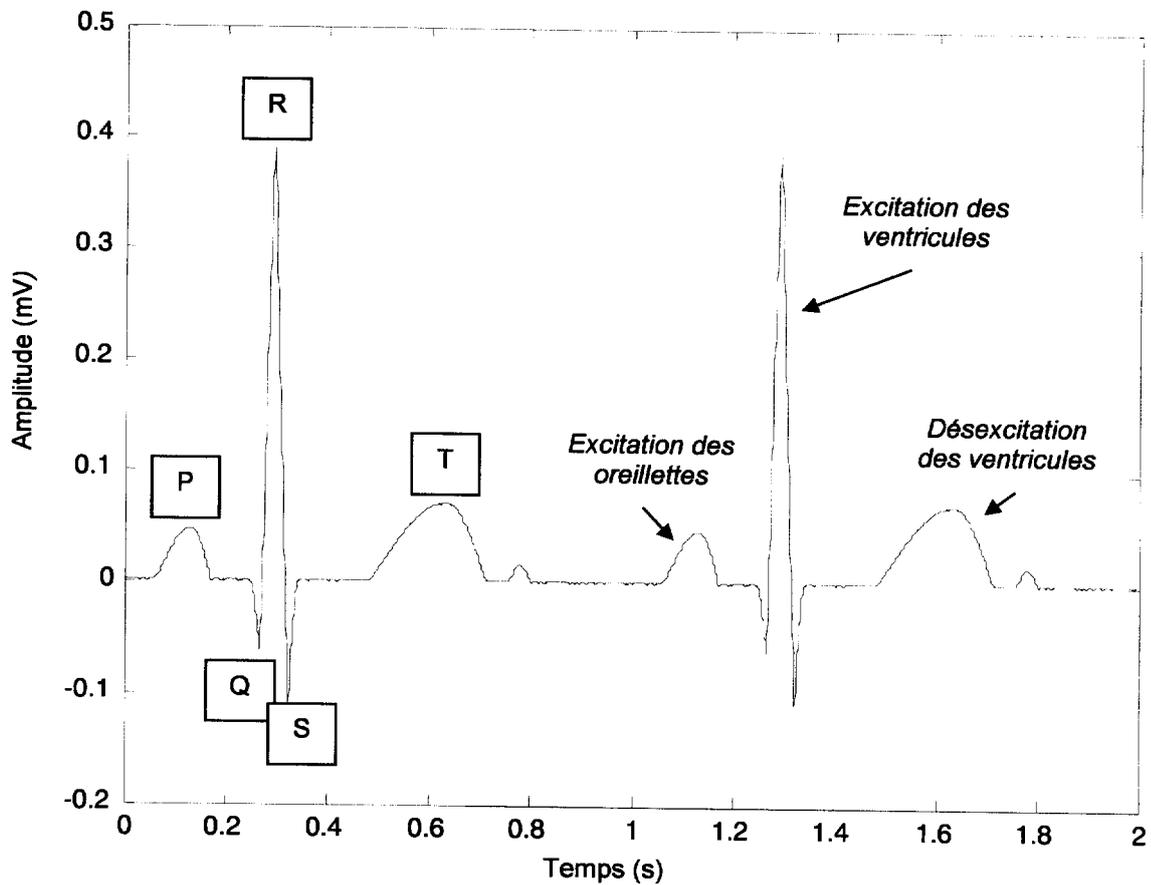


Figure 3 : Signal ECG en fonction du temps

I. TRAITEMENT ANALOGIQUE DU SIGNAL ECG

1. Modèle électrique simplifié du patient

Entre les points de contact R et L et la masse, le comportement électrique du patient peut être modélisé par le schéma présenté Figure 4.

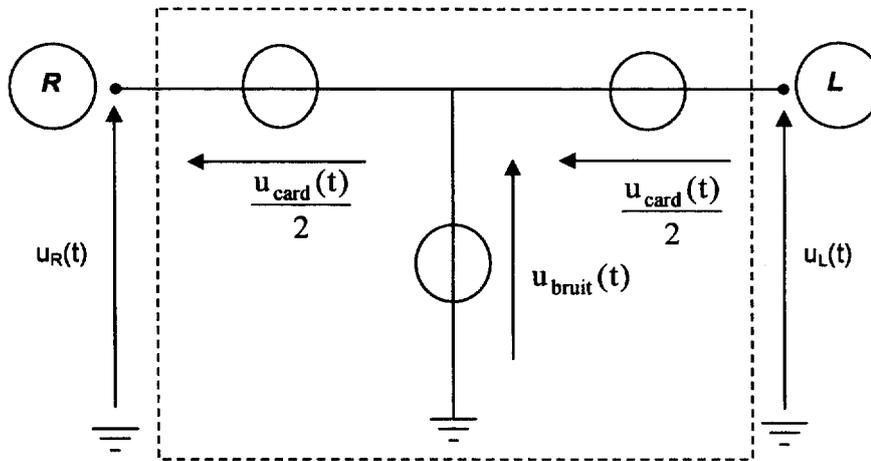


Figure 4 : Schéma électrique équivalent du patient

La source de tension $u_{\text{card}}(t)$ correspond à l'information qui traduit l'activité cardiaque ; c'est le signal ECG présenté Figure 3. Son amplitude est faible, de l'ordre du millivolt.

La source de tension $u_{\text{bruit}}(t)$ introduite Figure 4, caractérise l'ensemble des parasites perturbant la mesure. Ils ont pour origine :

- l'activité bioélectrique du corps humain (muscles, respiration ...)
- l'électronique entourant le patient (50 Hz, interférences électromagnétiques ...).

La valeur crête de $u_{\text{bruit}}(t)$ peut être importante, de l'ordre de quelques volts.

On définit :

- la tension **différentielle** $u_d(t)$ par la relation :

$$u_d(t) = u_R(t) - u_L(t)$$

- la tension **de mode commun** $u_{\text{mc}}(t)$ par la relation :

$$u_{\text{mc}}(t) = \frac{u_R(t) + u_L(t)}{2}$$

1.1. Représenter la tension $u_d(t)$ sur le document réponse n°1.

1.2. Vérifier que $u_d(t) = u_{\text{card}}(t)$ et que $u_{\text{mc}}(t) = u_{\text{bruit}}(t)$.

Session 2009	BTS Systèmes Électroniques Épreuve U42- Physique Appliquée	Page 3 sur 14
9SEE4PA1	Sujet	

2. Puissances normalisées des tensions $u_{\text{card}}(t)$ et $u_{\text{bruit}}(t)$

Le spectre d'amplitude de la tension $u_{\text{card}}(t)$ est donné *Figure 5*.

