BACCALAURÉAT PROFESSIONNEL OUVRAGES DU BÂTIMENT

- **alu, verre et matériau de synthèse** 0906-OBA ST 12
- **métallerie** 0906-OBM ST 12

MATHÉMATIQUES et SCIENCES PHYSIQUES

Coefficient : 2 **Durée : 2 heures**

Dans cette épreuve, l'usage des calculatrices est autorisé dans les conditions définies par la circulaire 99-186 du 16/11/99.

MATHÉMATIQUES (15 points)

Des particuliers souhaitent réaliser sur leur propriété une véranda ***ABCDEF*** suivant le croquis ci-contre.

Afin que l'ensemble reste harmonieux et que la véranda réponde à leurs besoins, ils exigent du constructeur que les largeurs des deux « ailes » de cette véranda aient les proportions suivantes :

$$AB = x \text{ et } ED = 1{,}5\,x.$$

(Toutes les cotes de ce croquis sont exprimées en mètre)

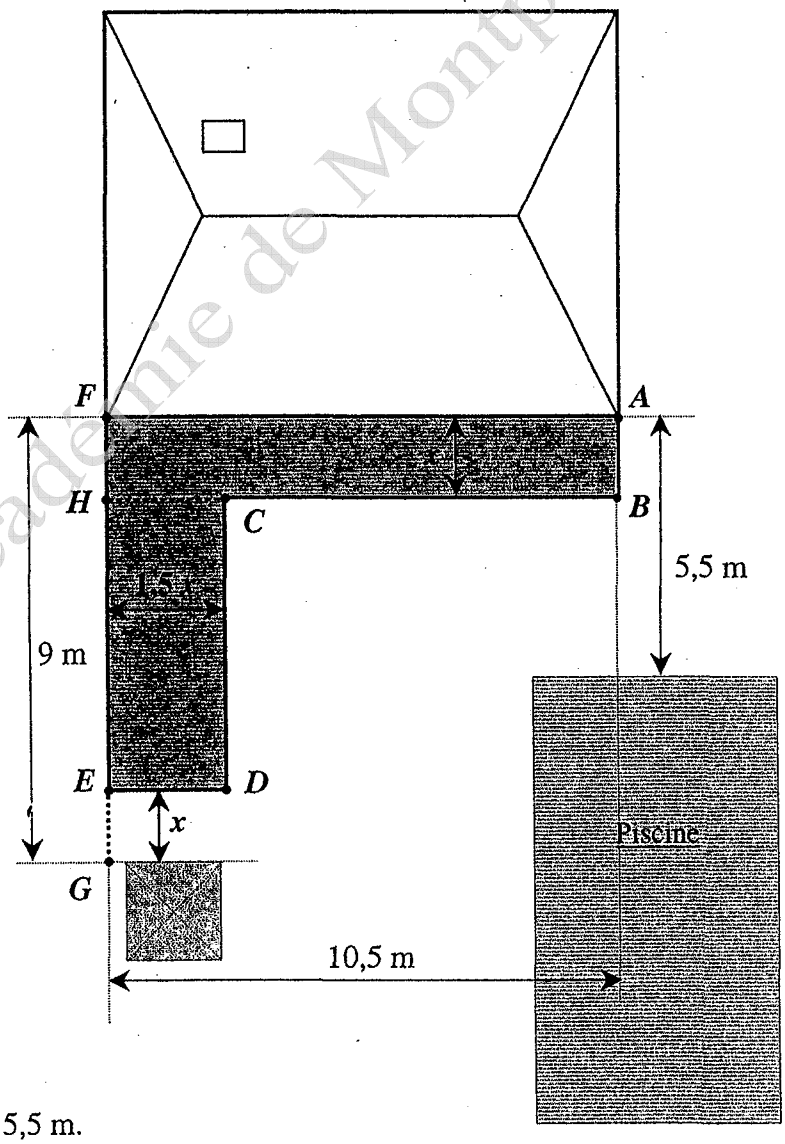
Le constructeur devra aussi préserver un accès $EG = x$.

Le budget des clients est limité.

Problématique :
Il s'agit de donner à x une valeur afin que **l'aire de la surface au sol de la véranda** soit la plus grande possible tout en respectant les exigences des clients ainsi que leur budget.

Autres données :
$AF = 10{,}5$ m
$FG = 9$ m
La distance qui sépare A de la piscine est 5,5 m.

Vue de dessus d'une partie de la propriété (Maison + véranda + piscine).



PARTIE A : (3 points)

1. *Étude d'un cas particulier*

   Dans cette question, on prend **x = 2,5 m**.
   Calculer l'aire des rectangles $ABHF$ et $CDEH$. En déduire l'aire totale $\mathcal{A}$ de la surface au sol de la véranda.

