



**LE RÉSEAU DE CRÉATION  
ET D'ACCOMPAGNEMENT PÉDAGOGIQUES**

**Ce document a été mis en ligne par le Canopé de l'académie de Bordeaux  
pour la Base Nationale des Sujets d'Examens de l'enseignement professionnel.**

Ce fichier numérique ne peut être reproduit, représenté, adapté ou traduit sans autorisation.

**Session 2009**

**BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR**

**« COMPTABILITÉ ET GESTION DES ORGANISATIONS »**

**ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES**

**Durée : 2 heures**

**Coefficient : 2**

**Matériel et documents autorisés :**

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.

La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Le sujet comporte 6 pages, numérotées de 1/6 à 6/6.

La page 6/6 est une annexe à rendre avec la copie.

Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

Il comprend 2 pages numérotées 1 et 2.

## EXERCICE 1 (10 points)

*Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.*

Une entreprise réalise et commercialise des compositions florales ainsi que des produits pour le jardin.

### A. Événements indépendants

*Dans cette partie, on demande les valeurs exactes des probabilités.*

L'entreprise confectionne ses compositions florales avec des bulbes de fleurs qu'elle reçoit en grande quantité. Chaque bulbe peut présenter deux défauts que l'on désigne par défaut  $a$  et défaut  $b$ .

On prélève un bulbe au hasard dans un stock important.

On note  $A$  l'événement : « le bulbe présente le défaut  $a$  » et on note  $B$  l'événement : « le bulbe présente le défaut  $b$  ».

On admet que les probabilités des événements  $A$  et  $B$  sont  $P(A) = 0,015$  et  $P(B) = 0,02$ .

On suppose que les deux événements  $A$  et  $B$  sont indépendants.

1° Calculer la probabilité de l'événement  $E_1$  : « le bulbe présente le défaut  $a$  et le défaut  $b$  ».

2° Calculer la probabilité de l'événement  $E_2$  : « le bulbe présente au moins un des deux défauts ».

3° Calculer la probabilité de l'événement  $E_3$  : « le bulbe ne présente aucun des deux défauts ».

*Dans ce qui suit, tous les résultats approchés sont à arrondir à  $10^{-2}$ .*

### B. Loi binomiale

On s'intéresse à une livraison importante de compositions florales d'un certain type, destinée à une chaîne d'hypermarchés.

On note  $D$  l'événement : « une composition florale prélevée au hasard dans la livraison est défectueuse ».

On suppose que  $P(D) = 0,025$ .

On prélève au hasard 12 compositions dans la livraison pour vérification. La livraison contient assez de compositions pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 12 compositions.

On considère la variable aléatoire  $X$  qui, à tout prélèvement ainsi défini, associe le nombre de compositions de ce prélèvement qui sont défectueuses.

1° Justifier que la variable aléatoire  $X$  suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.

2° Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, il y ait exactement deux compositions défectueuses.

3° Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, il y ait au plus une composition défectueuse.

BTS COMPTABILITÉ ET GESTION DES ORGANISATIONS	SESSION 2009
DURÉE : 2 h.	Coefficient 2
CGMAT	MATHEMATIQUES
	page 2/6



C. Loi normale et somme de variables indépendantes

L'entreprise commercialise deux types d'engrais : le type  $C_1$ , en poudre, et le type  $C_2$ , en granulés.

1° On note  $X_1$  la variable aléatoire qui, à toute semaine prise au hasard pendant une année, associe la demande en kilogrammes d'engrais de type  $C_1$  pour cette semaine.

On suppose que la variable aléatoire  $X_1$  suit la loi normale de moyenne 160 et d'écart type 32.

Calculer  $P(X_1 \leq 200)$ .

2° On note  $X_2$  la variable aléatoire qui, à toute semaine prise au hasard pendant une année, associe la demande en kilogrammes d'engrais de type  $C_2$  pour cette semaine.

On suppose que la variable aléatoire  $X_2$  suit la loi normale de moyenne 77 et d'écart type 28.