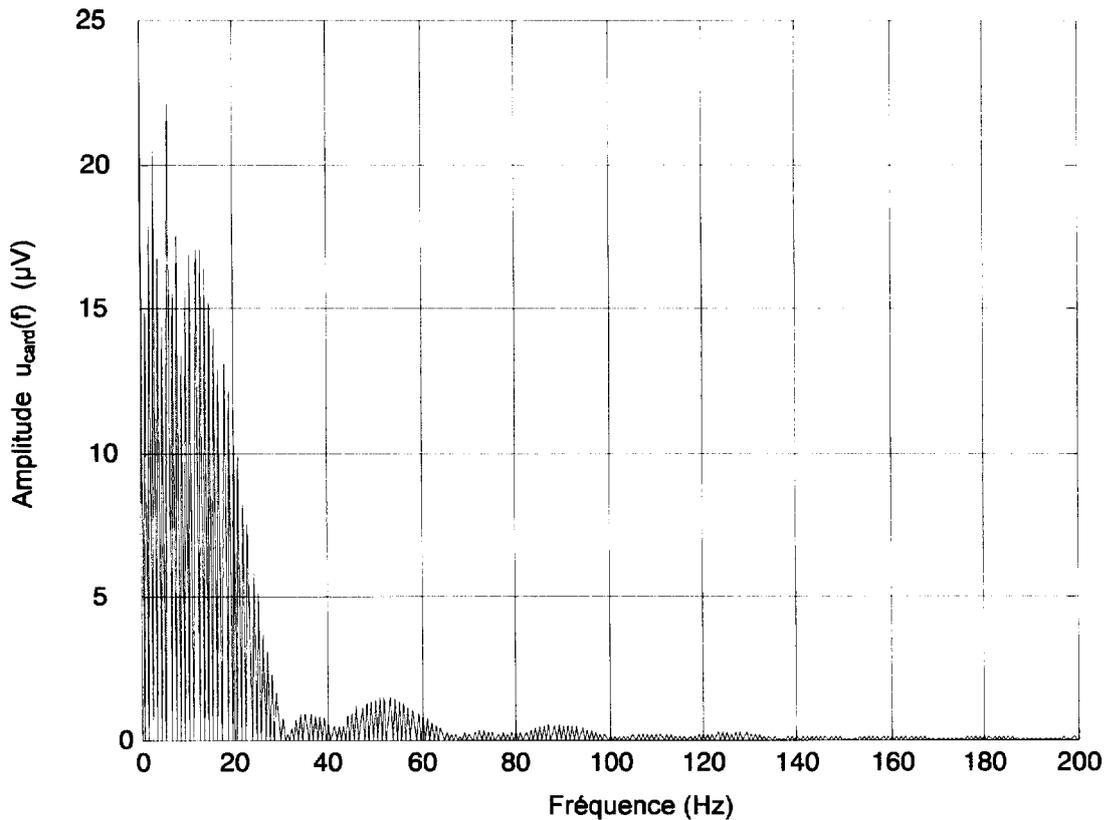


Figure 5 : Spectre d'amplitude du signal ECG

Afin d'estimer la puissance normalisée du signal ECG, on néglige la composante continue et on ne tient compte que des 20 premières composantes harmoniques de son spectre dont on suppose l'amplitude constante et égale à $20 \mu\text{V}$.

Cela revient à remplacer le spectre de la *Figure 5* par celui de la *Figure 6*.

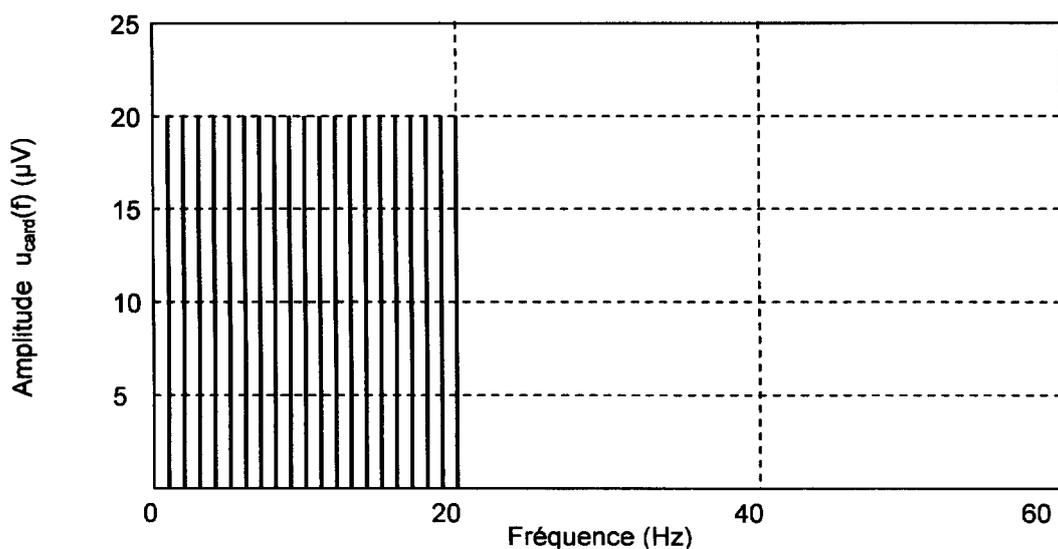


Figure 6 : Spectre d'amplitude simplifié du signal ECG

Session 2009	BTS Systèmes Électroniques Épreuve U42- Physique Appliquée	Page 4 sur 14
9SEE4PA1	Sujet	

2.1. Rappeler la relation entre la valeur efficace U_{eff} et l'amplitude A d'une tension sinusoïdale ?

On applique une tension de valeur efficace U_{eff} aux bornes d'une résistance R .

2.2. Exprimer la puissance moyenne P dissipée par la résistance R , en fonction de U_{eff} et R . En déduire la puissance moyenne normalisée correspondante P_n lorsque l'on choisit $R = 1 \Omega$.

2.3. En déduire que la puissance moyenne normalisée P_{ncard} pour le signal ECG $u_{\text{card}}(t)$, calculée à l'aide du spectre simplifié de la *Figure 6*, vaut : $P_{\text{ncard}} = 4 \text{ nW}$.

Le bruit est modélisé par une composante sinusoïdale d'amplitude 100 mV.

2.4. Montrer que la puissance moyenne normalisée du bruit P_{nbruit} vaut alors : $P_{\text{nbruit}} = 5 \text{ mW}$.

2.5. Calculer le rapport signal sur bruit, noté R_{SN} , donné par la relation suivante :

$$R_{\text{SN}} = 10 \cdot \log \left(\frac{P_{\text{ncard}}}{P_{\text{nbruit}}} \right) \text{ en dB}$$

3. Nécessité de l'amplification différentielle

Dans les conditions de mesure d'électrocardiogramme, le rapport signal sur bruit au niveau des tensions $u_L(t)$ et $u_R(t)$ est tel que le signal utile est noyé dans le bruit.

Pour améliorer le rapport signal sur bruit, on utilise un amplificateur différentiel dont la tension de sortie est donnée par la relation suivante :

$$v_s(t) = A_d u_d(t) + A_{\text{mc}} u_{\text{mc}}(t)$$

avec : A_d : Amplification différentielle et A_{mc} : Amplification du mode commun

et $u_d(t) = u_{\text{card}}(t)$ de valeur efficace U_{card} et $u_{\text{mc}}(t) = u_{\text{bruit}}(t)$ de valeur efficace U_{bruit}

Le taux de réjection de mode commun de l'amplificateur différentiel est défini par la relation suivante :

$$\text{TRMC} = 20 \cdot \log \left(\frac{A_d}{A_{\text{mc}}} \right) \text{ en dB}$$

On note :

- $v_{\text{scard}}(t) = A_d u_d(t)$ et V_{scard} , sa valeur efficace, qui correspond au signal utile de sortie.
- $v_{\text{sbruit}}(t) = A_{\text{mc}} u_{\text{mc}}(t)$ et V_{sbruit} , sa valeur efficace, qui correspond au bruit de sortie.

