BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
TECHNICIEN EN INSTALLATION DES SYSTÈMES ÉNERGÉTIQUES ET CLIMATIQUES

BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL
TECHNICIEN EN MAINTENANCE DES SYSTÈMES ÉNERGÉTIQUES ET CLIMATIQUES

Calculatrice à fonctionnement autonome autorisée
(circulaire 99-186 du 16.11.99)

SESSION 2009

E12

MATHÉMATIQUES - SCIENCES PHYSIQUES

***Durée :** 2 heures*

***Coefficient** : 2*

MATHÉMATIQUES
(15 points)

On étudie l'installation d'un puits canadien. Le principe du puits canadien consiste à faire circuler, avant qu'il ne pénètre dans la maison, l'air de renouvellement par des canalisations enterrées. En hiver, l'air est alors réchauffé, le sol étant plus chaud que l'air extérieur.

Les deux exercices sont indépendants.

EXERCICE 1 : (12 points)

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Partie A (2,5 points)

La température θ (en °C) de l'air de renouvellement s'exprime en fonction de la profondeur x à laquelle sont enterrées les canalisations, par la relation :

$$\theta = -0{,}3\,x^2 + 3{,}2\,x + 2.$$

La profondeur s'exprime en mètre et varie entre 0 et 5 mètres.

1. Calculer la température de l'air de renouvellement pour une profondeur de 3 m.

2. Dans cette question, on souhaite obtenir une température de l'air de renouvellement égale à 10 °C.

a) Montrer que, dans ce cas, la profondeur x vérifie la relation :

$$-0{,}3\,x^2 + 3{,}2\,x - 8 = 0.$$

b) Résoudre l'équation $-0{,}3\,x^2 + 3{,}2\,x - 8 = 0$ sur l'intervalle [0 ; 5].

c) En déduire la profondeur qui permet d'obtenir une température de 10 °C.

Partie B (2 points)

Dans la région d'installation du puits canadien, la température moyenne du sol θ_m (en °C), entre 0 et 5 mètres de profondeur, est donnée par :

$$\theta_m = \frac{1}{5}\int_0^5 (-0{,}3\,x^2 + 3{,}2\,x + 2)\,dx$$

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 5] par : $f(x) = -0{,}3\,x^2 + 3{,}2\,x + 2$.

1. Déterminer une primitive F de la fonction f.

2. Calculer l'intégrale $\int_0^5 (-0{,}3\,x^2 + 3{,}2\,x + 2)\,dx$.

3. En déduire la température moyenne du sol en degré Celsius.

Partie C (7,5 points)

La température θ, en degré Celsius, à la sortie du puits canadien dépend de la longueur L, en mètre, de la canalisation enterrée. Cette température θ est donnée par l'expression :

$$\theta = (\theta_{sol} - \theta_{ext})(1 - e^{-0,1\,L}) + \theta_{ext}$$

θ_{sol} : température du sol (en °C) ; θ_{ext} : température de l'air (en °C).

On prendra : $\theta_{sol} = 10$ °C et $\theta_{ext} = 2$ °C.

1. Montrer que l'expression de la température θ de l'air à la sortie du puits canadien, en fonction de L est :

$$\theta = 10 - 8\,e^{-0,1\,L}.$$

2. On considère la fonction g définie sur l'intervalle [0 ; 40] par $g(x) = 10 - 8\,e^{-0,1\,x}$.
Avec les notations précédentes, on a $\theta = g(\mathrm{L})$.

a) On note g' la dérivée de la fonction g. Montrer que $g'(x) = 0,8\,e^{-0,1\,x}$.

b) Étudier le signe de $g'(x)$ sur l'intervalle [0 ; 40].

c) En déduire que la fonction g est bien croissante sur l'intervalle [0 ; 40].

3. Compléter le tableau de valeurs situé sur **l'annexe à rendre avec la copie page 5/6.** Les valeurs seront arrondies au dixième.

4. Tracer la courbe représentative de la fonction g dans le repère de **l'annexe page 5/6.**

5. On souhaite déterminer la longueur de la canalisation pour obtenir une température de l'air à la sortie du puits canadien de 9 °C.

a) Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = 9$. Les traits de construction nécessaires à la lecture devront figurer sur le schéma.

b) En déduire la longueur, arrondie au mètre, de la canalisation enterrée.

