



SERVICES CULTURE ÉDITIONS
RESSOURCES POUR
L'ÉDUCATION NATIONALE

**Ce document a été numérisé par le CRDP de Bordeaux pour la
Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel**

Campagne 2009

Ce fichier numérique ne peut être reproduit, représenté, adapté ou traduit sans autorisation.

CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

Compétences évaluées

C1 : mobiliser et restituer des connaissances

C2 : appliquer des méthodes

C6 : montrer une certaine autonomie dans le traitement de l'information (rechercher, organiser, traiter l'information)

C7 : développer une démarche connue, mettre en forme un raisonnement

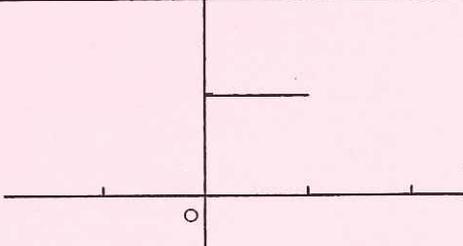
C3 : prendre des initiatives, choisir un modèle, émettre une conjecture, expérimenter.

C4 : raisonner, démontrer, élaborer une démarche.

C5 : évaluer, critiquer un résultat, vérifier la validité d'un résultat ou d'une méthode.

N° de la question	Comp.	Éléments de réponse : exercice 1	Points												
1)	C7	$\int_0^1 t \cos(n\pi t) dt = \left[\frac{t \sin(n\pi t)}{n\pi} \right]_0^1 - \int_0^1 \frac{\sin(n\pi t)}{n\pi} dt = \left[\frac{\cos(n\pi t)}{n^2 \pi^2} \right]_0^1$	1												
2) a)	C2	Voir document réponse. <i>On ne sanctionnera pas la présence de traits verticaux ou l'absence de représentation symbolique aux extrémités des segments.</i> 0,5 point pour le tracé sur $[0; 2[$ et 0,5 point pour la périodicité.	1												
2) b)	C6-C1	$a_0 = \frac{1}{2} \int_0^2 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^1 t dt = \frac{1}{2} \left[\frac{t^2}{2} \right]_0^1 = \frac{1}{4}.$ $a_n = \frac{2}{2} \int_0^2 f(t) \cos(n\pi t) dt = \int_0^1 t \cos(n\pi t) dt = \frac{\cos(n\pi) - 1}{n^2 \pi^2}$ $b_n = \frac{2}{2} \int_0^2 f(t) \sin(n\pi t) dt = \int_0^1 t \sin(n\pi t) dt = \frac{-\cos(n\pi)}{n\pi}$ On en déduit l'expression de $S_f(t)$.	3 × 0,5												
2) c)	C2	$\mu_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{2} \int_0^2 [f(t)]^2 dt = \frac{1}{2} \int_0^1 t^2 dt = \frac{1}{2} \left[\frac{t^3}{3} \right]_0^1 = \frac{1}{6}$	1												
2) d)	C1	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>n</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>a_n</td> <td>$\frac{-2}{\pi^2}$</td> <td>0</td> <td>$\frac{-2}{9\pi^2}$</td> </tr> <tr> <td>b_n</td> <td>$\frac{1}{\pi}$</td> <td>$\frac{-1}{2\pi}$</td> <td>$\frac{1}{3\pi}$</td> </tr> </table>	n	1	2	3	a_n	$\frac{-2}{\pi^2}$	0	$\frac{-2}{9\pi^2}$	b_n	$\frac{1}{\pi}$	$\frac{-1}{2\pi}$	$\frac{1}{3\pi}$	1
n	1	2	3												
a_n	$\frac{-2}{\pi^2}$	0	$\frac{-2}{9\pi^2}$												
b_n	$\frac{1}{\pi}$	$\frac{-1}{2\pi}$	$\frac{1}{3\pi}$												
2) e)	C1	$A = 6 \left[\frac{1}{16} + \frac{1}{2} \left(\frac{4}{\pi^4} + \frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{4\pi^2} + \frac{4}{81\pi^4} + \frac{1}{9\pi^2} \right) \right]$ $A = 0,913$ à 10^{-3} près. 0,5 point pour l'interprétation du symbole \sum 0,5 point pour 0,913.	1												