Le rapport signal sur bruit à l'entrée de l'amplificateur est noté : $R_{\text{SN}}^E = 20 \cdot \log \left(\frac{U_{\text{card}}}{U_{\text{bruit}}} \right)$ en dB.

Le rapport signal sur bruit à la sortie de l'amplificateur est noté : $R_{\text{SN}}^S = 20 \cdot \log \left(\frac{V_{\text{scard}}}{V_{\text{sbruit}}} \right)$ en dB.

3.1. Montrer que la relation liant R_{SN}^E , R_{SN}^S et TRMC est : $R_{\text{SN}}^S = R_{\text{SN}}^E + \text{TRMC}$.

Afin d'effectuer une prise d'échantillons correcte du signal $u_{\text{card}}(t)$, on souhaite obtenir, à la sortie de l'amplificateur différentiel, le rapport $\frac{V_{\text{scard}}}{V_{\text{sbruit}}} = 100$ entre les valeurs efficaces de la tension utile $v_{\text{scard}}(t)$ et celle du bruit $v_{\text{sbruit}}(t)$.

3.2. Calculer la valeur du rapport signal sur bruit R_{SN}^S correspondant.

3.3. Calculer, en utilisant la réponse à la question 1.2.5., la valeur du TRMC permettant d'obtenir cette performance.

3.4. En déduire la valeur du rapport des amplifications $\frac{A_d}{A_{\text{mc}}}$.

3.5. Dans le cas d'un amplificateur différentiel idéal, que vaut A_{mc} ? Que peut-on dire de la valeur du TRMC ?

Session 2009	BTS Systèmes Électroniques Épreuve U42- Physique Appliquée	Page 5 sur 14
9SEE4PA1	Sujet	

4. Etude de l'amplificateur d'instrumentation

L'amplificateur différentiel est réalisé à l'aide de la structure décrite Figure 7.
Les tensions $u_L(t)$ et $u_R(t)$ sont appliquées aux entrées de l'amplificateur.

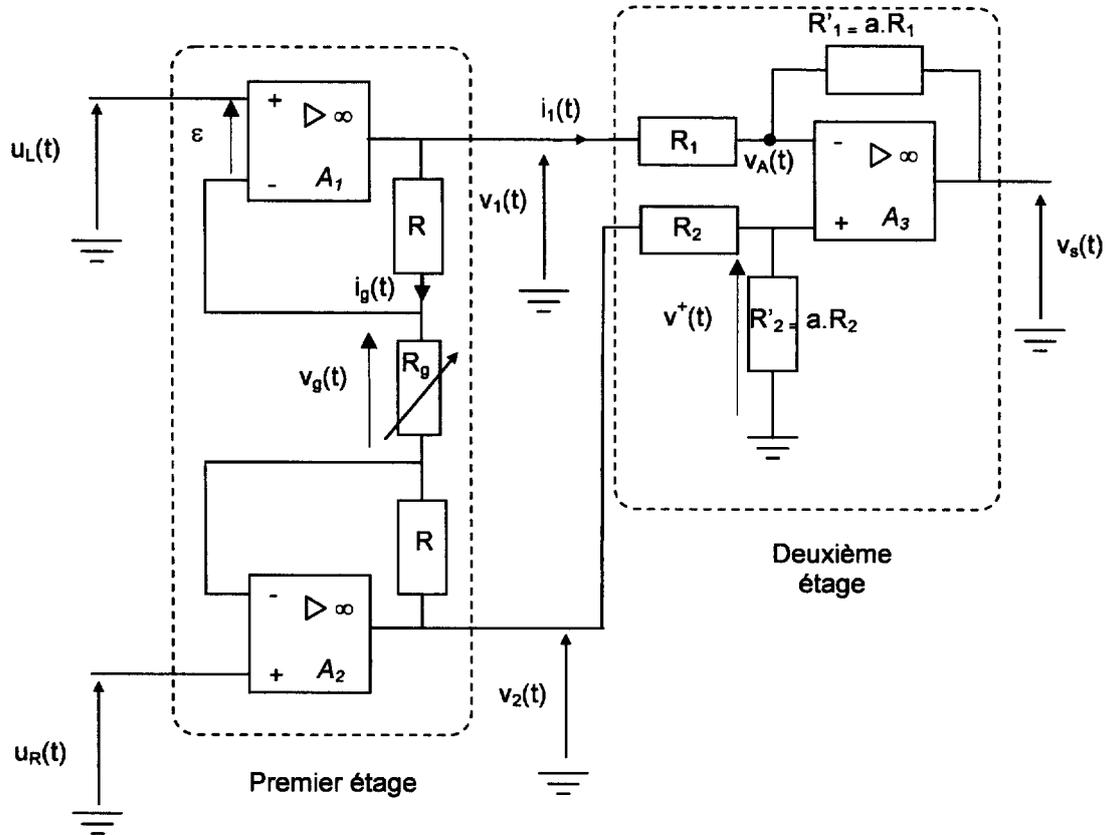


Figure 7 : Amplificateur d'instrumentation

- 4.1. Les amplificateurs opérationnels étant idéaux et fonctionnant en régime linéaire, que peut-on dire de l'intensité des courants d'entrée i^+ et i^- et des différences de potentiels $\varepsilon = v^+ - v^-$?

Pour le premier étage, on recherche une relation liant les tensions $v_1(t)$ et $v_2(t)$ aux tensions d'entrée $u_L(t)$ et $u_R(t)$.

- 4.2. Exprimer la différence de potentiel $v_g(t)$ aux bornes de R_g en fonction de $u_L(t)$ et $u_R(t)$. Puis exprimer $v_g(t)$ en fonction de $i_g(t)$ et R_g .
- 4.3. Déterminer la relation donnant la différence de potentiel $v_1(t) - v_2(t)$ en fonction de R , R_g et $i_g(t)$.
- 4.4. Montrer alors que :

$$v_1(t) - v_2(t) = \left(1 + \frac{2 \cdot R}{R_g}\right) \cdot (u_L(t) - u_R(t))$$

Pour le deuxième étage, on recherche une relation liant la tension $v_s(t)$ aux tensions $v_1(t)$ et $v_2(t)$.

- 4.5. Exprimer $v^+(t)$ en fonction de $v_2(t)$ et a .
- 4.6. Déterminer l'expression de $v_A(t)$ en fonction de a , $v_1(t)$ et $v_s(t)$.

Session 2009	BTS Systèmes Électroniques Épreuve U42- Physique Appliquée	Page 6 sur 14
9SEE4PA1	Sujet	

4.7. En déduire l'expression de $v_s(t)$ en fonction de a , $v_1(t)$ et $v_2(t)$.

4.8. Montrer finalement que :

$$v_s(t) = a \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot R}{R_g} \right) \cdot (u_R(t) - u_L(t))$$

4.9. En déduire l'expression de l'amplification différentielle et la valeur de l'amplification du mode commun définies question I.3 page 5.

