BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
INDUSTRIES DE PROCEDES
SESSION 2009

E1.B1 MATHEMATIQUES et SCIENCES PHYSIQUES - U 12

Durée : 2 heures **Coefficient : 1,5**

SOMMAIRE

Ce sujet comporte :
- *une partie Sciences Physiques (2 pages d'énoncé + première partie de l'annexe)*
- *une partie Mathématiques (2 pages d'énoncé + deuxième partie de l'annexe)*
- *un formulaire*

SCIENCES PHYSIQUES

Exercice 1 (4 points)

La pile à combustible

« Dans de nombreux domaines (transports, alimentation d'ordinateurs portables et de téléphones, programmes spatiaux...), des piles à combustibles sont testées dans le but d'en généraliser l'utilisation dans les années futures.
L'énorme intérêt économique et écologique de cette nouvelle forme d'énergie vient du fait qu'elle utilise un combustible renouvelable et peu onéreux, le dihydrogène et qu'elle ne produit pas de gaz polluants. Même si le dihydrogène n'existe pas à l'état naturel, il est simple et peu coûteux d'en fabriquer.
On peut, par exemple, le produire dans une voiture à partir de méthanol dans un reformeur embarqué directement dans le véhicule… »

D'après un article de Sciences et Avenir.

Les parties A et B peuvent être traitées séparément.

Partie A - Production de dihydrogène

1. Dans le reformeur, le méthanol de formule CH_3OH réagit avec l'eau pour former du dihydrogène et du dioxyde de carbone. Écrire et équilibrer l'équation de la réaction chimique.

2. La réaction chimique se fait au laboratoire à une température d'environ 260 °C en présence de catalyseurs. Vérifier par un calcul qu'à cette température, le volume molaire des gaz est $V_m = 43,7$ L/mol.

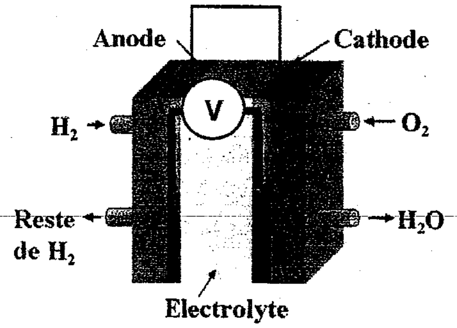
3. Calculer le nombre de moles contenu dans un volume de 1000 litres de dihydrogène. On utilisera la valeur $V_m = 43,7$ L/mol. Arrondir le résultat à l'unité.

4. Calculer la masse de méthanol correspondant au nombre de moles déterminé à la question précédente. Arrondir le résultat à l'unité.

Données
Loi des Gaz Parfaits : $PV = nRT$
Constante des gaz parfaits : $R = 8,31$ S.I.
Température absolue $T(K) = \theta(°C) + 273$.
Pression du laboratoire : $P = 1,013 \times 10^5$ Pa.
Masses molaires atomiques : $M(H) = 1,0$ g/mol ; $M(O) = 16,0$ g/mol ; $M(C) = 12,0$ g/mol

Partie B - Principe de la pile à combustible

Dans la pile à combustible, le dihydrogène et le dioxygène de l'air réagissent pour former de l'eau. L'énergie chimique est transformée en énergie électrique.
Une cellule élémentaire est constituée de 3 éléments : deux électrodes séparées par un électrolyte acide.



1. La cathode est alimentée en dioxygène. Écrire la demi-équation de la transformation qui se produit à la cathode.

2. À l'anode, on apporte le combustible (le dihydrogène). Écrire la demi-équation de la transformation qui se produit à l'anode.

3. En déduire l'équation globale de fonctionnement.

4. Compléter le schéma de la pile à combustible de l'annexe. Préciser sur le schéma les demi-réactions aux électrodes, le sens de circulation des électrons ainsi que les pôles de la pile.

Données
Potentiels standards d'oxydoréduction : $E°\ (H^+/H_2) = 0{,}00$ V
$E°\ (O_2/H_2O) = 1{,}23$ V

Exercice 2 (3 points)

Les plastiques sont des matériaux organiques formés de macromolécules dont les masses molaires sont comprises entre 120 et 180 kg/mol.
Le méthacrylate de méthyle a pour formule semi-développée :

$$CH_2 = \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}} - COOCH_3$$

Sa polymérisation donne un composé apprécié pour sa transparence exceptionnelle (supérieure à celle du verre) commercialisé sous le nom de marque Plexiglas.

1. Déterminer la masse molaire du monomère. Exprimer le résultat en kg/mol.

2. L'indice moyen de polymérisation est n = 1500. Calculer la masse molaire du polymère. Indiquer si le résultat obtenu est en accord avec les données de l'énoncé. Justifier.