3)	C2	Une évocation de la parité des fonctions sinus et cosinus suffit. On en déduit l'expression de $S_g(t)$.	0,5
4) a)	C7	0,5 point pour C_h et 0,5 point pour C_k . On acceptera toutes les représentations graphiques cohérentes avec celles proposées pour C_f et C_g . <i>On ne sanctionnera pas la présence de traits verticaux ou l'absence de représentation symbolique aux extrémités des segments.</i>	1
4) b)	C1	Coefficients de h : 0,5 point. Coefficients de k : 0,5 point.	1
Total			9

N° de la question	Comp.	Éléments de réponse : exercice 2	Points
Partie A 1)	C7	En utilisant la linéarité de la transformation de Laplace, on obtient : $S_1(p) \left[1 + \frac{1}{p} \right] = \frac{1}{p} \text{ d'où } S_1(p) = \frac{1}{p+1}$ 0,5 point pour appliquer la transformation de Laplace et 0,5 point pour le calcul.	1
2)	C2	On obtient : $s_1(t) = (e^{-t})U(t)$	1
Partie B 1)	C2	 <p><i>On ne sanctionnera pas la présence de traits verticaux ou l'absence de représentation symbolique aux extrémités des segments.</i></p>	1
2)	C7	Comme en A) 1) on obtient : $S_2(p) \left[1 + \frac{1}{p} \right] = \frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-p}$ soit $S_2(p) = \frac{1}{p+1} - \frac{1}{p+1} e^{-p}$ 0,5 point pour appliquer la transformation de Laplace et 0,5 point pour le calcul même non réduit.	1
3) a)	C2	On a $s_2(t) = e^{-t}U(t) - e^{-(t-1)}U(t-1)$	0,5
3) b)	C2-C5		0,5
4)	C2	Sur l'intervalle $]1; +\infty[$, $s_2'(t) = e^{-t}(e-1)$ Comme e^{-t} et $e-1$ sont strictement positifs, alors s_2 est strictement croissante sur cet intervalle. <i>On acceptera la connaissance des variations de $t \mapsto e^{at}$.</i>	0,5

5)	C1	$s_2(1^+) = -e^{-1}(e-1) = e^{-1} - 1$ et $s_2(1^-) = e^{-1}$ D'où $s_2(1^+) - s_2(1^-) = -1$	0,5												
6) a)	C1	<table border="1"> <thead> <tr> <th>t</th> <th>1</th> <th>1,1</th> <th>1,5</th> <th>2</th> <th>2,5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$s_2(t)$</td> <td>-0,63</td> <td>-0,57</td> <td>-0,38</td> <td>-0,23</td> <td>-0,14</td> </tr> </tbody> </table>	t	1	1,1	1,5	2	2,5	$s_2(t)$	-0,63	-0,57	-0,38	-0,23	-0,14	0,5
t	1	1,1	1,5	2	2,5										
$s_2(t)$	-0,63	-0,57	-0,38	-0,23	-0,14										
6) b)	C1	Voir document réponse (même remarque qu'au B) 1)) 1 point pour le tracé lorsque $t \geq 1$	0,5												
Partie C 1) a)	C3	Sur $]-\infty; 1,1[$ $U(t-1,1) = 0$ donc $e_3(t) = U(t) - U(t-1) = e_2(t)$	0,5												
1) b)	C2	Pour $t \geq 1,1$, $U(t) = U(t-1) = U(t-1,1) = 1$ d'où $e_3(t) = 1 - 1 + 1 = 1$.	0,5												
1) c)	C2	<p>Même remarque qu'au B) 1)</p>	0,5												
2)	C3	Sur $]1,1; +\infty[$, $s'_3(t) = -e^{-t}(1 - e + e^{1,1})$. On a $s'_3(t) < 0$ car $e^{-t} > 0$ et $(1 - e + e^{1,1}) > 0$ donc s_3 est strictement décroissante sur $]1,1; +\infty[$. Même remarque qu'au B) 4)	0,5												
3)	C1	$s_3(1,1^+) = e^{-1,1}(1 - e + e^{1,1}) = e^{-1,1} - e^{-0,1} + 1$ $s_3(1,1^-) = s_2(1,1^-) = -e^{-1,1}(e-1) = -e^{-0,1} + e^{-1,1}$ Donc $s_3(1,1^+) - s_3(1,1^-) = 1$	0,5												
4) a)	C1	<table border="1"> <thead> <tr> <th>t</th> <th>1,1</th> <th>1,5</th> <th>2</th> <th>2,5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$s_3(t)$</td> <td>0,43</td> <td>0,29</td> <td>0,17</td> <td>0,10</td> </tr> </tbody> </table>	t	1,1	1,5	2	2,5	$s_3(t)$	0,43	0,29	0,17	0,10	0,5		
t	1,1	1,5	2	2,5											
$s_3(t)$	0,43	0,29	0,17	0,10											
4) b)	C2	Voir document réponse (même remarque qu'au B) 1)) 0,5 point pour le tracé lorsque $t < 1,1$ et 0,5 point pour le tracé lorsque $t \geq 1,1$.	1												
Total			11												