On note  $Y$  la variable aléatoire qui, à toute semaine prise au hasard pendant une année, associe la demande totale en kilogrammes d'engrais de type  $C_1$  et de type  $C_2$  pour cette semaine.

On a  $Y = X_1 + X_2$ .

On suppose que les variables aléatoires  $X_1$  et  $X_2$  sont indépendantes.

On admet que  $Y$  suit une loi normale de moyenne  $m$  et d'écart type  $\sigma$ .

a) Justifier que  $m = 237$  et qu'une valeur approchée de  $\sigma$  arrondie à  $10^{-2}$  est 42,52.

b) Calculer la probabilité  $P(Y \geq 340)$ .

c) Le coût de stockage de cet engrais est élevé. L'entreprise a-t-elle raison de limiter la production totale hebdomadaire de cet engrais à 340 kilogrammes ?

BTS COMPTABILITÉ ET GESTION DES ORGANISATIONS	SESSION 2009
DURÉE : 2 h.	Coefficient 2
CGMAT	MATHEMATIQUES
	page 3/6

## EXERCICE 2 (10 points)

### A. Résolution graphique d'une inéquation

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[1, 10]$  par  $f(x) = \frac{10}{\ln(2x+3)}$ .

La courbe représentative  $C$  de la fonction  $f$  dans un repère orthonormal est tracée sur **l'annexe à rendre avec la copie**.

Résoudre graphiquement dans  $[1, 10]$  l'inéquation  $f(x) \leq 3,5$ .

Faire apparaître sur la figure les constructions utiles.

### B. Étude d'une fonction

Soit  $g$  la fonction définie sur  $[0, 10]$  par  $g(x) = 5 - e^{-0,2x+1}$ .

1° a) Calculer  $g'(x)$  pour tout nombre réel  $x$  de  $[1, 10]$ .

b) Étudier le signe de  $g'(x)$  sur  $[1, 10]$ .

2° Donner la tableau de variation de  $g$  sur  $[1, 10]$ .

3° a) Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau de valeurs suivant dans lequel les valeurs approchées sont à arrondir à  $10^{-2}$ .

$x$	1	2	3	4	5	6	8	10
$g(x)$				3,78	4			

b) Tracer la courbe représentative  $\Gamma$  de  $g$  sur **l'annexe à rendre avec la copie**, dans le même repère que la courbe  $C$ .

4° Résoudre graphiquement l'équation  $f(x) = g(x)$ , où  $f$  est la fonction définie dans la partie A. Faire apparaître sur la figure les constructions utiles.

### C. Calcul intégral

1° Soit  $G$  la fonction définie sur  $[1, 10]$  par  $G(x) = 5x + 5e^{-0,2x+1}$ .

Démontrer que la fonction  $G$  est une primitive sur  $[1, 10]$  de la fonction  $g$  définie au début de la partie B.

2° a) Démontrer que la valeur moyenne de la fonction  $g$  sur  $[1, 10]$  est :

$$V_m = \frac{45 + 5e^{-1} - 5e^{0,8}}{9}.$$

b) Donner la valeur approchée arrondie à  $10^{-2}$  de  $V_m$ .

BTS COMPTABILITE ET GESTION DES ORGANISATIONS	SESSION 2009
DUREE : 2 h.	Coefficient 2
CGMAT	MATHEMATIQUES
	page 4/6

*D. Application des parties A et B*

On considère un produit dont le prix de la tonne, exprimé en dizaines d'euros, est noté  $x$ .

La **demande**,  $d(x)$ , est la quantité de ce produit, exprimée en milliers de tonnes, que les consommateurs sont prêts à acheter au prix de  $x$  dizaines d'euros la tonne.

L'**offre**,  $o(x)$ , est la quantité de ce produit, exprimée en milliers de tonnes, que les producteurs sont prêts à vendre au prix de  $x$  dizaines d'euros la tonne.

On appelle **prix d'équilibre** de ce produit le prix pour lequel l'offre et la demande sont égales.