3. Le Plexiglas est obtenu par polyaddition du méthacrylate de méthyle désigné ci-dessus. Écrire l'équation bilan de la réaction.

Données

Masses molaires atomiques : M(H) = 1,0 g/mol ; M(O) = 16,0 g/mol ; M(C) = 12,0 g/mol

MATHEMATIQUES

Les deux exercices, bien qu'étant issus d'une même problématique, peuvent être traités indépendamment.

Mise en température d'un liquide dans une cuve

On chauffe un volume V de 500 L de lait dans une cuve.
On appelle $\theta\,(t)$ la température du lait (exprimée en degré Celsius) à l'instant t (exprimé en minutes).
A l'instant $t = 0$, la température du lait est égale à 10°C.
On considère la fonction f définie par $f(t) = \theta(t) - 80$.

Exercice 1 (4 points)

On considère l'équation différentielle $y'+0{,}012\,y = 0$ (E)

où y désigne une fonction de la variable t définie sur **R** et y' sa fonction dérivée.

1. Déterminer la solution générale de l'équation différentielle (E).

2. f est la solution de l'équation différentielle (E) telle que, à l'instant $t = 0$, $f(0) = -70$. Déterminer l'expression de $f(t)$.

3. Résoudre l'équation $f(t) = -15$. Arrondir le résultat au dixième.

Exercice 2 (9 points)

La température du lait $\theta\,(t)$ (exprimée en degré Celsius) à l'instant t (exprimé en minutes) est donnée par la relation :

$$\theta\,(t) = 80 - 70\,\mathrm{e}^{(-0{,}012\,t)}.$$

I – Calculs preminimaires

1. Calculer la température θ après 100 minutes de chauffage. Arrondir la valeur au dixième.

2. Calculer la température θ après 5 heures de chauffage. Arrondir la valeur au dixième.

II – Etude d'une fonction

On considère la fonction g définie sur l'intervalle [0 ; 400] par $g(x) = 80 - 70\,e^{(-0{,}012\,x)}$.

1. Donner l'expression de $g'(x)$ où g' est la dérivée de la fonction g.

2. Donner et justifier le signe de $g'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle [0 ; 400].

3. En déduire le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle [0 ; 400].

4. Compléter le tableau de valeurs numériques de la fonction g de l'**annexe**. Arrondir les valeurs à l'unité.

5. Tracer la courbe C représentant la fonction g dans le repère de l'**annexe**.

III – Exploitation de la courbe

Dans cette partie, on identifie x au temps t et $g(x)$ à la température $\theta(t)$ d'un volume V de 500 L de lait.

1. a) Déterminer graphiquement le temps de chauffe nécessaire à l'obtention d'une température de 65°C. Laisser apparents les traits de construction nécessaires à la lecture graphique.

   b) Résoudre l'équation $80 - 70\,e^{(-0{,}012\,x)} = 65$. Arrondir le résultat à l'unité.

2. Le lait doit être ajouté à une préparation alimentaire. Pour cela sa température est portée à 65°C au dixième près.
   En utilisant les résultats précédents, en déduire le temps de chauffe nécessaire pour atteindre la température de 65°C sans la dépasser. Exprimer le résultat en heure et minute.

3. L'opérateur met la cuve en chauffe à 8 h 30 min, à quelle heure le lait sera-t-il à la température de 65°C.

ANNEXE (à remettre avec la copie)

Partie Sciences physiques

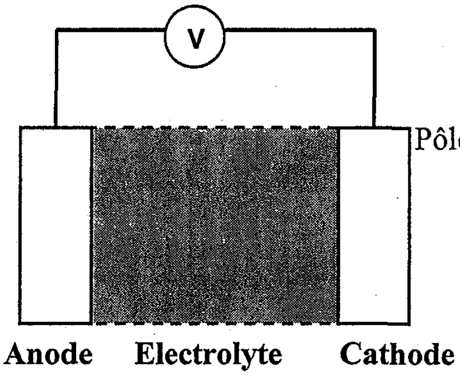
Schéma de la pile à combustible

Sens des électrons

....

Pôle ....

Pôle ....



.... $\rightleftharpoons$ ....