5. Mise en œuvre de l'amplificateur d'instrumentation

On s'intéresse à l'estimation des effets de la tolérance des résistances sur les amplifications différentielle et de mode commun. On souhaite étudier en particulier les rapports entre les résistances R_1 et R'_1 d'une part, et R_2 et R'_2 d'autre part, que l'on a supposés égaux jusqu'alors mais qui peuvent ne pas l'être en pratique. Afin de tenir compte de cette différence, on pose :

$$R'_2 = (a + \Delta a) \cdot R_2$$

Par ailleurs, on donne : $a = \frac{R'_1}{R_1} = 200$ $K = 1 + \frac{2 \cdot R}{R_g} = 50$ $R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$

5.1. Compléter le schéma du **document réponse n°2** à l'aide de source(s) et d'appareil(s) de mesure adéquats, de façon à pouvoir mesurer l'amplification de mode commun.

5.2. Compléter le schéma du **document réponse n°3** à l'aide de source(s) et d'appareil(s) de mesure adéquats, de façon à pouvoir mesurer l'amplification différentielle.

On effectue trois expériences conduisant aux relevés de l'amplification différentielle et de l'amplification de mode commun en fonction du paramètre Δa .

Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous :

N° expérience	①	②	③
Δa	4	10	20
A_d	10×10^3	10×10^3	10×10^3
A_{mc}	19×10^3	47×10^3	90×10^3

5.3. Calculer le taux de réjection de mode commun, TRMC en dB, atteint pour chacune des expérimentations, ainsi que la valeur de la résistance R'_2 et la tolérance sur cette résistance. Les résultats obtenus seront consignés dans le tableau du **document réponse n°4**.

5.4. Que vaut alors la tolérance maximale sur la résistance R'_2 pour obtenir en sortie de l'amplificateur d'instrumentation un rapport signal sur bruit strictement supérieur à 40 dB ?

II. TRAITEMENT DE L'ÉLECTROCARDIOGRAMME

Ce sont les fonctions filtrage anti-repliement, échantillonnage et traitement numérique du schéma synoptique de la *Figure 2* qui vont être détaillées dans cette partie.

1. Choix de la fréquence d'échantillonnage

Il s'agit de déterminer la fréquence d'échantillonnage et de mettre en évidence les précautions à prendre pour assurer une prise correcte d'échantillons portant sur la tension $v_s(t)$ issue de l'amplificateur d'instrumentation.

L'information utile du signal ECG est comprise dans la bande de fréquence $[0 ; F_{\max}]$ avec $F_{\max} = 100 \text{ Hz}$.

Session 2009	BTS Systèmes Électroniques Épreuve U42- Physique Appliquée	Page 7 sur 14
9SEE4PA1	Sujet	

- 1.1. A l'aide de la *Figure 3* page 2, relever la fréquence du signal $u_{\text{card}}(t)$ de l'ECG. Exprimer cette fréquence en battements par minute.
- 1.2. Comparer cette fréquence à celle de la première raie de fréquence non nulle du spectre de $v_s(t)$ représenté *Figure 8*. Quel nom particulier donne-t-on à cette fréquence ?

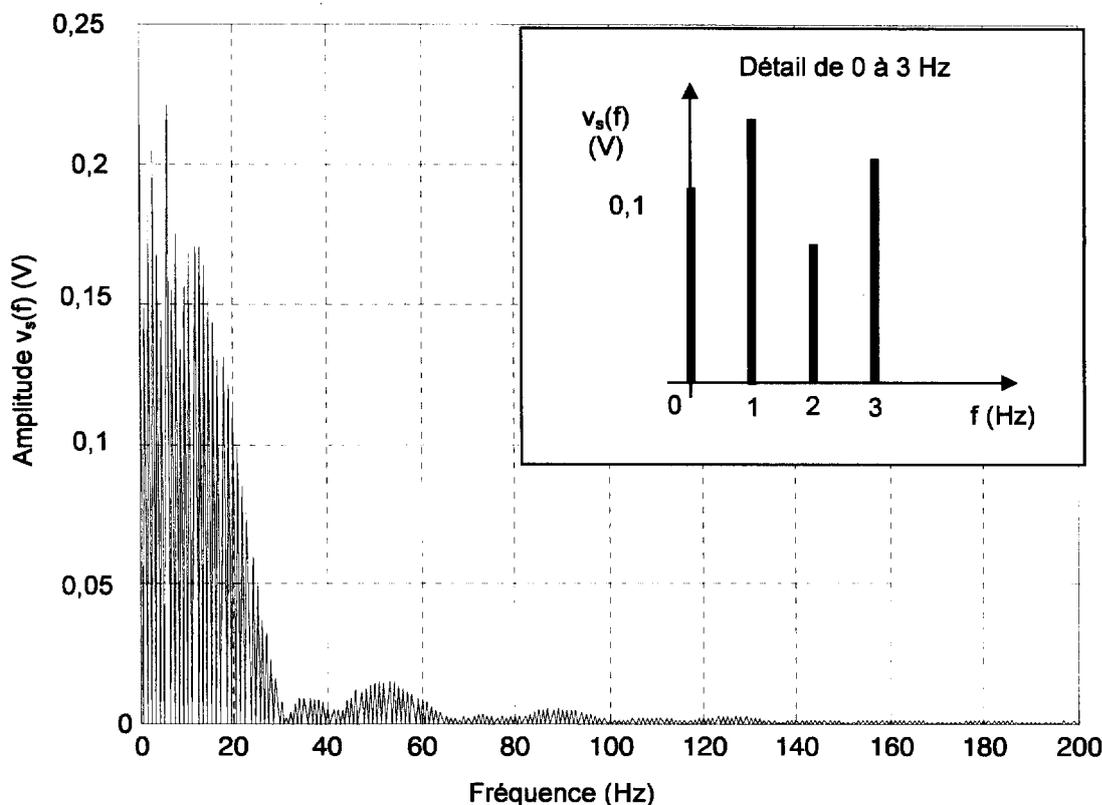


Figure 8 : Spectre d'amplitude du signal ECG amplifié $v_s(t)$

- 1.3. D'après la condition de Shannon, à partir de quelle fréquence F_{emin} est-il possible d'échantillonner $v_s(t)$ sans altérer le signal ECG ?

F_{emin} est la fréquence minimale à partir de laquelle l'échantillonnage est correct.

Pour des raisons technologiques, la fréquence d'échantillonnage retenue est : $F_e = 448$ Hz.

2. Conséquences d'une prise d'échantillon sans filtre anti-repliement

On considère deux harmoniques parasites issus de la tension secteur, de fréquence $f_1 = 150$ Hz et $f_2 = 400$ Hz.

On donne *Figure 9* et *Figure 10* l'effet de l'échantillonnage sur l'analyse spectrale.

