BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

INDUSTRIE PÂTES – PAPIERS – CARTONS

- Session 2009 -

***

Épreuve E 1
Scientifique et Technique

Sous-Épreuve E11 – Unité U 11 –

Mathématiques et Sciences Physiques

Coefficient : 2

Durée : 2 heures

Remarque :

** La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction seront prises en compte à la correction.*

** L'usage des calculatrices électroniques est autorisé.*

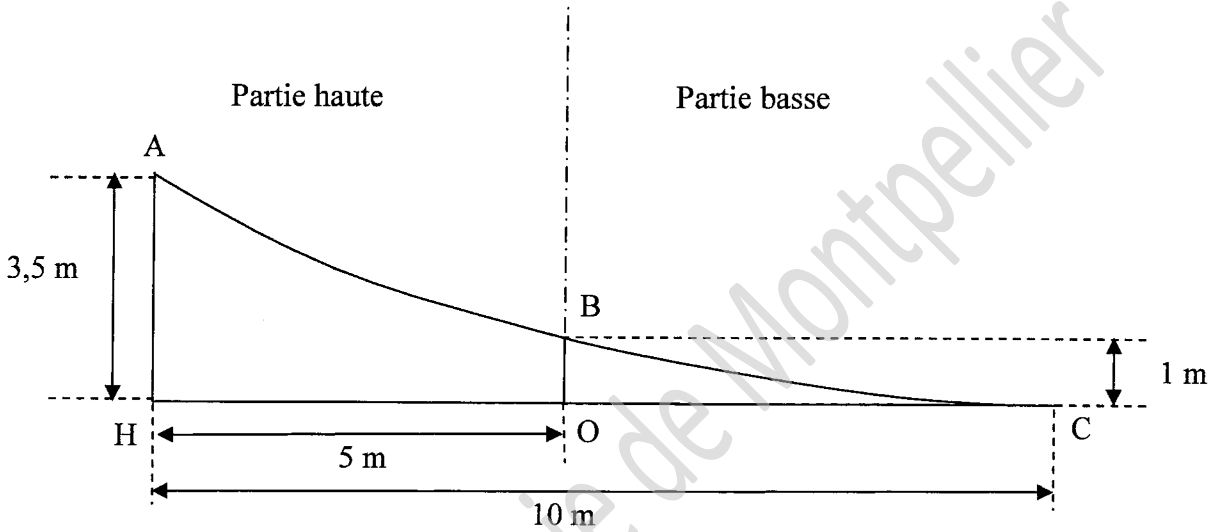
** L'usage du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.*

MATHÉMATIQUES : (15 points)

EXERCICE 1 : 11 POINTS — TRACÉ DU PROFIL

On veut installer un toboggan au bord d'une piscine. Ce toboggan est constitué de deux parties jointes, représentées par les arcs $\overset{\frown}{AB}$ et $\overset{\frown}{BC}$ sur le schéma ci-dessous.

Schéma du toboggan



Les contraintes d'installation sont les suivantes :

- Contrainte C_1 : la hauteur maximale HA du toboggan est 3,5 mètres ;
- Contrainte C_2 : la longueur au sol HC est 10 mètres ;
- Contrainte C_3 : un poteau de maintien [OB] de hauteur 1 mètre est fixé à mi longueur ;
- Contrainte C_4 : la pente du toboggan en B est de 25 % ;
- Contrainte C_5 : la pente du toboggan en C est nulle.

Dans le repère de l'**annexe** 1 (à rendre avec la copie), le sol est représenté par l'axe des abscisses ; une unité sur le graphique correspond à un mètre.

PARTIE A : Modélisation de la partie haute du toboggan

Dans l'**annexe** 1 (à rendre avec la copie), on a modélisé la partie haute du toboggan par la courbe C_g, telle que :
- la pente au point B est de 25 % (contrainte C_4) ;
- le point A $(-5 ; 3{,}5)$ appartient à la courbe C_g (contrainte C_1).

La courbe C_g est représentative d'une fonction g définie sur l'intervalle $[-5 ; 0]$ par $g(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des nombres réels que l'on va déterminer.

1. Détermination du nombre réel c.
   1.1 Déterminer graphiquement $g(0)$.
   1.2 En déduire que $c = 1$.

2. Soit g' la fonction dérivée de g. On a $g'(x) = 2ax + b$.
   La contrainte C_4 se traduit par $g'(0) = -0{,}25$.
   En déduire la valeur de b.

