BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

BIO-INDUSTRIES DE TRANSFORMATION

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES ET SCIENCES PHYSIQUES

Ce sujet comporte 9 pages.
Les pages 4, 5 et 8 sont à remettre avec votre copie d'examen.

L'usage des instruments de calcul est autorisé conformément à la circulaire 99-186 du 16 novembre 1999

SUJET	
BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL BIO INDUSTRIES DE TRANSFORMATION	**E1 - SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE**
Session : **2009**	Sous épreuve : B1 Mathématiques et Sciences physiques – U12 Coef : 1,5 Durée : 2 h 00
Repère : 0906-BIO ST B	page 1/9

MATHÉMATIQUES (13 points)

Les deux exercices sont indépendants.

EXERCICE 1 : (5 points)

La farine est obtenue par broyage des grains de blé.
Pour effectuer l'analyse granulométrique des grains de farine, on effectue un tamisage : la séparation des différentes fractions de grains se fait en utilisant des toiles dont l'ouverture de la maille est normalisée.

Les résultats du tamisage d'un échantillon de farine sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Diamètres des grains en mm	Effectif en %
[0 ; 0,125[	1,5
[0,125 ; 0,315[	8
[0,315 ; 0,8[	36,7
[0,8 ; 2]	53,8
Total	100

1. Quel est le caractère étudié ? Préciser la nature du caractère.

2. Dans le tableau de l'**ANNEXE 1 page 4/9**, calculer les effectifs cumulés croissants.

3. Représenter le polygone des effectifs cumulés croissants dans le repère situé sur l'**ANNEXE 1 page 4/9**.
   Unités graphiques :
   - en abscisse : 1 cm pour 0,1 mm,
   - en ordonnée : 1 cm pour 10.

4. Déterminer graphiquement le diamètre médian d'un grain de farine.

5. On estime que le broyage est acceptable si au moins la moitié de l'effectif des grains de farine ont un diamètre inférieur à 1 mm. Le broyage est-il acceptable ?

EXERCICE 2 : (8 points)

Un laboratoire étudie l'évolution de bactéries dans le jus d'orange non pasteurisé.
À un instant t_M que l'on devra déterminer, on introduit une molécule capable de stopper la progression des bactéries.
L'objectif est de savoir quand les bactéries seront entièrement détruites. Pour cela, on dénombre les bactéries avant et après l'introduction de la molécule.

PARTIE A : *Analyse de la situation.*

Le nombre N de bactéries à l'instant t (en minutes) est donné par :

$N = -5t^2 + 130t + 600$

où t est compris entre 0 et 30 minutes.

1. Calculer le nombre de bactéries à l'instant $t = 0$.

2. Calculer le nombre de bactéries présentes au bout de 10 minutes.

PARTIE B : *Étude mathématique.*

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 30] par :

$f(x) = -5x^2 + 130x + 600$

Avec les notations précédentes, on a : $N = f(t)$.

1. a) Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.

   b) Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

   c) Compléter le tableau de variation de la fonction f sur l'**ANNEXE 2 page 5/9**.

2. a) Compléter le tableau de valeurs situé en **ANNEXE 2 page 5/9**.

   b) Tracer la représentation graphique $\mathscr{C}$ de la fonction f dans le repère de l'**ANNEXE 2 page 5/9**. (Quatre points sont représentés sur le schéma et cinq autres restent à placer)

3. On se propose de déterminer l'abscisse du point d'intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses.
   Cela revient à résoudre l'équation $f(x) = 0$.
   Résoudre l'équation $-5x^2 + 130x + 600 = 0$ dans l'intervalle [0 ; 30].