2. *Cas général*

   a) Exprimer, en fonction de x, l'aire $\mathcal{A}_1$ du rectangle $ABHF$ et l'aire $\mathcal{A}_2$ du rectangle $CDEH$.

   b) En déduire, en fonction de x, l'expression de l'aire totale $\mathcal{A}$ de la surface $ABCDEF$.

PARTIE B : (6 points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [1 ; 5,5] par : $f(x) = -3x^2 + 24x$.
Avec les notations de la **PARTIE A**, on a : $\mathcal{A} = f(x)$.

1. Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f.

2. Déterminer la valeur de x telle que $f'(x) = 0$.

3. Étudier le signe de $f'(x)$ puis compléter le tableau de variation sur l'**annexe page 5 / 6**.

4. Compléter, sur l'**annexe page 5 / 6**, le tableau de valeurs de la fonction f.

5. Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère de l'**annexe page 5 / 6**.

6. **a)** Pour quelle valeur de x, l'aire $\mathcal{A}$ est-elle maximale ? Quelle est cette aire maximale ?

   b) Donner, dans ce cas, les largeurs AB et ED des deux « ailes ».

   c) En déduire la distance qui sépare le côté [CB] de la véranda et la piscine.

PARTIE C : (3,5 points)

Contraintes :

- Le constructeur a présenté son devis. Leur budget étant limité, les clients souhaitent que l'aire de leur future véranda soit limitée à 45 m².
- Pour des raisons de sécurité, la distance de la véranda à la piscine doit être au minimum de 2 m.

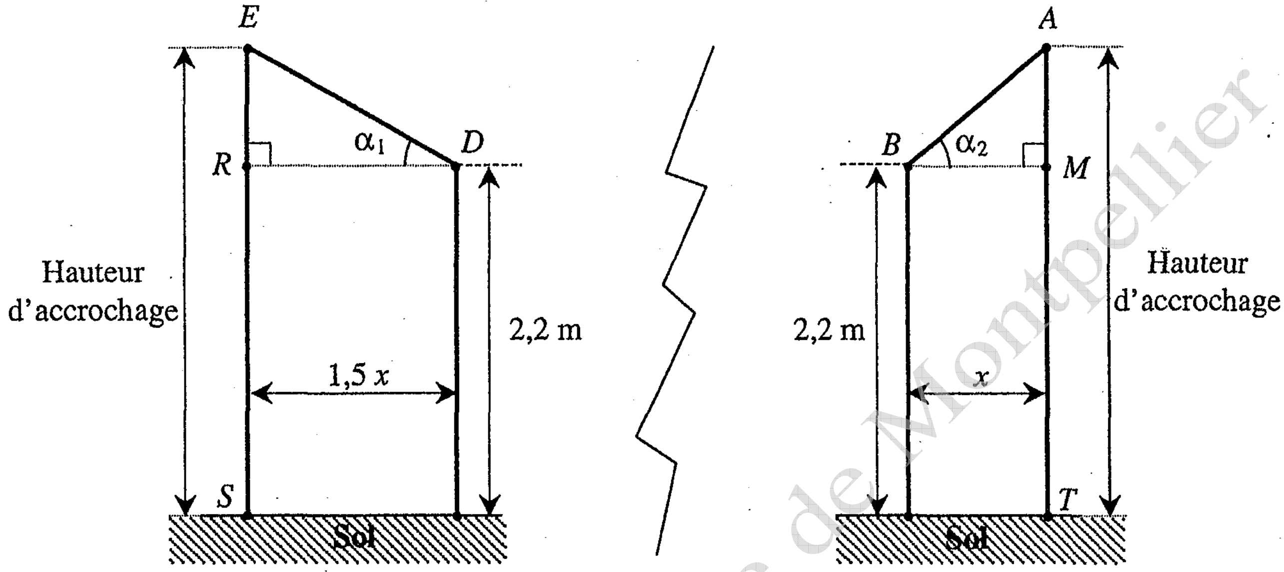
1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 45$.
   Les traits de construction nécessaires à la lecture devront figurer sur le schéma.

2. Afin de vérifier par le calcul les résultats obtenus dans la question précédente, résoudre l'équation : $-3x^2 + 24x = 45$.

3. En déduire la valeur de x respectant les deux contraintes. Justifier la réponse.
   Quelle est alors la distance séparant le côté [CB] de la véranda et la piscine ?

PARTIE D : (2,5 points)

La hauteur qui sépare le sol du plafond horizontal de la véranda est **2,2 m.**
La réglementation régionale impose que l'angle α_1, inclinaison de la couverture de l'aile la plus large, soit d'au moins 20°.
Le schéma ci-dessous indique les angles α_1 et α_2 ainsi que la hauteur d'accrochage pour les deux ailes de la véranda. ($ES = AT$).