On admet que, pour un prix du produit de  $x$  dizaines d'euros la tonne, avec  $1 \leq x \leq 10$ , la demande est  $d(x) = f(x)$  et l'offre est  $o(x) = g(x)$ , où  $f$  et  $g$  sont les fonctions définies dans les parties A et B.

1° En utilisant un résultat de la partie A ou de la partie B, indiquer à partir de quel prix de la tonne, en euros, la demande est inférieure ou égale à 3500 tonnes.

2° a) Déduire d'un résultat de la partie B une valeur approchée du prix d'équilibre en euros.

b) Donner une valeur approchée de la demande correspondant au prix d'équilibre.

BTS COMPTABILITE ET GESTION DES ORGANISATIONS	SESSION 2009
DUREE : 2 h.	Coefficient 2
CGMAT	MATHEMATIQUES
	page 5/6



# FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

## BTS COMPTABILITE ET GESTION DES ORGANISATIONS

### 1. RELATIONS FONCTIONNELLES :

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b, \text{ où } a > 0 \text{ et } b > 0$$

$$a^t = e^{t \ln a}, \text{ où } a > 0$$

$$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$$

$$t^\alpha = e^{\alpha \ln t}, \text{ où } t > 0$$

### 2. CALCUL DIFFERENTIEL ET INTEGRAL

#### a) Limites usuelles

Comportement à l'infini :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} e^t = 0 ;$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = +\infty ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = 0$$

Comportement à l'origine

$$\lim_{t \rightarrow 0} \ln t = -\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = 0 ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha \ln t = 0.$$

Croissances comparées à l'infini

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$$

#### b) Dérivées et primitives :

Fonctions usuelles

Opérations

$f(t)$	$f'(t)$
$\ln t$	$\frac{1}{t}$
$e^t$	$e^t$
$t^\alpha (\alpha \in \mathbb{R}^*)$	$\alpha t^{\alpha-1}$

$(u+v)' = u' + v'$	$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$
$(ku)' = k u'$	$(e^u)' = e^u u'$
$(uv)' = u'v + u v'$	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, u \text{ à valeurs strictement positives}$
$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$	$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} u'$
$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - u v'}{v^2}$	

#### c) Calcul intégral

Valeur moyenne de  $f$  sur  $[a, b]$  :

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(t) v'(t) dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t) v(t) dt$$

### 3. PROBABILITES :

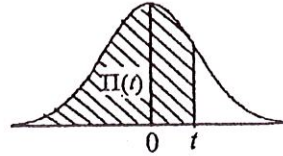
a) Loi binomiale  $P(X=k) = C_n^k p^k q^{n-k}$  où  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  ;  $E(X) = np$  ;  $\sigma(X) = \sqrt{npq}$

b) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité :  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE  $\mathcal{N}(0,1)$