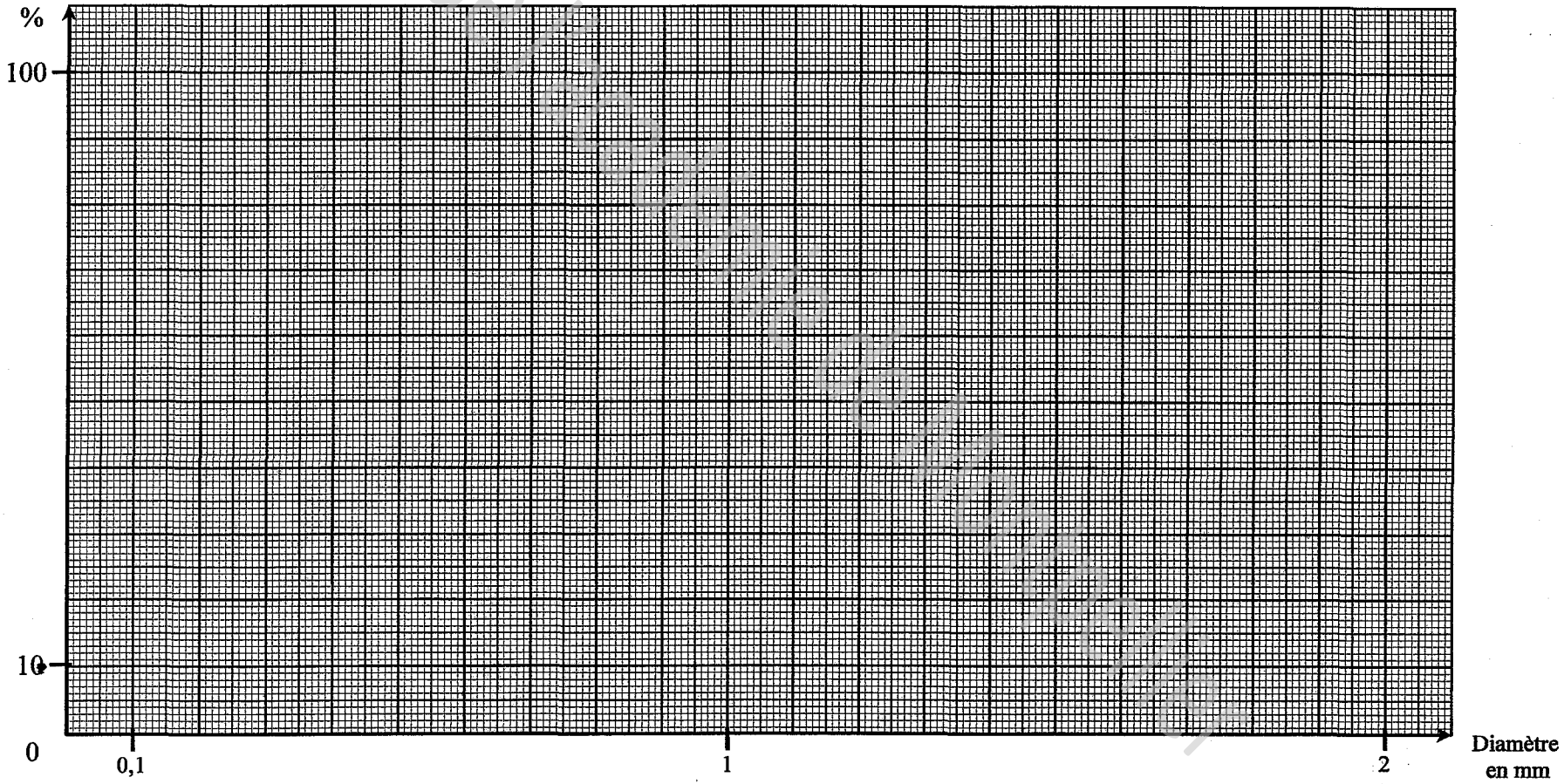
PARTIE C : *Interprétation des résultats à partir de la représentation graphique.*

1. Indiquer le temps t_M où a été introduite la molécule qui stoppe l'évolution des bactéries.

2. Quelle a été la durée de l'action de la molécule entre le moment de son introduction et la destruction totale des bactéries ?