EXERCICE 2 : (3 points)

En 2006, le chiffre d'affaires d'une entreprise installant des puits canadiens était de 150 000 €.
Depuis 2006, le chiffre d'affaires progresse de 5 % tous les ans.

On désigne par u_1 le chiffre d'affaires en 2006, …, par u_n le chiffre d'affaires en 2005 + n.

1. Calculer u_2 et u_3, chiffres d'affaires réalisés respectivement en 2007 et 2008.

2. Vérifier que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

3. On admet que le chiffre d'affaires continuera d'évoluer dans les mêmes conditions jusqu'en 2015. Calculer le chiffre d'affaires u_{10} prévu pour 2015. Arrondir le résultat à l'unité.

SCIENCES PHYSIQUES
(5 points)

EXERCICE 1 : (3 points)

Pour assurer la circulation de l'air dans une canalisation enterrée, on utilise une ventilation motorisée dont le moteur porte les indications suivantes :

230 V ; 50 Hz ; 235 VA.

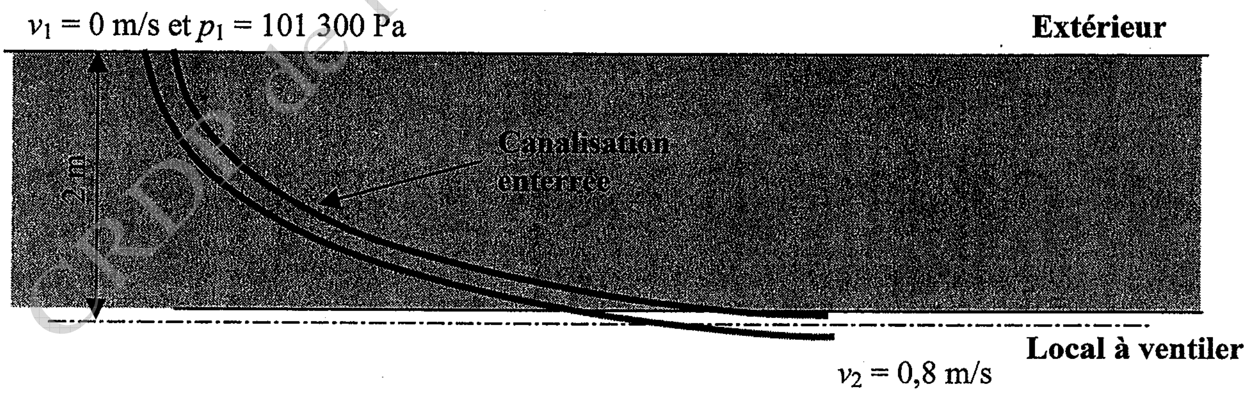
1. Calculer l'intensité du courant électrique I alimentant le moteur (arrondir au mA).
2. La puissance électrique absorbée par ce moteur est P = 200 W.

   Calculer le facteur de puissance de ce moteur (arrondir au centième).
3. Calculer la puissance réactive de ce moteur (arrondir au var).

Formulaire : $S = UI$ $\qquad P = UI\cos\varphi$ $\qquad Q = UI\sin\varphi$

EXERCICE 2 : (2 points)

1. Le débit de la ventilation est de 90 m^3/h et la canalisation a un diamètre de 20 cm. Calculer la vitesse de l'air dans la canalisation en m/s (arrondir au dixième).
2. On considère que l'air extérieur, immobile, est à une pression de 101 300 Pa. Dans la canalisation, l'air, considéré comme un fluide parfait, se déplace à 0,8 m/s. En utilisant la relation de Bernoulli, calculer la pression p_2 de l'air, à la profondeur de 2 m dans la canalisation (arrondir au pascal).



Données : masse volumique de l'air ρ_{air} = 1,3 kg/m^3 et g = 9,8 N/kg

Formulaire :