$$\Pi(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$$



t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500 0	0,504 0	0,508 0	0,512 0	0,516 0	0,519 9	0,523 9	0,527 9	0,531 9	0,535 9
0,1	0,539 8	0,543 8	0,547 8	0,551 7	0,555 7	0,559 6	0,563 6	0,567 5	0,571 4	0,575 3
0,2	0,579 3	0,583 2	0,587 1	0,591 0	0,594 8	0,598 7	0,602 6	0,606 4	0,610 3	0,614 1
0,3	0,617 9	0,621 7	0,625 5	0,629 3	0,633 1	0,636 8	0,640 6	0,644 3	0,648 0	0,651 7
0,4	0,655 4	0,659 1	0,662 8	0,666 4	0,670 0	0,673 6	0,677 2	0,680 8	0,684 4	0,687 9
0,5	0,691 5	0,695 0	0,698 5	0,701 9	0,705 4	0,708 8	0,712 3	0,715 7	0,719 0	0,722 4
0,6	0,725 7	0,729 0	0,732 4	0,735 7	0,738 9	0,742 2	0,745 4	0,748 6	0,751 7	0,754 9
0,7	0,758 0	0,761 1	0,764 2	0,767 3	0,770 4	0,773 4	0,776 4	0,779 4	0,782 3	0,785 2
0,8	0,788 1	0,791 0	0,793 9	0,796 7	0,799 5	0,802 3	0,805 1	0,807 8	0,810 6	0,813 3
0,9	0,815 9	0,818 6	0,821 2	0,823 8	0,825 4	0,828 9	0,831 5	0,834 0	0,836 5	0,838 9
1,0	0,841 3	0,843 8	0,846 1	0,848 5	0,850 8	0,853 1	0,855 4	0,857 7	0,859 9	0,862 1
1,1	0,864 3	0,866 5	0,868 6	0,870 8	0,872 9	0,874 9	0,877 0	0,879 0	0,881 0	0,883 0
1,2	0,884 9	0,886 9	0,888 8	0,890 7	0,892 5	0,894 4	0,896 2	0,898 0	0,899 7	0,901 5
1,3	0,903 2	0,904 9	0,906 6	0,908 2	0,909 9	0,911 5	0,913 1	0,914 7	0,916 2	0,917 7
1,4	0,919 2	0,920 7	0,922 2	0,923 6	0,925 1	0,926 5	0,927 9	0,929 2	0,930 6	0,931 9
1,5	0,933 2	0,934 5	0,935 7	0,937 0	0,938 2	0,939 4	0,940 6	0,941 8	0,942 9	0,944 1
1,6	0,945 2	0,946 3	0,947 4	0,948 4	0,949 5	0,950 5	0,951 5	0,952 5	0,953 5	0,954 5
1,7	0,955 4	0,956 4	0,957 3	0,958 2	0,959 1	0,959 9	0,960 8	0,961 6	0,962 5	0,963 3
1,8	0,964 1	0,964 9	0,965 6	0,966 4	0,967 1	0,967 8	0,968 6	0,969 3	0,969 9	0,970 6
1,9	0,971 3	0,971 9	0,972 6	0,973 2	0,973 8	0,974 4	0,975 0	0,975 6	0,976 1	0,976 7
2,0	0,977 2	0,977 9	0,978 3	0,978 8	0,979 3	0,979 8	0,980 3	0,980 8	0,981 2	0,981 7
2,1	0,982 1	0,982 6	0,983 0	0,983 4	0,983 8	0,984 2	0,984 6	0,985 0	0,985 4	0,985 7
2,2	0,986 1	0,986 4	0,986 8	0,987 1	0,987 5	0,987 8	0,988 1	0,988 4	0,988 7	0,989 0
2,3	0,989 3	0,989 6	0,989 8	0,990 1	0,990 4	0,990 6	0,990 9	0,991 1	0,991 3	0,991 6
2,4	0,991 8	0,992 0	0,992 2	0,992 5	0,992 7	0,992 9	0,993 1	0,993 2	0,993 4	0,993 6
2,5	0,993 8	0,994 0	0,994 1	0,994 3	0,994 5	0,994 6	0,994 8	0,994 9	0,995 1	0,995 2
2,6	0,995 3	0,995 5	0,995 6	0,995 7	0,995 9	0,996 0	0,996 1	0,996 2	0,996 3	0,996 4
2,7	0,996 5	0,996 6	0,996 7	0,996 8	0,996 9	0,997 0	0,997 1	0,997 2	0,997 3	0,997 4
2,8	0,997 4	0,997 5	0,997 6	0,997 7	0,997 7	0,997 8	0,997 9	0,997 9	0,998 0	0,998 1
2,9	0,998 1	0,998 2	0,998 2	0,998 3	0,998 4	0,998 4	0,998 5	0,998 5	0,998 6	0,998 6