ANNEXE 1 *(À remettre avec la copie)*

Diamètres des grains en mm	Effectif en %	Effectifs cumulés croissants en %
[0 ; 0,125[	1,5	
[0,125 ; 0,315[	8	
[0,315 ; 0,8[	36,7	
[0,8 ; 2]	53,8	
Total	100	



ANNEXE 2 *(À remettre avec la copie)*

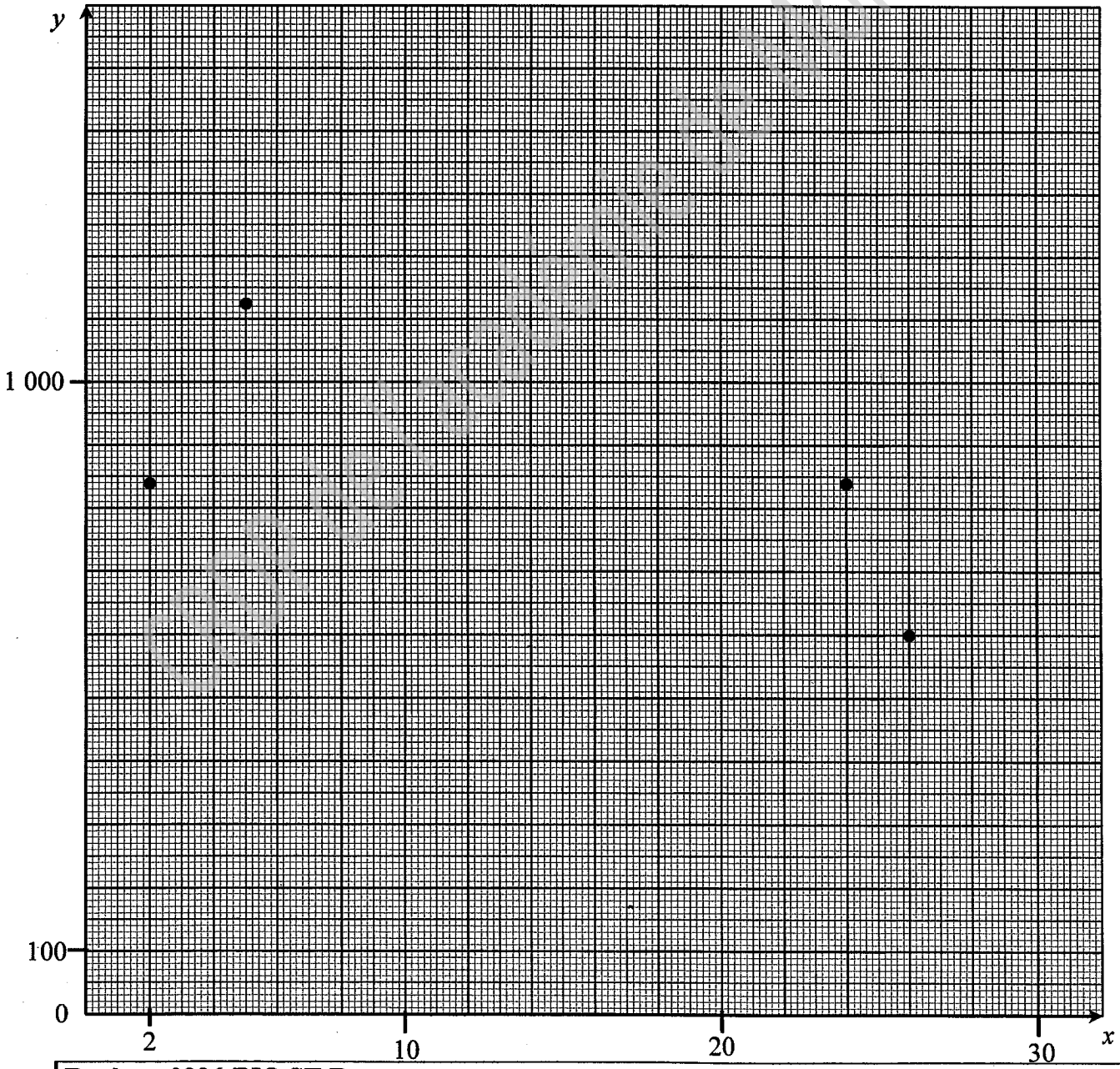
EXERCICE 2 : partie B, question 1. c) *Tableau de variation.*