C.R.D.P.
 75, cours Alsace et Lorraine
 33075 BORDEAUX CEDEX
 Tél. : 05 56 01 56 70

Session 2009	BTS Systèmes Électroniques	Page 8 sur 14
9SEE4PA1	Épreuve U42- Physique Appliquée	
	Sujet	

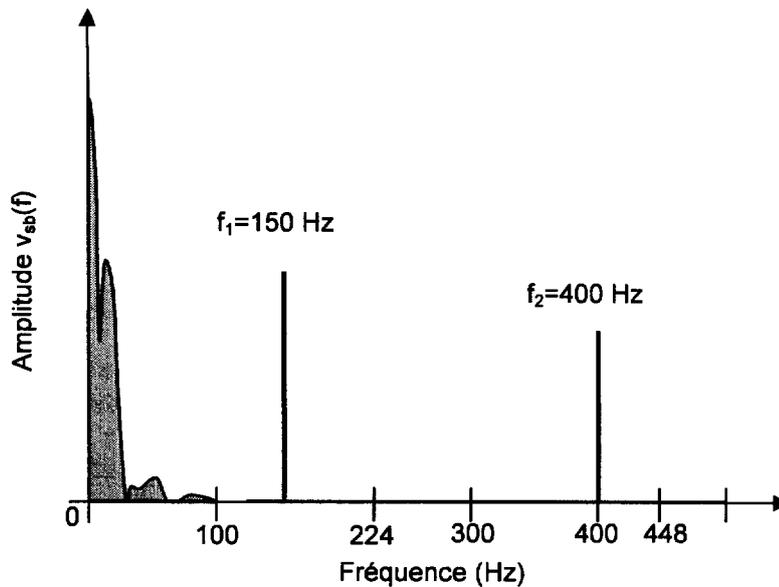


Figure 9 : Spectre d'amplitude de la tension $v_s(t)$ bruitée avant échantillonnage.

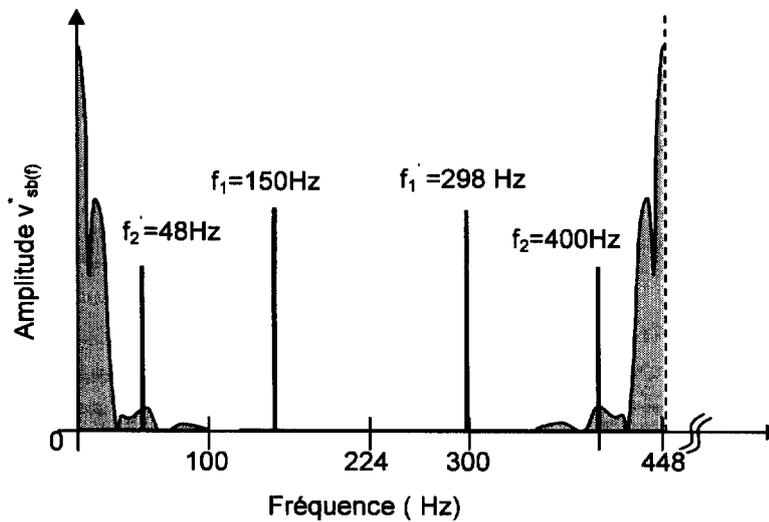


Figure 10 : Spectre d'amplitude de la tension $v_s(t)$ bruitée après échantillonnage.

- 2.1. Les fréquences f_1 et f_2 vérifient-elles la condition de Shannon ?
- 2.2. Justifier la présence des raies aux fréquences $f'_1 = 298$ Hz et $f'_2 = 48$ Hz.

3. Filtrage anti-repliement

- 3.1. Pour une fréquence d'échantillonnage de 448 Hz, montrer que la fréquence minimale susceptible de se replier sur le spectre utile de $v_s(t)$ vaut 348 Hz. On rappelle que le spectre utile de $v_s(t)$ est compris entre 0 et 100 Hz.
- 3.2. Pour la fréquence d'échantillonnage choisie, quelle doit-être la valeur de la fréquence de coupure du filtre anti-repliement ? La bande passante du filtre anti-repliement est-elle compatible avec l'occupation spectrale du signal ECG ?

On admet que la composante d'un signal est éliminée par le filtrage lorsque son amplitude est atténuée dans un rapport de 100.

- 3.3. Calculer la valeur du gain correspondant à une telle atténuation.

Session 2009	BTS Systèmes Électroniques Épreuve U42- Physique Appliquée	Page 9 sur 14
9SEE4PA1	Sujet	

On donne *Figure 11* les courbes de gain de filtres analogiques de type Butterworth d'ordre 1, 4 et 12, dont la fréquence de coupure a été choisie à 100 Hz.

- 3.4. Préciser quels sont les filtres à retenir pour obtenir une atténuation supérieure à 100 à la fréquence 348 Hz afin d'éviter tout repliement du spectre.
- 3.5. Relever le gain à $f_1 = 150$ Hz pour le filtre du 4^{ème} ordre. Cette composante parasite est-elle éliminée par le filtre anti-repliement ?

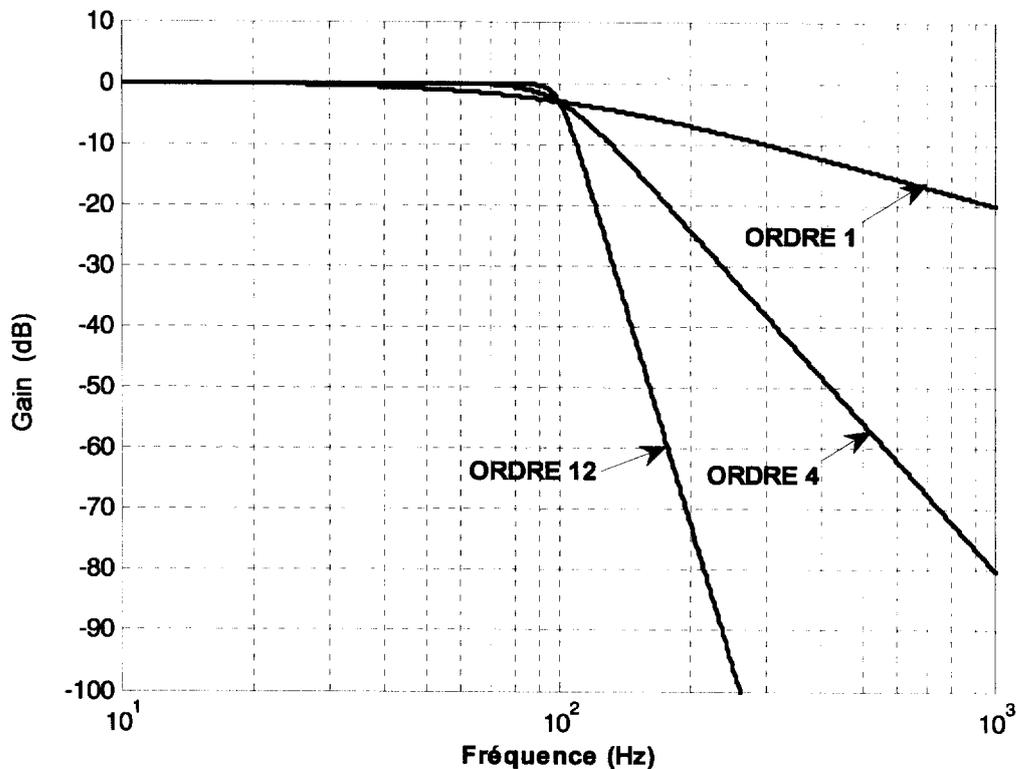


Figure 11 : Courbes de gain

Afin de débarrasser le signal utile des signaux parasites non éliminés par le filtre anti-repliement, le dispositif a recours au filtrage numérique.

4. Traitement numérique

Ce traitement, présenté *Figure 12* est réalisé par des circuits spécialisés à base de processeurs dédiés au traitement du signal (*Digital Signal Processing*). Il permet d'obtenir des propriétés et des performances irréalisables par la solution analogique.