3. La contrainte C_1 se traduit par $g(-5) = 3{,}5$.

3.1 Montrer que « déterminer la valeur de a » revient à « résoudre l'équation $25a + 2{,}25 = 3{,}5$ ».

3.2 Résoudre l'équation $25a + 2{,}25 = 3{,}5$.

4. Donner l'expression de $g(x)$.

PARTIE B : Modélisation de la partie basse du toboggan

Dans le repère de l'**annexe 1** (à rendre avec la copie), on modélise la partie basse du toboggan à l'aide de la courbe C_f représentative de la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 5] par :

$$f(x) = 0{,}006x^3 - 0{,}02x^2 - 0{,}25x + 1$$

1. Montrer que les points B (0 ; 1) et C (5 ; 0) appartiennent à C_f.

2. Soit f' la fonction dérivée de la fonction f. Calculer $f'(x)$.

3. Calculer $f'(0)$ et $f'(5)$.

4. Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation $y = -0{,}25x + 1$. Justifier que la droite $\mathcal{D}$ est tangente à la courbe C_f au point B.

5. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f sur l'**annexe 2** (à rendre avec la copie). Donner les résultats arrondis au centième.

6. Tracer, dans le repère de l'**annexe 1** (à rendre avec la copie), la courbe C_f et la droite $\mathcal{D}$.

7. Les contraintes C_3, C_4 et C_5 sont-elles respectées ? Justifier la réponse.

EXERCICE 2 : 4 POINTS — ÉTUDE DE LA FRÉQUENTATION DU PARC AQUATIQUE

La société qui gère le parc envisage de nouveaux investissements en 2010, et espère qu'à partir de l'année 2011, le taux de fréquentation augmentera de 3 000 visiteurs chaque année.

1. Sachant qu'en 2010, on a dénombré 150 000 visiteurs, calculer le nombre de visiteurs attendus en 2011 et 2012.

2. La suite formée par le nombre de visiteurs attendus chaque année, à partir de l'année 2010, constitue une suite arithmétique de premier terme u_1 = 150 000 et de raison r = 3 000.

2.1 Calculer u_{11}. Détailler les calculs.

2.2 En déduire le nombre de visiteurs attendus en 2020.

3. Calculer le nombre total de visiteurs attendus de 2010 à 2020.

4. Une opération de maintenance sera nécessaire après le passage de 500 000 utilisateurs.
L'année n au cours de laquelle l'opération de maintenance sera nécessaire, est solution de l'équation : $900\,n^2 + 89\,100\,n - 500\,000 = 0$

4.1 Résoudre cette équation. Les solutions seront arrondies à l'unité.

4.2 Déterminer l'année au cours de laquelle aura lieu l'opération de maintenance.

SCIENCES PHYSIQUES : (5 points)

On souhaite réaliser le dosage d'un acide fort, l'acide chlorhydrique HCl, par une base forte, la soude (ou hydroxyde de sodium) NaOH.

Montage du dosage pH-mètrique

On dispose de l'ensemble du matériel suivant pour réaliser ce dosage :

- Une burette contenant une solution de soude (Na^+, OH^-) de concentration molaire $C_b = 10^{-2}$ mol/L
- Un bécher de 100 mL contenant une solution d'acide chlorhydrique (H^+, Cl^-) à doser
- Un agitateur magnétique et un barreau aimanté,
- Une électrode pH-mètrique,
- Un pH-mètre.

1. Compléter, en **annexe 3** (à rendre avec la copie), à l'aide du matériel énoncé ci-dessus, le schéma du dispositif expérimental.

2. Pour chacune des questions, recopier l'affirmation correcte :

2.1 L'équation bilan de la réaction de dosage d'une solution d'acide chlorhydrique par une solution de soude s'écrit :

- $HCl + H_2O \rightarrow H_3O^+ + Cl^-$
- $H_3O^+ + OH^- \rightarrow 2\ H_2O$
- $2\ H_2O \rightarrow H_3O^+ + OH^-$

2.2 La réaction entre un acide fort et une base forte est :

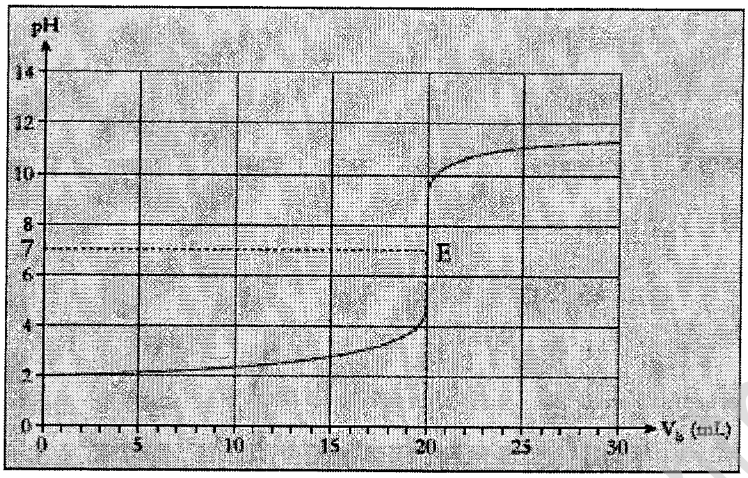
- rapide et totale
- lente et totale
- rapide et partielle