Document réponse n°1, à rendre avec la copie (exercice 1)

Figure 1 : représentation de la fonction f

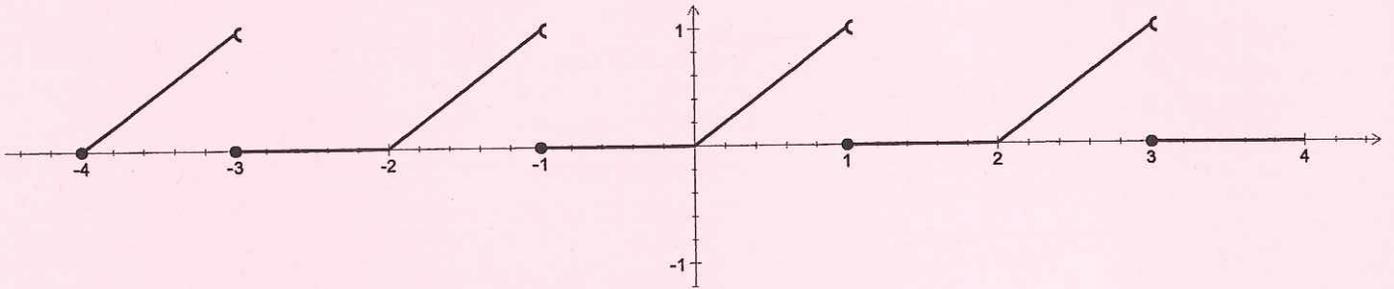


Figure 2 : représentation de la fonction g

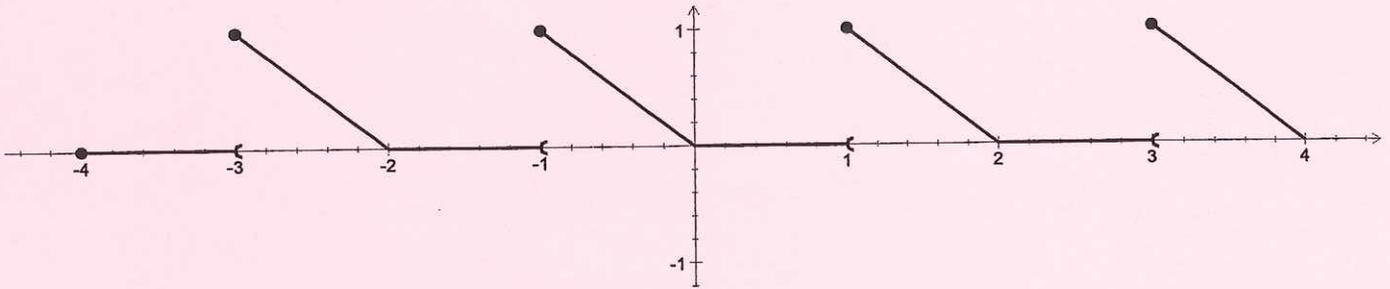