Dans cette partie, on prend $x = 3$ m.

1. Calculer la longueur ER, arrondie au cm, pour $\alpha_1 = 20°$.
   En déduire la hauteur d'accrochage ES de la véranda.

2. Calculer l'angle d'inclinaison α_2 de la couverture de l'aile la moins large de la véranda. Le résultat sera arrondi au degré.

SCIENCES PHYSIQUES (5 points)

EXERCICE 1 : (2,5 points)

La conductivité thermique du verre est $\lambda_{\text{verre}} = 1$ W/m.°C.
Le PPMA (polyméthacrylate de méthyle) est connu sous le nom de la marque déposée Altuglas.
La conductivité thermique de l'Altuglas est $\lambda_{\text{Altuglas}} = 0{,}17$ W/m.°C.

1. Entre une plaque de verre et une plaque d'Altuglas de même épaisseur, laquelle a la plus grande résistance thermique ? Justifier la réponse.

2. a) Calculer la résistance thermique R_{verre} d'une plaque de verre d'épaisseur 12 mm.
b) Calculer la résistance thermique R_{Altuglas} d'une plaque d'Altuglas d'épaisseur 4 mm.
c) Quel est, de la plaque de verre de 12 mm ou de la plaque d'Altuglas de 4 mm, le meilleur isolant thermique ?

Formule :

$$R = \frac{e}{\lambda}$$

e = épaisseur en m.
λ = conductance thermique en W /m°C
R = résistance thermique en m^2.°C / W

EXERCICE 2 : (2,5 points)

Les propriétaires de la maison décident de faire une fête au bord de la piscine. Ils placent une chaîne HIFI de puissance acoustique $P = 2$ W à 4 m d'eux.

1. Calculer l'intensité sonore I correspondante.

2. Calculer le niveau sonore L.

3. À l'aide des informations ci-contre, dire si une exposition pendant 2,5 heures au niveau sonore trouvé à la question précédente présente un danger. Justifier la réponse.

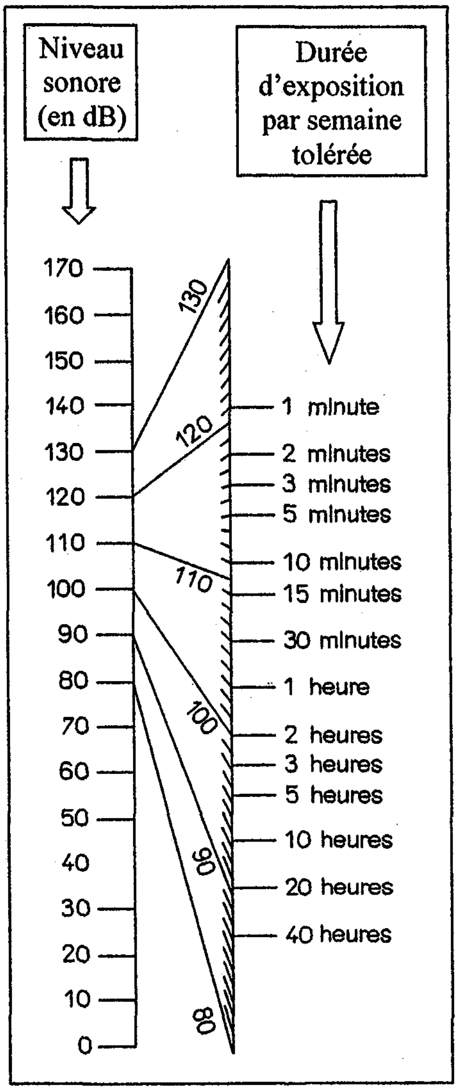
Formules :

$$I = \frac{P}{4\pi d^2}$$

I = intensité sonore en W /m²
P = puissance acoustique en W
d = distance en m

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

L = niveau sonore en dB
$I_0 = 10^{-12}$ *W/m²*



ANNEXE : MATHÉMATIQUES (À remettre avec la copie)