2.3 Effectuer le dosage d'une solution est un moyen permettant de :

- mesurer son volume
- déterminer la concentration de la solution titrée
- déterminer la concentration de la solution titrante

3. On effectue le dosage d'une solution d'acide chlorhydrique (H^+, Cl^-) par une solution de soude (Na^+, OH^-) de concentration molaire $C_b = 10^{-2}$ mol/L. Dans le bécher, on dispose de 10 mL de solution d'acide chlorhydrique de concentration molaire C_a.

On trace la courbe représentant les variations du pH en fonction du volume de base versé V_b :



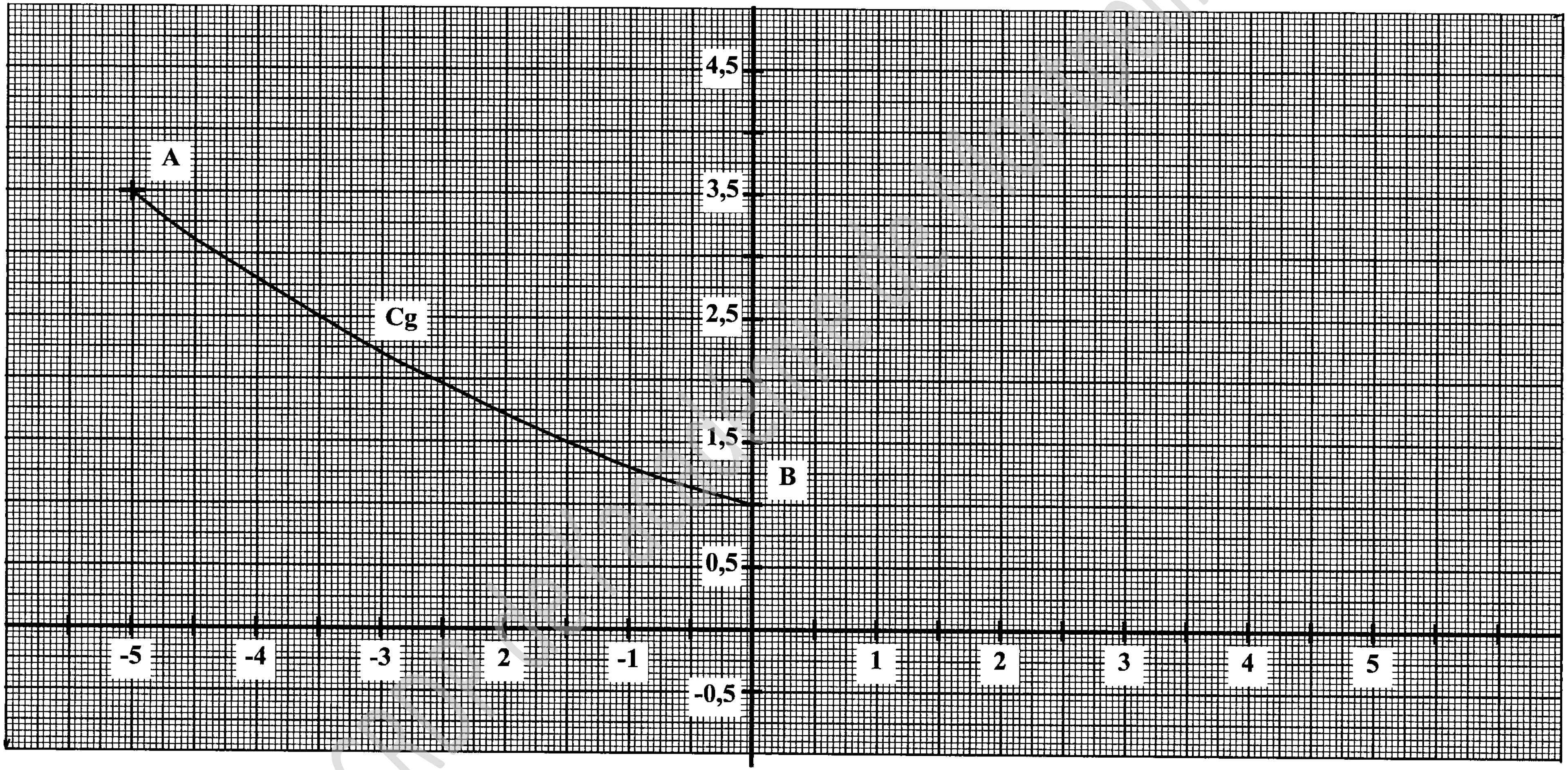
Courbe du suivi du pH par rapport au volume d'hydroxyde de sodium versé