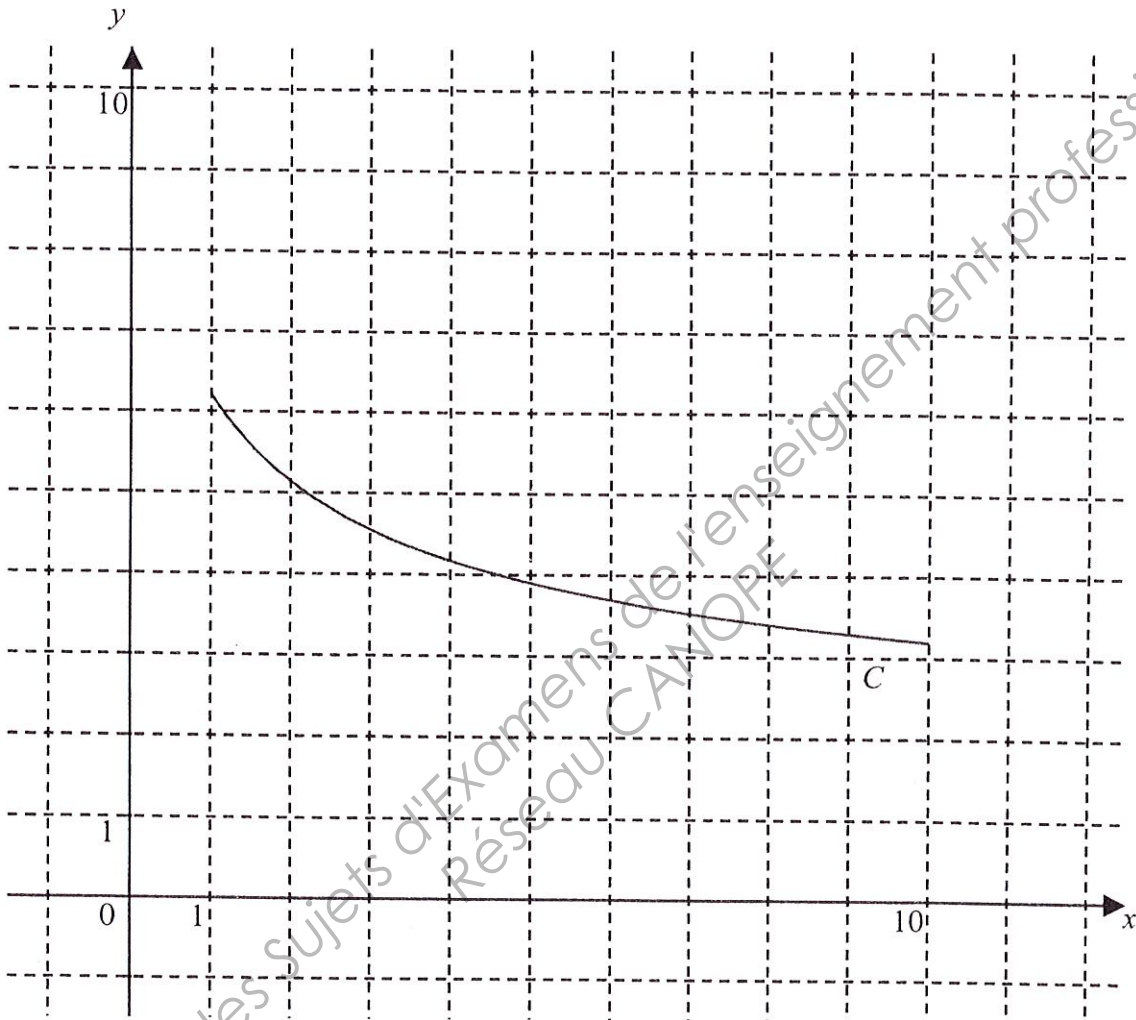
TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

t	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,8	4,0	4,5
$\Pi(t)$	0,998 65	0,999 04	0,999 31	0,999 52	0,999 66	0,999 76	0,999 841	0,999 928	0,999 968	0,999 997

Nota :  $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$



# ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE



BTS COMPTABILITE ET GESTION DES ORGANISATIONS	SESSION 2009
DUREE : 2 h.	Coefficient 2
CGMAT	MATHEMATIQUES
	page 6/6

N°
.../...