x	0 … 100
Signe de $f'(x)$	0
Variations de f	

EXERCICE 2 : partie B, question 1. c) *Tableau de valeurs.*

x	0	2	5	10	13	16	24	26	30
$f(x)$		840	1 125		1 445	1 400	840	600	

EXERCICE 2 : partie B, question 1. d) *Représentation graphique.*

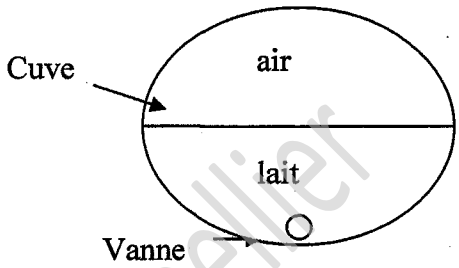


SCIENCES PHYSIQUES (7 points)
À PROPOS DU LAIT.

Durée (indicative) : 40 minutes

Les quatre parties sont indépendantes.

1. Stockage du Lait *(1 point)*



Une cuve de stockage contient du lait sur une hauteur de 2 m. La surface libre du lait est à la pression de 0,72 bar.

1.1. Déterminer la pression relative et la pression totale au fond de la cuve.

La cuve est munie dans son fond d'une vanne de 100 mm de diamètre.

1.2. Calculer la valeur de la force pressante qu'exerce le lait sur cette vanne.

Données :
- masse volumique du lait : $\rho = 1035$ kg.m^{-3}
- intensité de la pesanteur : $g = 10$ N.kg^{-1}
- $P_B - P_A = \rho\, g\, h$
- $P = F / S$
  1 bar = 10^5 Pa

2. Pasteurisation du lait *(2 points)*

Le lait peut être stabilisé par le procédé de pasteurisation-uppérisation qui se déroule en 4 phases :
- Phase 1 : préchauffage à 65°C,
- Phase 2 : élévation de la température de 65°C à 90°C en 20 secondes,
- Phase 3 : maintient à 90°C pendant 1 minute,
- Phase 4 : refroidissement brutal.

2.1. Déterminer la quantité de chaleur absorbée par 1 kg de lait pendant la phase 2.

2.2. Déduire la puissance thermique nécessaire à la pasteurisation de 1 kg de lait pendant la phase 2.

2.3. Sachant que l'énergie thermique cédée pendant la phase 2 de 1 kg de lait est de 292600 J, calculer la température finale à laquelle le lait est refroidi.

Données :
- capacité thermique massique du lait : $c = 4180$ J.kg^{-1}.°C^{-1}
- chaleur échangée $Q = m\, c\, (T_F - T_I)$

3. L'acide Lactique *(4 points)*

Le lait contient naturellement de l'acide lactique. Sa formule semi-développée est :

$CH_3 — CHOH — COOH$

3.1. Reproduire la formule sur votre copie. Entourer et nommer les fonctions. Repérer par une astérisque l'atome de carbone asymétrique.

Pour être ***consommable***, le lait doit contenir moins de 1,8 g d'acide lactique par Litre. On détermine la qualité du lait par dosage pHmétrique.

On dose 25 mL de lait par de l'hydroxyde de sodium (soude NaOH) de concentration $C_B = 0{,}05\ mol.L^{-1}$.
La courbe du dosage est donnée en **ANNEXE 3(à rendre avec la copie)**.

3.2. Écrire l'équation bilan du dosage de l'acide lactique par la soude (base forte).

3.3. Donner les coordonnées du point d'équivalence à partir de la courbe.

3.4. Calculer la concentration d'acide lactique dans le lait en $mol.L^{-1}$.

3.5. Justifier par le calcul si le lait est consommable ou pas.

3.6. La méthode usuelle emploie un indicateur coloré.
Parmi les indicateurs figurant dans le tableau n°1, choisir le plus approprié à ce dosage. Justifier le choix.