Figure 3 : représentation de la fonction h

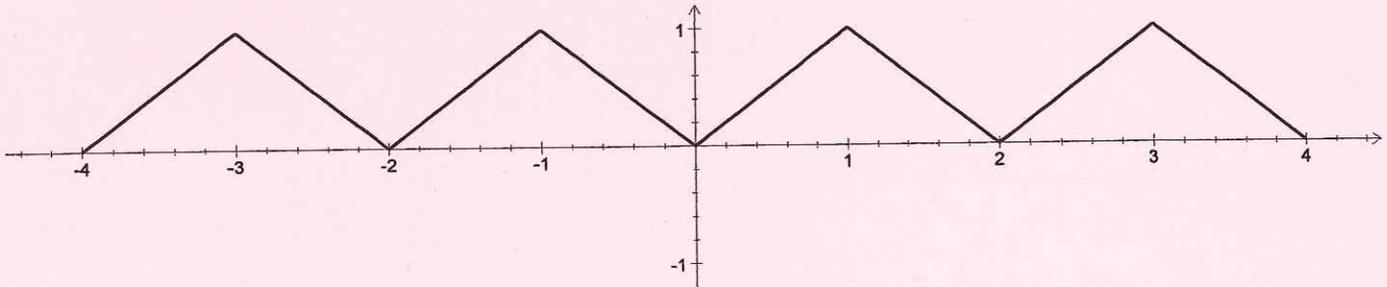


Figure 4 : représentation de la fonction k

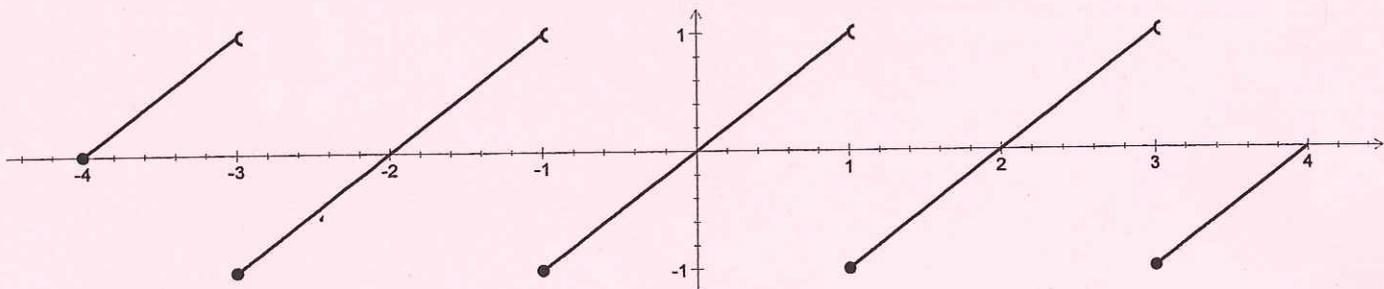


Figure 1 : représentation de la fonction s_1