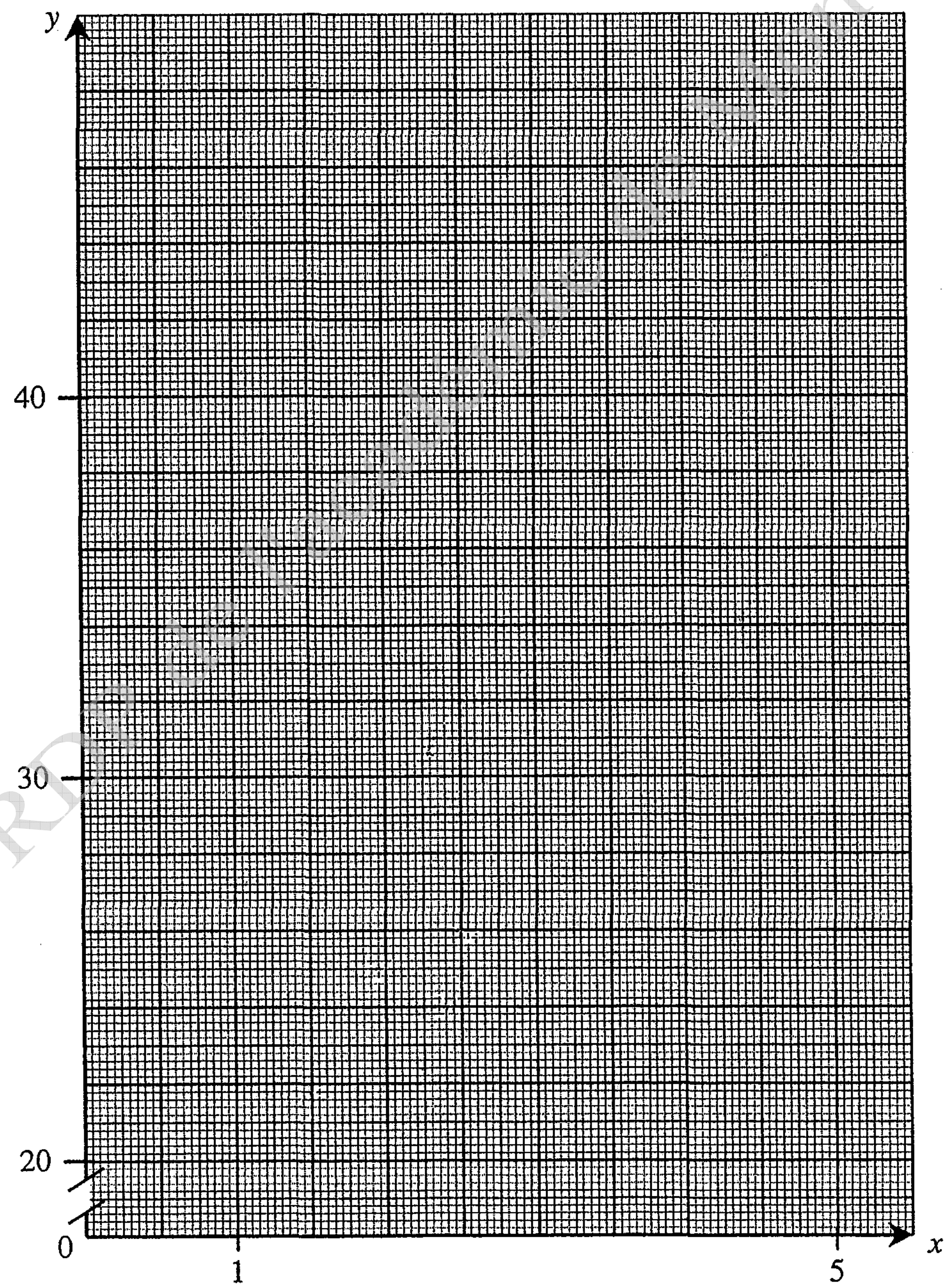
PARTIE B : question 3.
Tableau de variation

x	1 5,5
Signe de $f'(x)$	
Variations de f	

PARTIE B : question 4.
Tableau de valeurs

x	1	2	2,5	3,5	4	4,5	5,5
$f(x)$		36		47,25			

PARTIE B : question 5. *Représentation graphique de f*



FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance – Productique
(Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$
$u(x)+v(x)$	$u'(x)+v'(x)$
$a\,u(x)$	$a\,u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\qquad \ln(a^n) = n \ln a$

$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = \dfrac{k(u_1+u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \cdots + u_k = u_1 \dfrac{1-q^k}{1-q}$

Trigonométrie

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$

$\qquad = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \displaystyle\sum_{i=1}^{p} n_i$

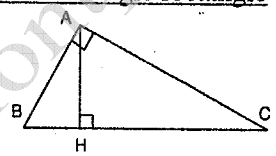
Moyenne $\bar{x} = \dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{p} n_i x_i}{N}$

Variance $V = \dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\displaystyle\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos \hat{B} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan \hat{B} = \dfrac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\dfrac{a}{\sin \hat{A}} = \dfrac{b}{\sin \hat{B}} = \dfrac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapèze : $\frac{1}{2}(B+b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ $\qquad$ Volume : $\frac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy'$	$\vec{v}.\vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
$\Vert\vec{v}\Vert = \sqrt{x^2+y^2}$	$\Vert\vec{v}\Vert = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v}.\vec{v}' = \Vert\vec{v}\Vert \times \Vert\vec{v}'\Vert \cos(\vec{v},\vec{v}')$

$\vec{v}.\vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$