Données :

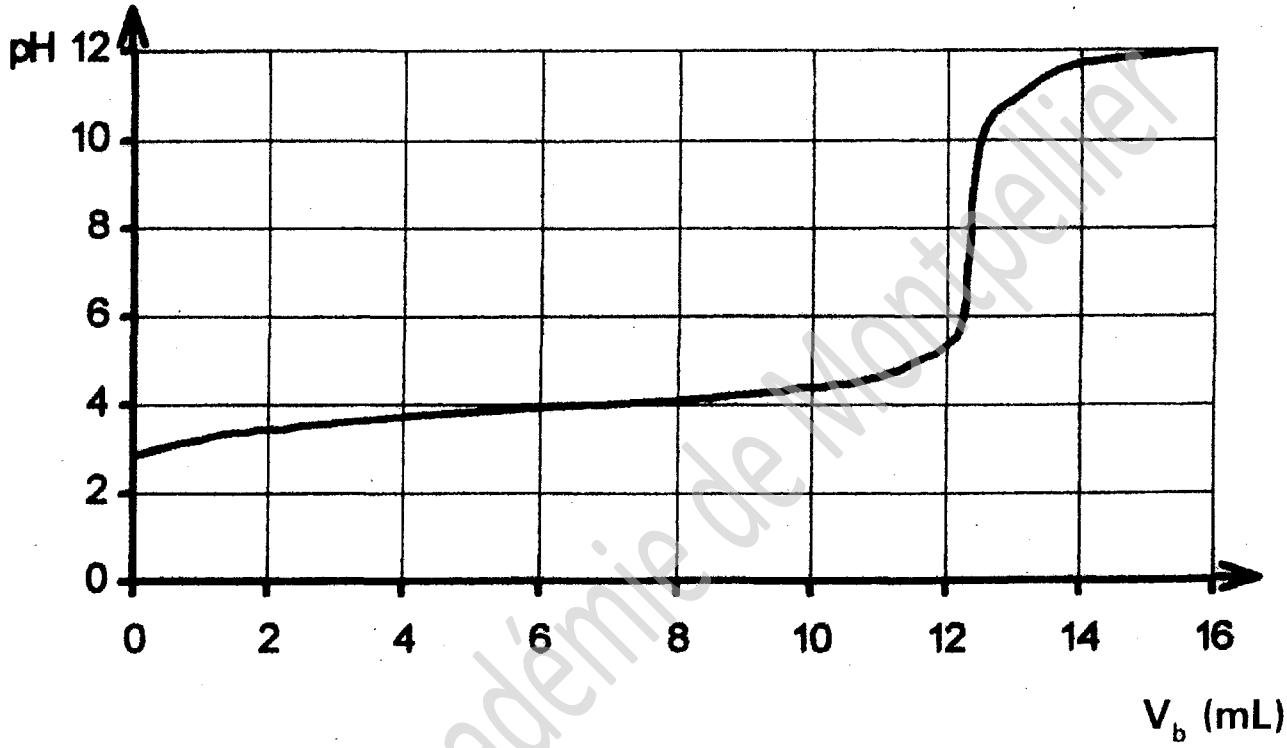
Tableau n°1 – Zones de virage de trois indicateurs colorés.

Indicateurs colorés	Zones de virage
Hélianthine	3,1 - 4,4
Bleu de bromothymol	6,0 - 7,6
Phénolphtaléine	8,2 - 10

Masses molaires atomiques :
M (C) = 12 $g.mol^{-1}$
M (H) = 1 $g.mol^{-1}$
M (O) = 16 $g.mol^{-1}$

ANNEXE 3
(À remettre avec la copie)

Courbe de dosage de l'acide lactique par la soude



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Chimie - Énergétique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	ae^{ax+b}
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$
$\frac{1}{u(x)}$	$-\frac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\frac{u(x)}{v(x)}$	$\frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2-4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\quad \ln(a^n) = n \ln a$

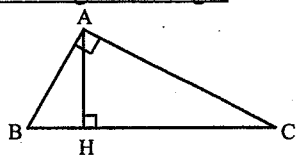
$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equations différentielles

$y' - ay = 0 \quad y = ke^{ax}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$ $\quad$ Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\quad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\mathrm{d}t = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t + \int_b^c f(t)\mathrm{d}t$$

* $\int_a^b (f+g)(t)\mathrm{d}t = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t + \int_a^b g(t)\mathrm{d}t$

* $\int_a^b kf(t)\mathrm{d}t = k\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$