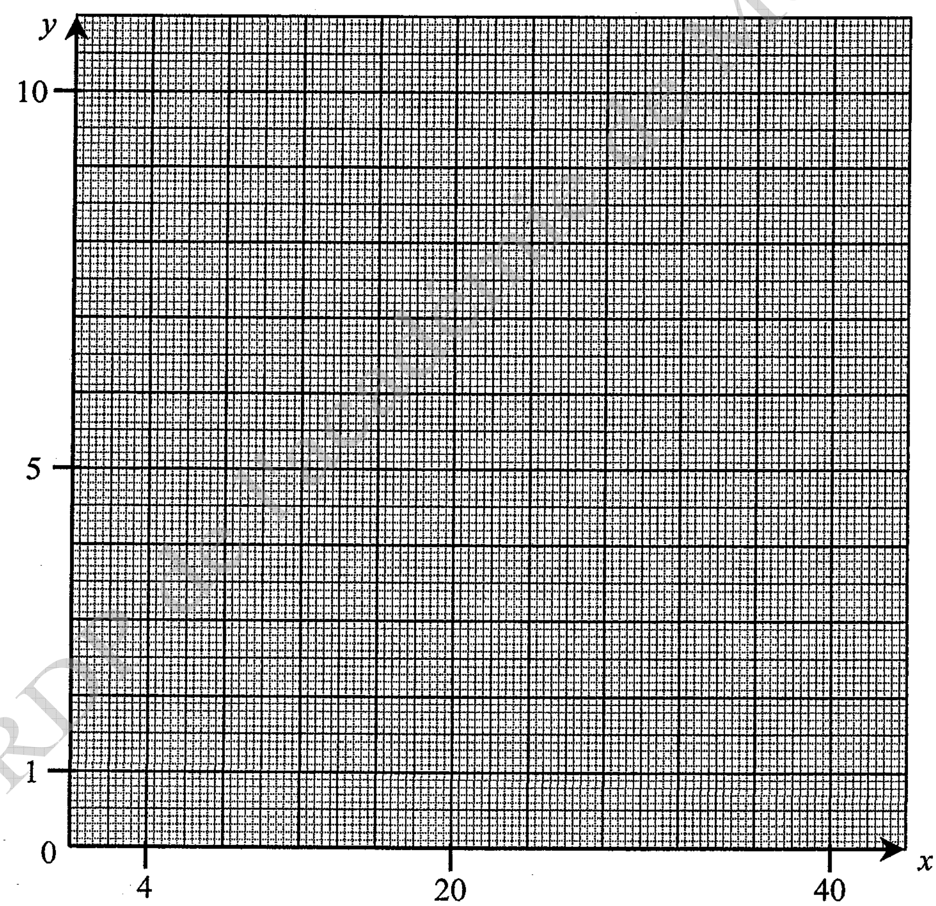
$$Q = vS \qquad \frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 + \rho g z_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 + \rho g z_2$$

ANNEXE de MATHÉMATIQUES
À remettre avec la copie

<u>EXERCICE 1 :</u> Partie C, question 3. *Tableau de valeurs ; arrondir les valeurs au dixième.*

x	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
$g(x)$		4,6			8,4	8,9			9,7		9,9

<u>EXERCICE 1 :</u> Partie C, question 4. *Représentation graphique de la fonction g.*



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL

Secteur industriel : Chimie-Énergétique

(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax+b}	$a e^{ax+b}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$
$u(x)v(x)$	$u'(x)v(x)+u(x)v'(x)$
$\dfrac{1}{u(x)}$	$-\dfrac{u'(x)}{[u(x)]^2}$
$\dfrac{u(x)}{v(x)}$	$\dfrac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}$

Equation du second degré $ax^2+bx+c=0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta > 0$, $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^{p} n_i$

Moyenne $\overline{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \overline{x})^2}{N} = \dfrac{\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \overline{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \frac{k(u_1+u_k)}{2}$$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \frac{1-q^k}{1-q}$$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad$ $\ln(a^n) = n \ln a$

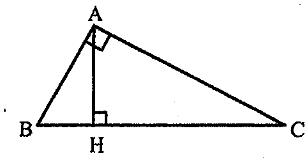
$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equations différentielles

$y' - ay = 0 \qquad y = ke^{ax}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \widehat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \widehat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Aires dans le plan

Triangle : $\dfrac{1}{2} bc \sin \widehat{A}$ $\qquad$ Trapèze : $\dfrac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\dfrac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\dfrac{1}{3}Bh$

Calcul intégral

* Relation de Chasles :

$$\int_a^c f(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_b^c f(t)\,dt$$

* $\displaystyle\int_a^b (f+g)(t)\,dt = \int_a^b f(t)\,dt + \int_a^b g(t)\,dt$

* $\displaystyle\int_a^b kf(t)\,dt = k\int_a^b f(t)\,dt$