3.1 Par lecture graphique, indiquer le pH et le volume d'hydroxyde de sodium versé à l'équivalence.

3.2 Utiliser la définition de l'équivalence pour écrire une relation entre C_b, V_b, C_a et V_a.

3.3 Calculer la concentration molaire C_a de la solution d'acide chlorhydrique.

ANNEXE 1 (À rendre avec la copie)



ANNEXE 2 (À rendre avec la copie)

MATHÉMATIQUES

Tableau de valeurs de f :

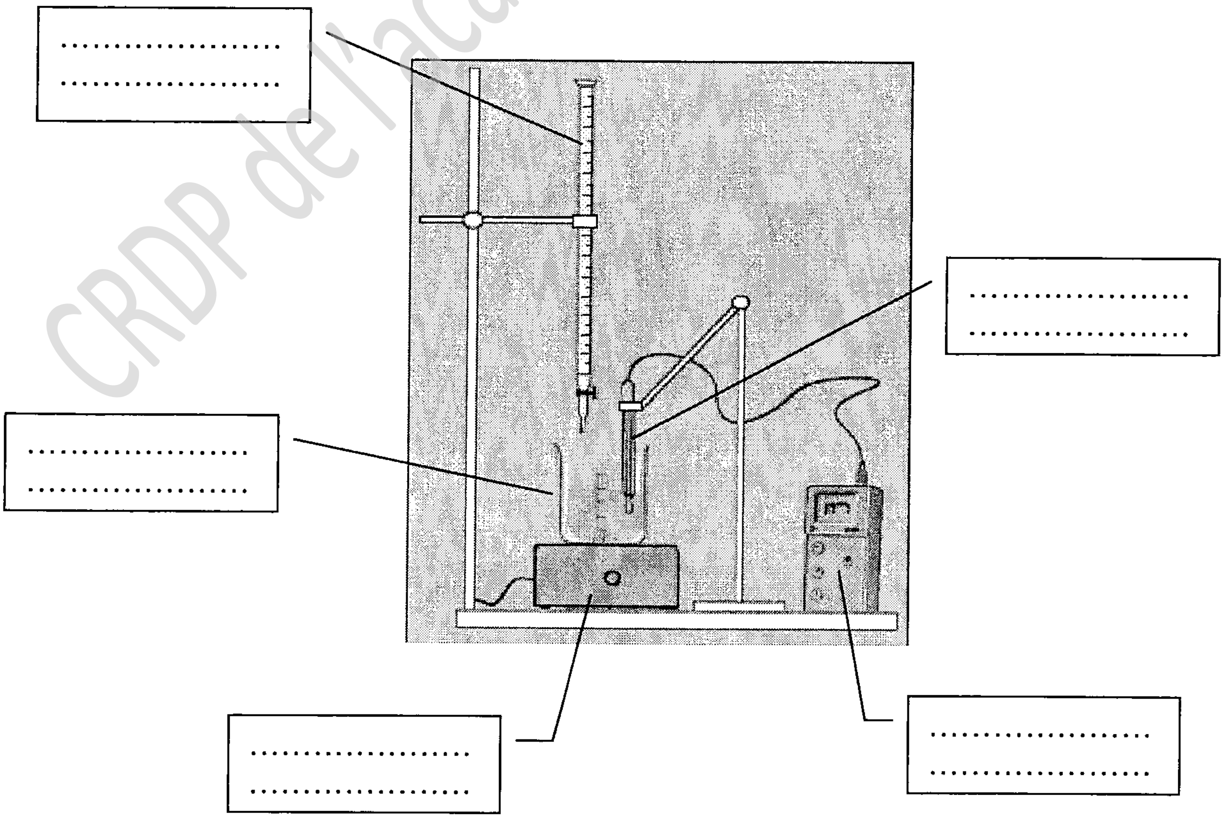
Les valeurs sont données arrondies au centième.

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	1		0,47		0,06	0

SCIENCES-PHYSIQUES

ANNEXE 3 (À rendre avec la copie)

Compléter le schéma du dispositif expérimental à l'aide du matériel énoncé dans le sujet.



FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productique

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1.q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \ldots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

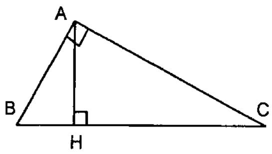
Variance

$V = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

Plan	Espace
$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \lVert\vec{v}\rVert \times \lVert\vec{v}'\rVert \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$