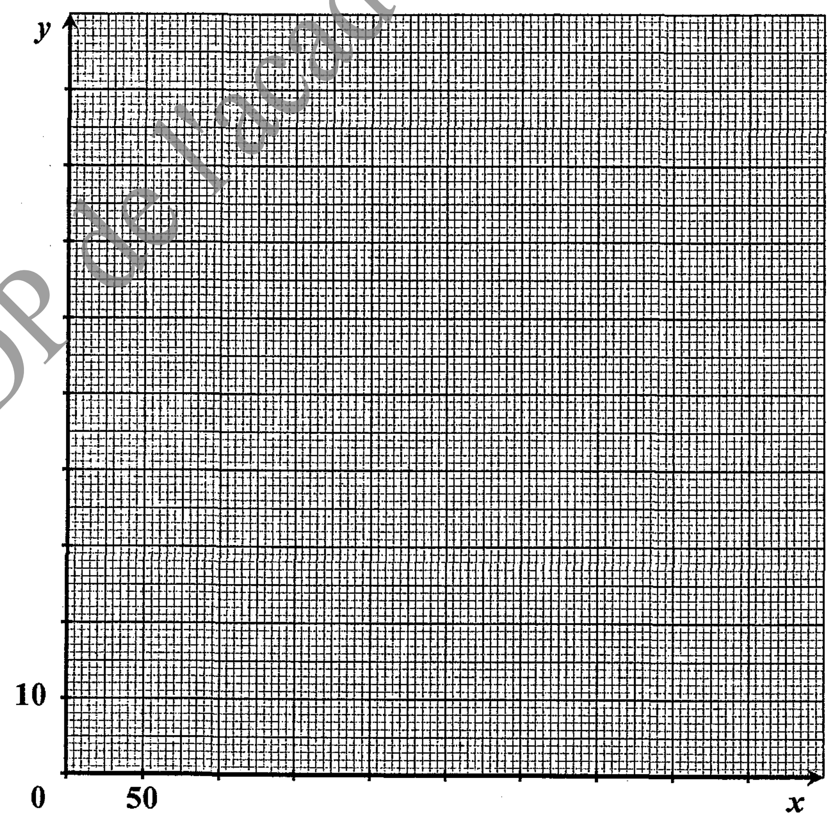
.... $\rightleftharpoons$ ....

Partie Mathématiques

Tableau de valeurs

x	0	25	50	100	150	200	300	400
$g(x)$	10			59	68		78	

Courbe représentative de la fonction g



FORMULAIRE DE MATHEMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Chimie - Energétique
(Arrêté du 9 mai 1995 – BO spécial du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f '
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	$a\,e^{ax+b}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)\,v(x)$	$u'(x)\,v(x)+u(x)\,v'(x)$
$\dfrac{1}{u(x)}$	$-\dfrac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\dfrac{u(x)}{v(x)}$	$\dfrac{u'(x)\,v(x)-u(x)\,v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equations du second degré $a x^2+b x+c=0$

$\Delta=b^2-4ac$

- si $\Delta>0$, deux solutions réelles :

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- si $\Delta=0$, une solution réelle double :

$$x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$$

- si $\Delta<0$, aucune solution réelle

si $\Delta\geq 0$, $a x^2+b x+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

Statistiques

Effectif total $\mathrm{N}=\sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $\mathrm{V}=\dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i-\bar{x})^2}{N}=\dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N}-\bar{x}^2$

Ecart type $\sigma=\sqrt{\mathrm{V}}$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et de raison r

Terme de rang n : $u_n=u_1+(n-1)\,r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+\ldots\ldots+u_k=\frac{k\,(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et de raison q

Terme de rang n : $u_n=u_1\,q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1+u_2+\ldots\ldots+u_k=u_1\,\frac{1-q^k}{1-q}$$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab)=\ln a+\ln b$ $\qquad$ $\ln(a^n)=n\ln a$

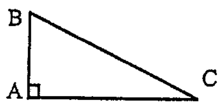
$\ln(a/b)=\ln a-\ln b$

Equations différentielles

$y'-ay=0$ $\qquad$ $y=k\,e^{ax}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2+AC^2=BC^2$



$\sin\hat{B}=\dfrac{AC}{BC}$; $\cos\hat{B}=\dfrac{AB}{BC}$; $\tan\hat{B}=\dfrac{AC}{AB}$

Aires dans le plan

Triangle : $\dfrac{1}{2}\,b\,c\sin\hat{A}$ $\qquad$ Trapèze : $\dfrac{1}{2}(B+b)\,h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou *prisme* droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume $=B\,h$

Sphère de rayon R : Aire : $4\pi R^2$ $\quad$ Volume : $\dfrac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou *pyramide* de base B et de hauteur h : Volume : $\dfrac{1}{3}B\,h$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\mathrm{d}t=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t+\int_b^c f(t)\mathrm{d}t$$

* $$\int_a^b (f+g)(t)\mathrm{d}t=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t+\int_a^b g(t)\mathrm{d}t$$

* $$\int_a^b kf(t)\mathrm{d}t=k\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$$