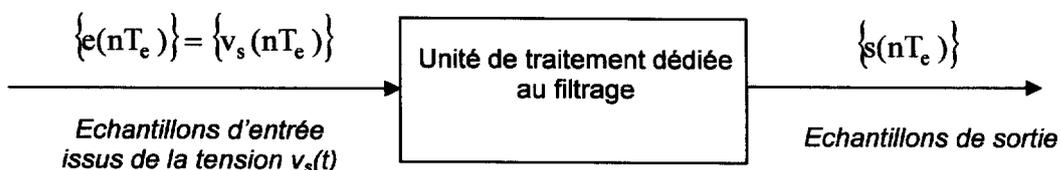


Figure 12 : Schéma synoptique du filtre numérique

Par la suite, on notera $x(nT_e) = x_n$, pour tout n entier.

Session 2009	BTS Systèmes Électroniques Épreuve U42- Physique Appliquée	Page 10 sur 14
9SEE4PA1	Sujet	

Le choix repose sur les deux types de filtres numériques. Le premier a pour équation de récurrence :

$$s_n = a_0 \cdot e_n + a_1 \cdot e_{n-1} + a_2 \cdot e_{n-2} + \dots \quad (\text{Filtre 1})$$

avec $a_0, a_1, a_2 \dots$ coefficients symétriques du filtre.

L'équation de récurrence du deuxième est :

$$s_n = a_0 \cdot e_n + a_1 \cdot e_{n-1} + a_2 \cdot e_{n-2} + \dots + b_1 \cdot s_{n-1} + b_2 \cdot s_{n-2} + \dots \quad (\text{Filtre 2})$$

expression où $a_0, a_1, a_2 \dots$ et $b_1, b_2 \dots$ sont les coefficients du filtre.

4.1. Quel est le filtre non récursif ? Justifier.

4.2. Quel est le filtre récursif ? Justifier.

La Figure 13 donne les réponses fréquentielles d'un filtre non récursif (RIF) à 60 coefficients symétriques et d'un filtre récursif (RII) à 20 coefficients.

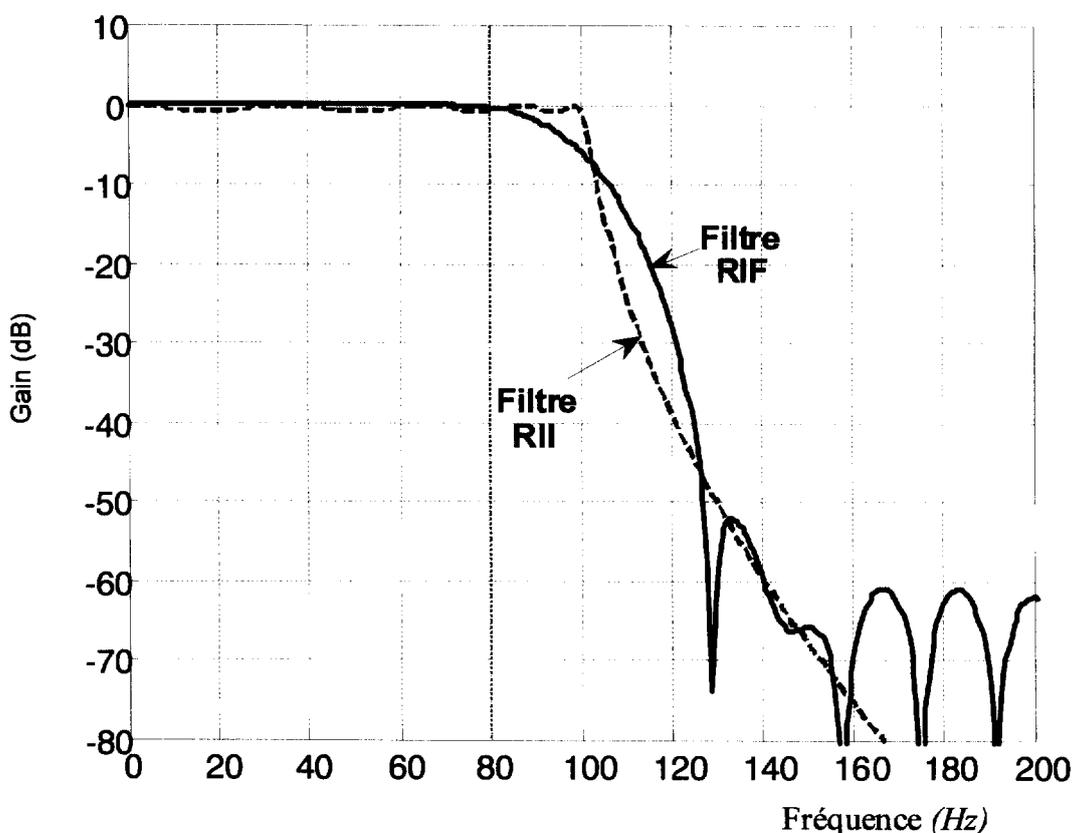


Figure 13 : Courbes de gain d'un filtre RIF et RII

4.3. Relever le gain à $f_1 = 150$ Hz pour ces deux filtres. Une composante à cette fréquence est-elle maintenant éliminée ?

Les capacités de calcul du processeur sont telles que les deux structures peuvent être envisagées. Il s'agit donc de comparer les performances de ces filtres pour des signaux dont le spectre est contenu dans leur bande passante.

On isole deux harmoniques significatifs contenus dans le spectre de $v_s^*(t)$. Leur fréquence respective vaut 10 Hz et 20 Hz. Les Figure 14 et Figure 15 donnent les réponses temporelles des deux filtres pour les deux harmoniques considérés.

Session 2009	BTS Systèmes Électroniques Épreuve U42- Physique Appliquée	Page 11 sur 14
9SEE4PA1	Sujet	