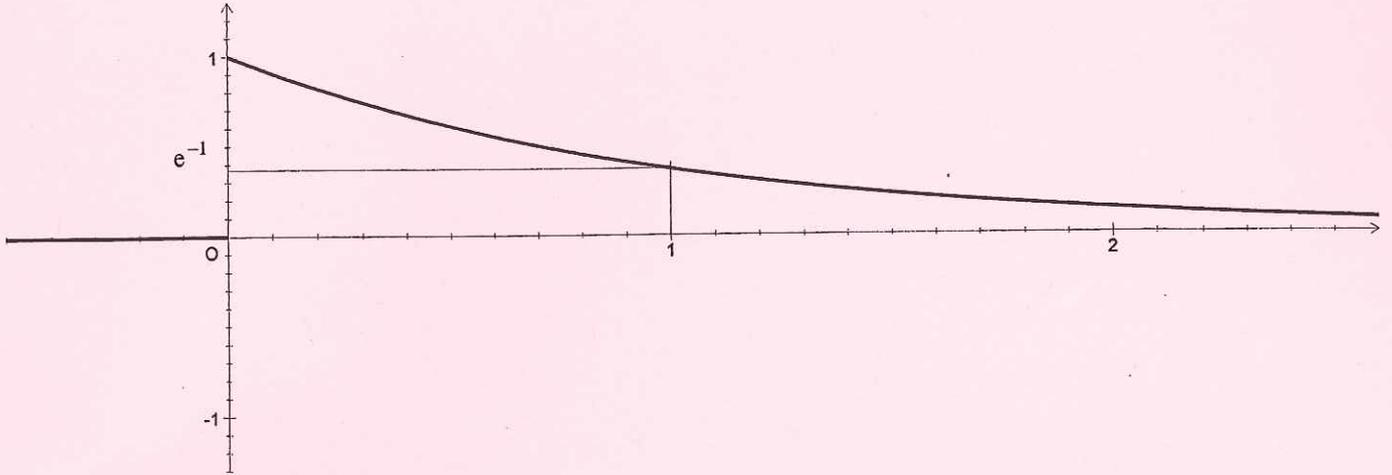


Figure 2 : représentation de la fonction s_2 à compléter

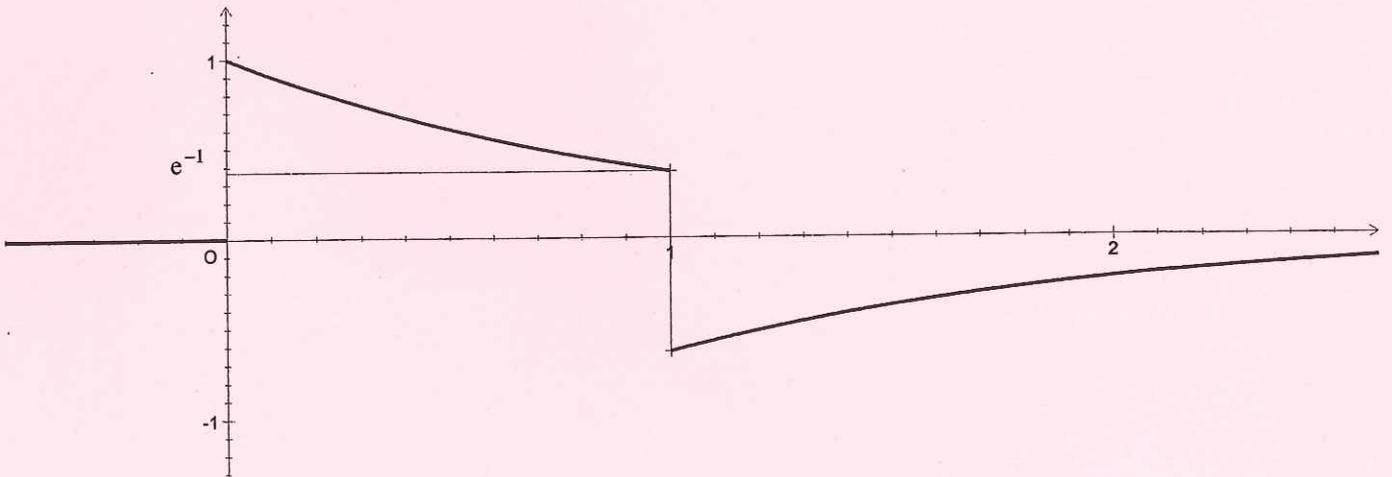


Figure 3 : représentation de la fonction s_3 à compléter