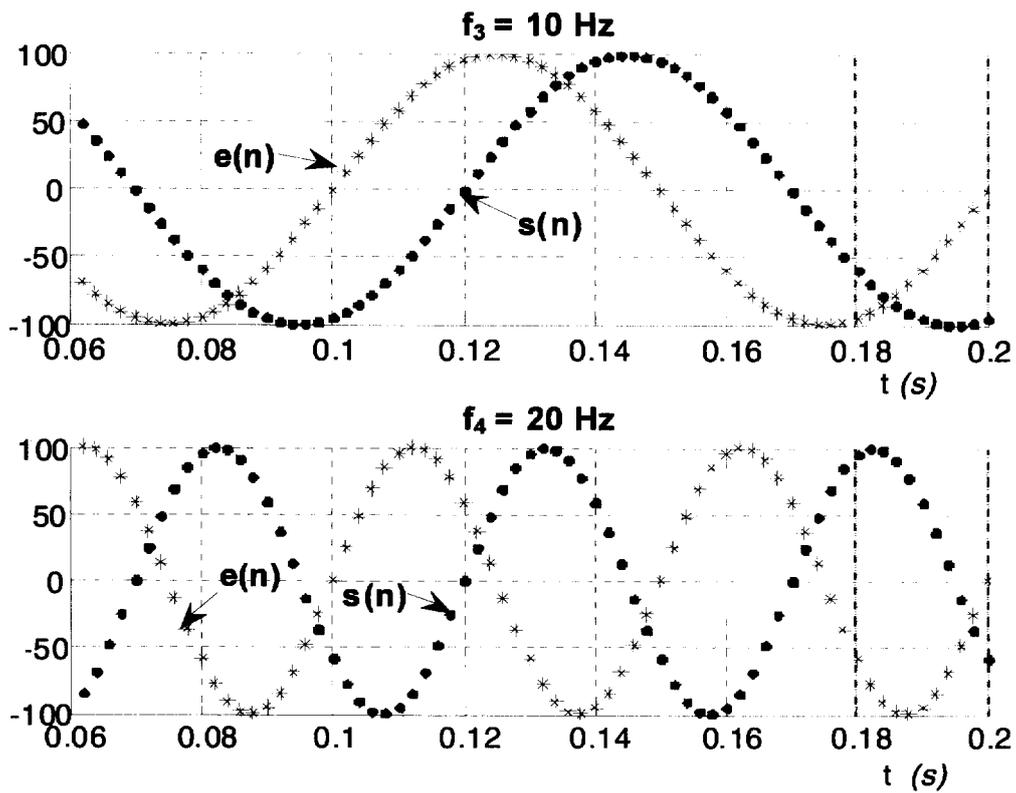


Figure 14 : Réponses temporelles du filtre RIF à 10 Hz et 20 Hz

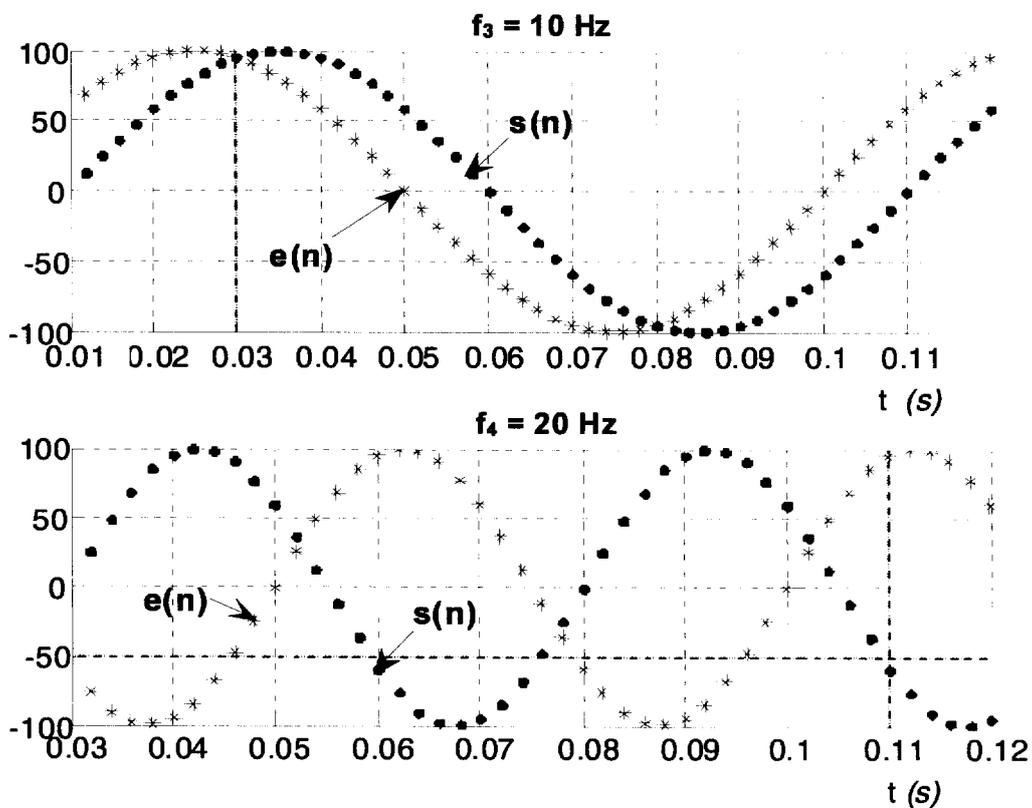


Figure 15 : Réponses temporelles du filtre RII à 10 Hz et 20 Hz

On appelle Φ (rad) le **déphasage** du signal de sortie par rapport au signal d'entrée et Δt (s) le **retard** du signal de sortie par rapport au signal d'entrée.

- 4.4. Exprimer le déphasage Φ en fonction du retard Δt et de la période T , puis en fonction de Δt et de la pulsation ω .
- 4.5. Compléter le tableau du **document réponse n° 5**.
- 4.6. Que remarque-t-on concernant le retard Δt introduit par le filtre RIF ? Qu'en est-il du filtre RII ?

On relève la sortie $s(n)$ des filtres RII et RIF précédents pour une attaque par le signal $e(n)$ donné par :

$$e(n) = A_3 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_3 \cdot n \cdot T_e) + A_4 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_4 \cdot n \cdot T_e)$$

Les résultats sont fournis *Figure 16*.

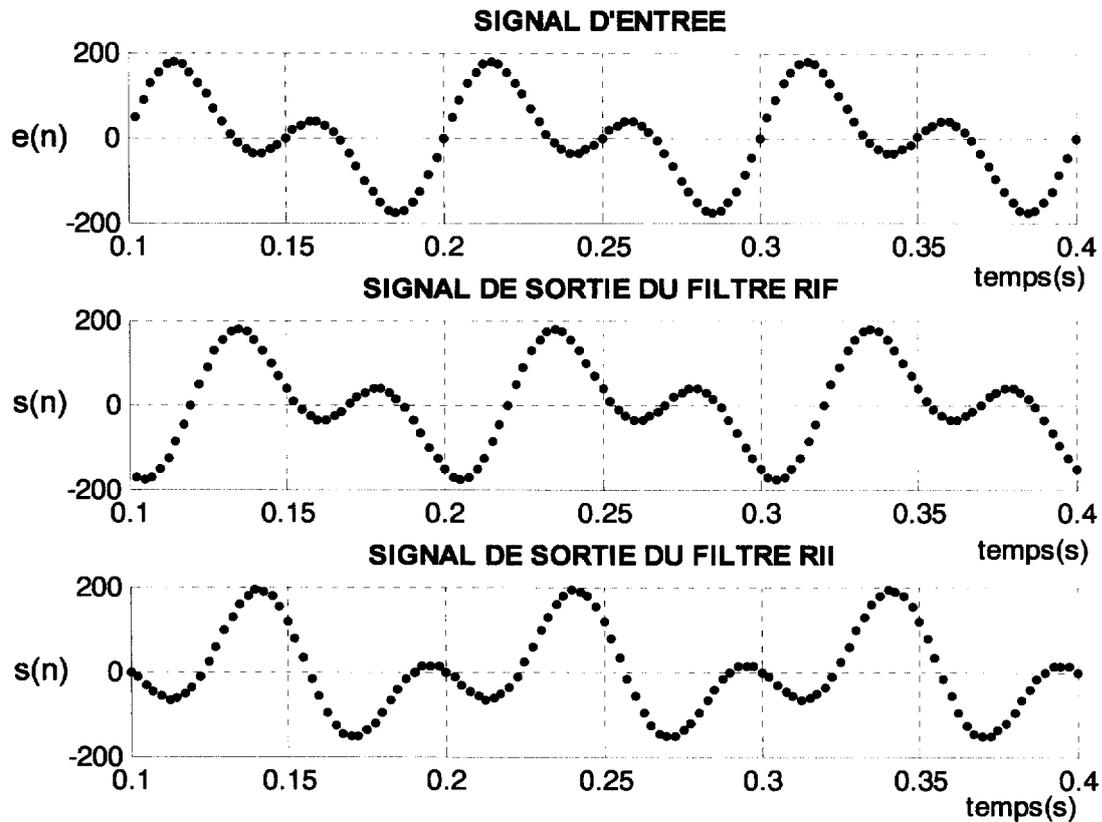


Figure 16 : Réponses temporelles des deux filtres à la somme de deux harmoniques significatifs à 10 Hz et 20 Hz

- 4.7. Comparer la forme du signal de sortie du filtre RIF à celle du signal d'entrée.
- 4.8. Comparer la forme du signal de sortie du filtre RII à celle du signal d'entrée.

Session 2009	BTS Systèmes Électroniques Épreuve U42- Physique Appliquée	Page 13 sur 14
9SEE4PA1	Sujet	

5. Illustration et synthèse des résultats

Les variations de la phase en fonction de la fréquence pour les deux types de filtres numériques sont données sur la Figure 17.

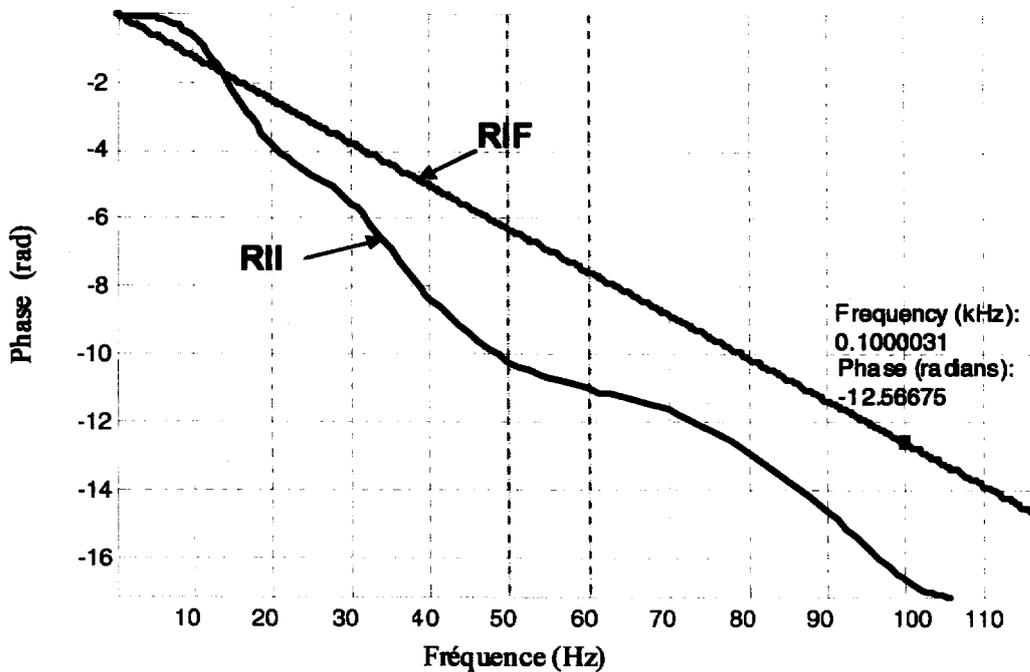


Figure 17 : Courbes de phase des filtres numériques étudiés

- 5.1. Déterminer, pour le filtre à phase linéaire, l'équation de la phase en fonction de la fréquence $\Phi(f)$.
- 5.2. En déduire l'expression de la phase en fonction de la pulsation : $\Phi(\omega)$.
- 5.3. Calculer la valeur du retard introduit par le filtre à phase linéaire entre les signaux d'entrée et de sortie.

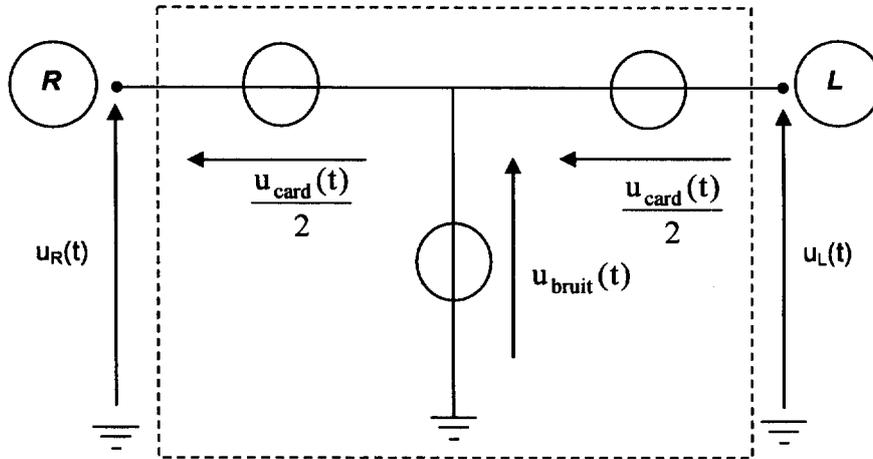
III. CONCLUSION

Quel est le filtre à choisir pour le filtrage numérique du signal ECG ? Justifier.

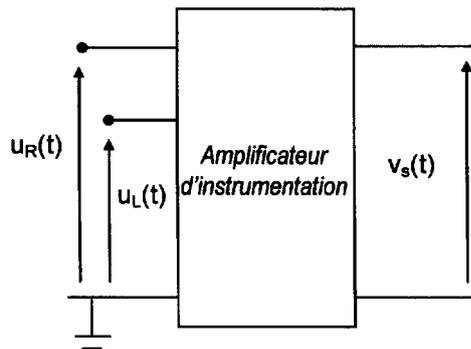
Session 2009	BTS Systèmes Électroniques Épreuve U42- Physique Appliquée	Page 14 sur 14
9SEE4PA1	Sujet	

DOCUMENTS REPONSES

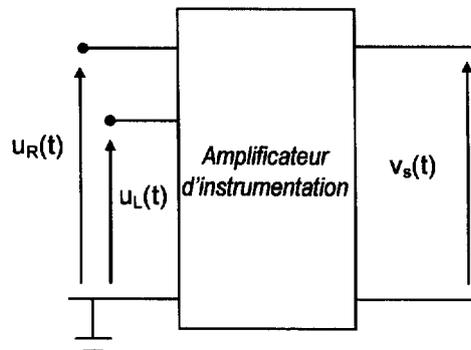
Document réponse n°1



Document réponse n°2



Document réponse n°3



Document réponse n°4

N° expérience	①	②	③
Δa	4	10	20
A_d	10×10^3	10×10^3	10×10^3
A_{mc}	19×10^{-3}	47×10^{-3}	90×10^{-3}
TRMC (dB)			
R'_2 (M Ω)			
Tolérance (%)			

Document réponse n°5

		<i>Filtre RIF</i>		<i>Filtre RII</i>	
		Retard Δt (s)	Déphasage Φ (rad)	Retard Δt (s)	Déphasage Φ (rad)
Fréquence de l'harmonique	10 Hz				
	20 Hz				